

# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ НА ГРАФАХ

---

Выполнил: Ткаченко Г.С.

Руководитель: Корнеев Г.А.

14 июня 2015 г.

Университет ИТМО

# ПРОБЛЕМА И ЗАДАЧА

---

- Недостаточное разнообразие параллельных алгоритмов для поиска кратчайших путей
- Низкая производительность отдельных алгоритмов на специфичных графах

- Эффективное применение алгоритмов поиска кратчайшего пути на **многопроцессорных** архитектурах
- Разработка алгоритмов для поиска пути от одной вершины до всех (**one-to-many**)
- Разработка алгоритмов для поиска пути кратчайшего расстояния между каждой парой вершин (**many-to-many**)

## ЗАДАЧА ONE-TO-MANY

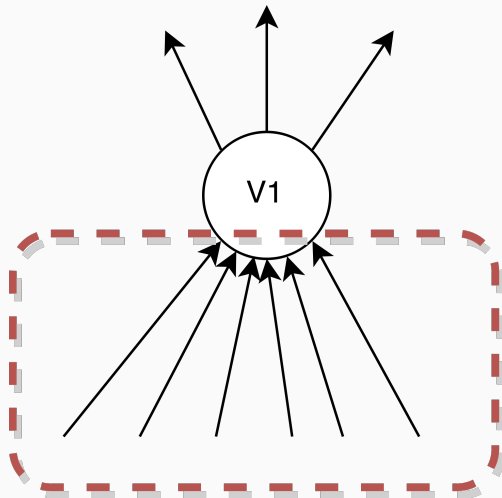
---

- Алгоритм Беллмана-Форда
  - Классический
  - На основе обхода в ширину
- Алгоритм Дейкстры
- Алгоритм Джонсона (Дейкстра с потенциалами)
- Алгоритмы  $A^*$  и  $D^*$

Три подхода

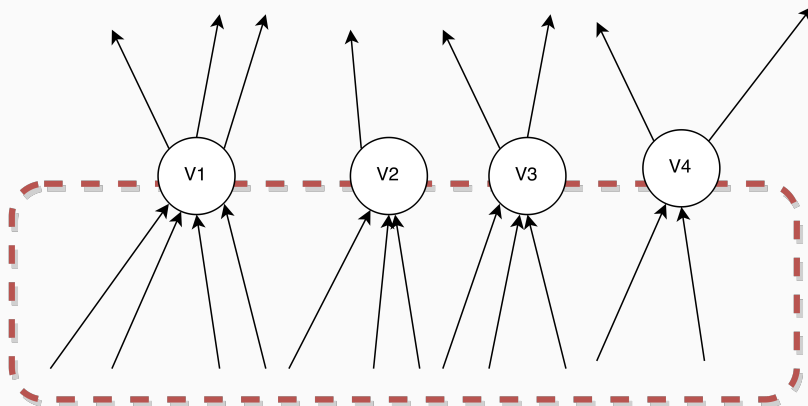
- Параллелизация по ребрам вершины
- Параллелизация по всем ребрам
- Использование параллельного обхода в ширину

## ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО РЕБРАМ ВЕРШИНЫ

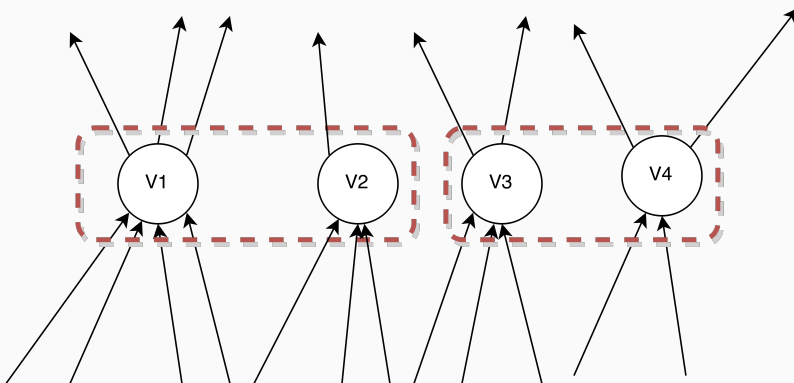




## ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО ВСЕМ РЕБРАМ

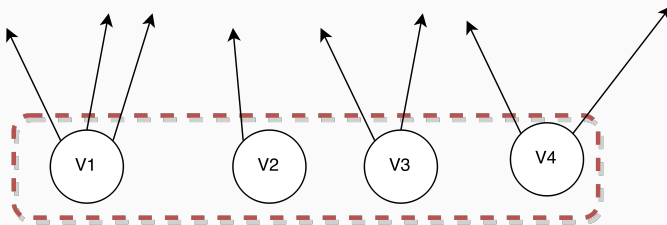


# ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО ВСЕМ РЕБРАМ

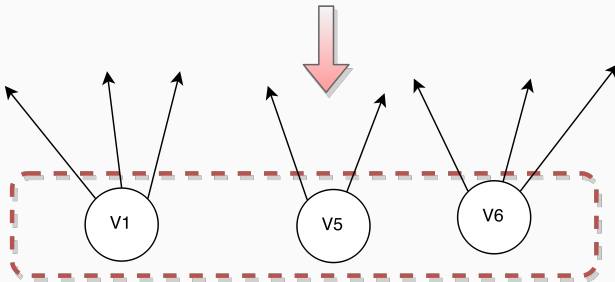


# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ОБХОДА В ШИРИНУ

J



J + 1



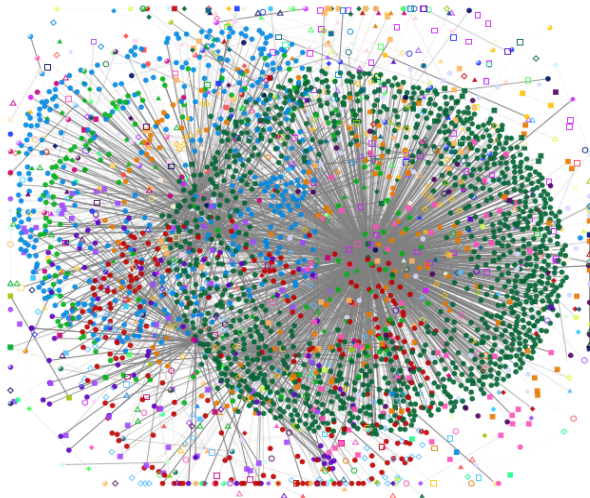
# ЗАДАЧА MANY-TO-MANY

---

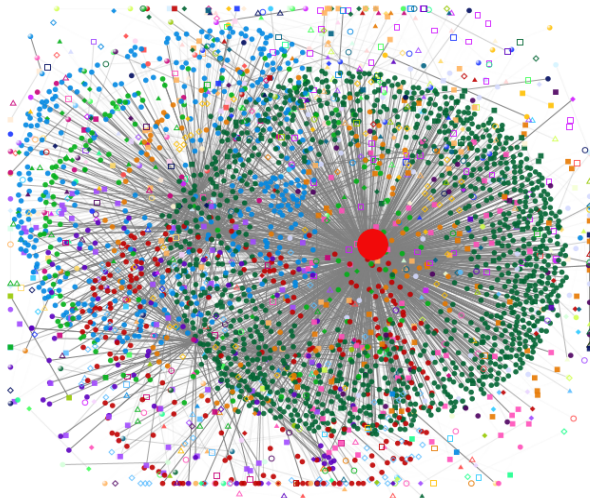
- В некоторых случаях классический алгоритм оказывается медленнее наивных алгоритмов
- Для каждой вершины можно использовать любой алгоритм поиска кратчайшего пути

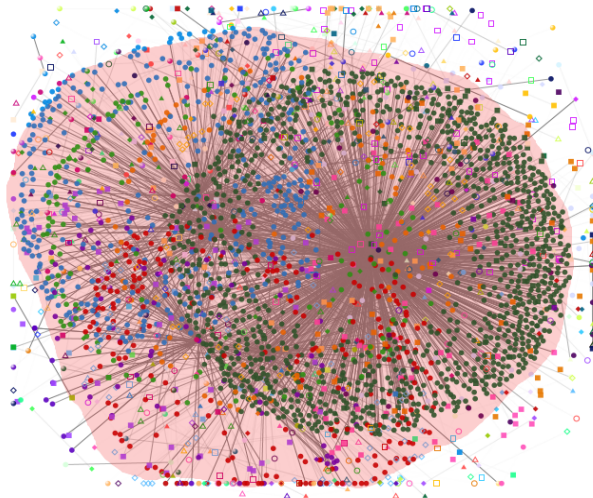
```
1: procedure ALLPAIRSPAR1(G)
2:   return HANDLEVERTICES(G, 0, |G.vertices|)
3:
4: procedure HANDLEVERTICES(G, startV, endV)
5:   if endV – startV < threshold then
6:     run Bellman-Ford for [startV, endV)
7:   else
8:     midV  $\leftarrow$  (startV + endV)/2
9:     fork2(
       HANDLEVERTICES(G, startV, midV),
       HANDLEVERTICES(G, midV, endV));
```

