

**8)** Le système à la date  $t_N$  vaut :

$$\alpha_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)})(1+h_N)S_{t_{N-1}}^{(N)} + \beta_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)})S_{t_N}^0 = f((1+h_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}) \quad [1]$$

$$\alpha_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)})(1+b_N)S_{t_{N-1}}^{(N)} + \beta_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)})S_{t_N}^0 = f((1+b_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}) \quad [2]$$

[1]-[2] donne :

$$\alpha_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)}) = \frac{f((1+h_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}) - f((1+b_N)S_{t_{N-1}}^{(N)})}{(h_N - b_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}}$$

En substituant cette expression dans l'équation [1] par exemple, on obtient, après calculs :

$$\beta_{N-1}(S_{t_{N-1}}^{(N)}) = \frac{1}{S_{t_N}^0(h_N - b_N)} (f((1+b_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}(1+h_N) - f((1+h_N)S_{t_{N-1}}^{(N)}(1+b_N)))$$

**9)** Le système à la date  $t_k$  vaut :

$$\alpha_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)})(1+h_N)S_{t_{k-1}}^{(N)} + \beta_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)})S_{t_k}^0 = f((1+h_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}) \quad [1]$$

$$\alpha_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)})(1+b_N)S_{t_{k-1}}^{(N)} + \beta_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)})S_{t_k}^0 = f((1+b_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}) \quad [2]$$

Ce qui donne, par un raisonnement analogue :

$$\alpha_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)}) = \frac{f((1+h_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}) - f((1+b_N)S_{t_{k-1}}^{(N)})}{(h_N - b_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}}$$

$$\beta_{k-1}(S_{t_{k-1}}^{(N)}) = \frac{1}{S_{t_k}^0(h_N - b_N)} (f((1+b_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}(1+h_N) - f((1+h_N)S_{t_{k-1}}^{(N)}(1+b_N)))$$