

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе № 1

«Построение логических схем и минимизация логических функций»

Выполнил: Рассадников Григорий

Номер ИСУ: 334838

студ. гр. М3135(М3138)

Санкт-Петербург

2022

Цель работы: моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

Инструментарий и требования к работе: работа выполняется в logisim.

Теоретическая часть

Карты Карно – один из способов графического представления булевых функций. Изображаются в виде прямоугольной таблицы, заполненной значениями. Данный метод используется для удобной и наглядной минимизации булевой функции

Карту Карно легко построить по таблице истинности, так как каждой ячейке из карты соответствует единственная строка из таблицы, и наоборот. Саму карту обычно изображают в виде таблицы. Основным методом минимизации логических функций, представленных в виде СДНФ или СКНФ, является операция попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. Операция попарного склеивания осуществляется между двумя членами, содержащими одинаковые переменные, вхождения которых совпадают для всех переменных, кроме одной.

Если необходимо получить минимальную ДНФ, то в Карте рассматриваем только те клетки, которые содержат единицы, если нужна МКНФ, то рассматриваем те клетки, которые содержат нули. Сама минимизация производится по следующим правилам (на примере ДНФ):

1. Объединяются прямоугольники (содержащие только единицы), стороны которых кратны степеням двойки. При том, считают, что крайние противоположные стороны у таблицы граничат между собой, т. е. их значения могут быть объединены в один прямоугольник.

2. Первыми объединяются прямоугольники с наибольшей площадью. Если возможно несколько разбиений, выбираем вариант, содержащий наименьшее число прямоугольников.
3. Переменные, которые имеют однозначное значение в области прямоугольника, связываются AND. При том, переменные, имеющие значение 0 в области прямоугольника, берутся с отрицанием.
4. Все прямоугольники связываются OR между собой.

Получаем минимально возможную форму для ДНФ. Чтобы получить МКНФ, нужно склеивать 0 вместо 1. Вместо AND брать OR, а вместо OR брать AND.

Пример: ([Рисунок 1](#)). В данном примере таблица составлялась следующим образом:

1. Из таблицы истинности достали значение из строчки $x_1x_2x_3x_4$ и положи в ячейку на x_1x_2 строке и x_3x_4 столбце.
2. Чтобы составить МДНФ, выделили минимальное число прямоугольник с наибольшей площадью, покрывающие все единицы.
3. Видим, что в S_1 неизменным остается $x_2 = 0$ и $x_4 = 0$, значит S_1 задает выражение: $(\neg x_2 \ \& \ \neg x_4)$.
4. Аналогично поступаем с другими выделенными прямоугольника и берем дизъюнкцию, от всех выражений, которые они выдают.
5. Получаем: $(\neg x_2 \ \& \ \neg x_4) \mid (\neg x_1 \ \& \ \neg x_4) \mid (x_1 \ \& \ x_2 \ \& \ x_4)$

F		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 x_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

S_1 (blue line connecting (00,1) and (10,1))
 S_2 (red line connecting (00,1) and (01,1))
 S_3 (green line connecting (11,1) and (11,0))

Рисунок 1 – Пример карты Карно

Практическая часть

Вектор-функция: 0001010100111101

Таблица истинности ([Таблица 1](#)):

X3	X2	X1	X0	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Таблица 1 – Таблица истинности функции

Функция в СДНФ:

$$(\neg x_3 \& \neg x_2 \& x_1 \& x_0) \mid (\neg x_3 \& x_2 \& \neg x_1 \& x_0) \mid (\neg x_3 \& x_2 \& x_1 \& x_0) \mid (x_3 \& \neg x_2 \& x_1 \& \neg x_0) \mid (x_3 \& \neg x_2 \& x_1 \& x_0) \mid (x_3 \& x_2 \& \neg x_1 \& \neg x_0) \mid (x_3 \& x_2 \& \neg x_1 \& x_0) \mid (x_3 \& x_2 \& x_1 \& x_0)$$

Функция в СКНФ:

$$(x_3 \mid x_2 \mid x_1 \mid x_0) \& (x_3 \mid x_2 \mid x_1 \mid \neg x_0) \& (x_3 \mid x_2 \mid \neg x_1 \mid x_0) \& (x_3 \mid \neg x_2 \mid x_1 \mid x_0) \& (x_3 \mid \neg x_2 \mid \neg x_1 \mid x_0) \& (\neg x_3 \mid x_2 \mid x_1 \mid x_0) \& (\neg x_3 \mid x_2 \mid x_1 \mid \neg x_0) \& (\neg x_3 \mid \neg x_2 \mid \neg x_1 \mid x_0)$$

Схема для СФНФ (Рисунок 2):