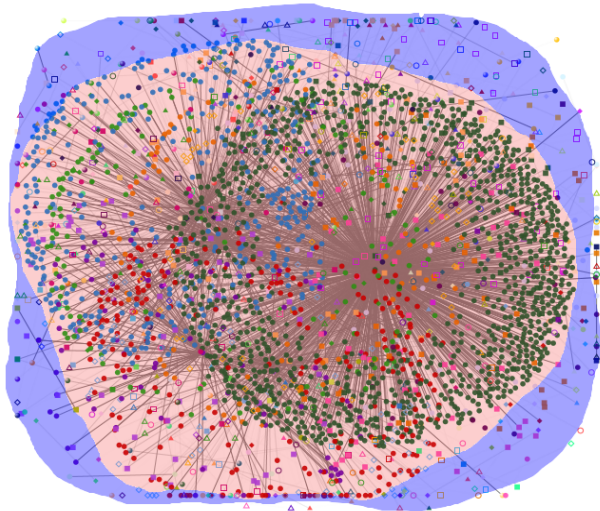
- Основан на теории "Шести рукопожатий"
- Работает не неориентированных невзвешенных социальных графах
- Использует идею динамического программирования











- Основана на битовых векторах
- $\text{mask}[v][i]$  — множество вершин  $u$ , что  $\forall u \in U, p(u, v) = i$
- $\text{calc}[v][i]$  — множество вершин  $u$ , что  $\forall u \in U, p(u, v) < i$
- $O(V)$  битовых векторов

$$\text{mask}[v][i] = \neg \text{calc}[v][i - 1] \wedge \bigvee_{\exists(u,v) \in E} \text{mask}[u][i - 1] \quad (1)$$

$$\text{calc}[v][i] = \text{calc}[v][i - 1] \vee \text{mask}[v][i] \quad (2)$$

# РЕЗУЛЬТАТЫ

---

- C++11
- PASL (Parallel Algorithm Scheduling Library)
- 40-core Intel machine (with hyper-threading)

# СРАВНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЕРСИЙ БЕЛЛМАНА-ФОРДА

Идея алгоритма	Полный			Дерево		Решетка	
	TS	+	+-	0.5	1	+	+-
Ребра вершины	2.43	4.65	$\infty$	116.31	9.04	5.49	13.40
Все ребра	5.17	0.18	10.84	3.59	3.08	5.92	7.10
Обход в ширину	44.63	0.37	23.55	0.44	0.31	4.42	0.58
Ligra	49.13	0.30	26.11	0.55	0.50	8.15	1.21

Идея алгоритма	Разреженный			Плотный		
	0.5+	0.5+-	0.96+	0.5+	0.5+-	0.96+
Ребра вершины	$\infty$	$\infty$	24.35	$\infty$	$\infty$	5.01
Все ребра	2.77	14.68	2.42	0.48	6.38	0.46
Обход в ширину	0.59	22.59	0.48	0.60	10.25	0.71
Ligra	0.58	25.19	0.54	1.12	14.15	1.20

# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ КАЖДОЙ ПАРОЙ ВЕРШИН СОЦИАЛЬНОГО ГРАФА

Алгоритм	Twitter	Slashdot
Стандартная параллельная версия	427.217	254.567
Алгоритм для социальных графов	191.232	169.393

Таблица: Сравнение алгоритмов



- Разработаны параллельные версии Беллмана-Форда
- Разработан алгоритм для социальных графов
- Алгоритмы показали высокую эффективность на практике
- Исследованы области применимости алгоритмов