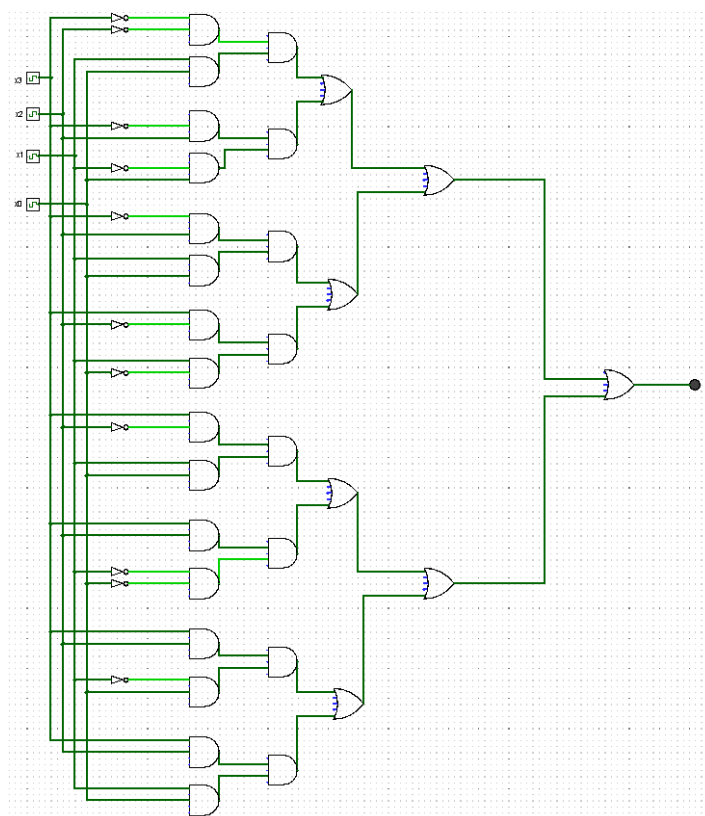


Рисунок 2 – Схема СДНФ

Карта Карно:

Построим карту Карно для функции воспользовавшись алгоритмом получения карт Карно.

Для СДНФ выделим все области циклически смежных единиц размер, которых кратен степени двойки ([Рисунок 3](#)). Построим СКНФ.

F		x1x0			
		00	01	11	10
x3x2	00	0	0	1	0
	01	0	1	1	0
	11	1	1	1	0
	10	0	0	1	1

Рисунок 3 – Карта Карно функции, группировка для МДНФ

Для СКНФ выделим все области циклически смежных единиц размер, которых кратен степени двойки ([Рисунок 4](#)). Построим МКНФ.

F		x1x0			
		00	01	11	10
x3x2	00	0	0	1	0
	01	0	1	1	0
	11	1	1	1	0
	10	0	0	1	1

Рисунок 4 – Карта Карно функции, группировка для МКНФ

Функция в МДНФ:

$$(x_0 \& x_2) \mid (x_0 \& x_1) \mid (\neg x_1 \& x_2 \& x_3) \mid (x_1 \& \neg x_2 \& x_3)$$

Функция в МКНФ:

$$(x_1 \mid x_2) \& (x_0 \mid x_3) \& (x_0 \mid \neg x_1 \mid \neg x_2)$$

Схема для МКНФ ([Рисунок 5](#)):

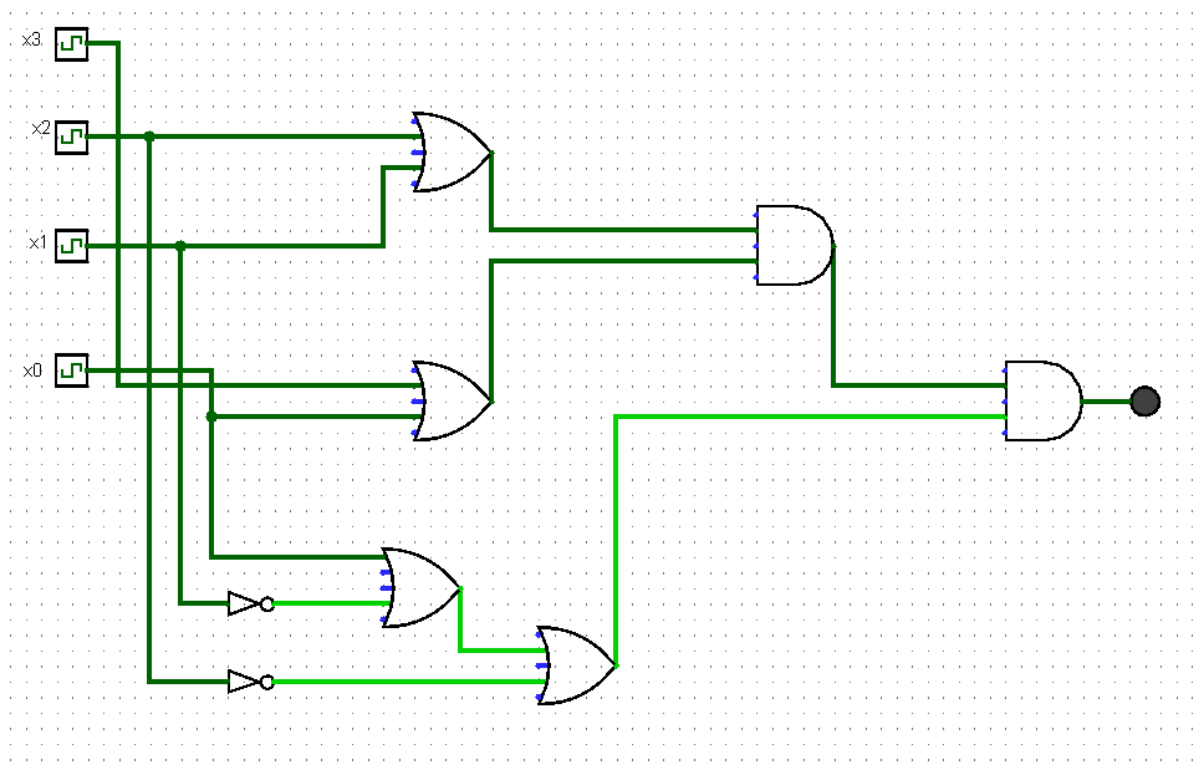


Рисунок 5– Схема МКНФ