

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ НА ГРАФАХ

Выполнил: Ткаченко Г.С.

Руководитель: Корнеев Г.А.

13 мая 2015 г.

Университет ИТМО

ПРОБЛЕМА И ЗАДАЧА

- Недостаточное разнообразие параллельных алгоритмов для поиска кратчайших путей
- Низкая производительность отдельных алгоритмов на специфичных графах

- Эффективное применение алгоритмов поиска кратчайшего пути на **многопроцессорных** архитектурах
- Разработка алгоритмов для поиска пути от одной вершины до всех (**one-to-many**)
- Разработка алгоритмов для поиска пути кратчайшего расстояния между каждой парой вершин (**many-to-many**)

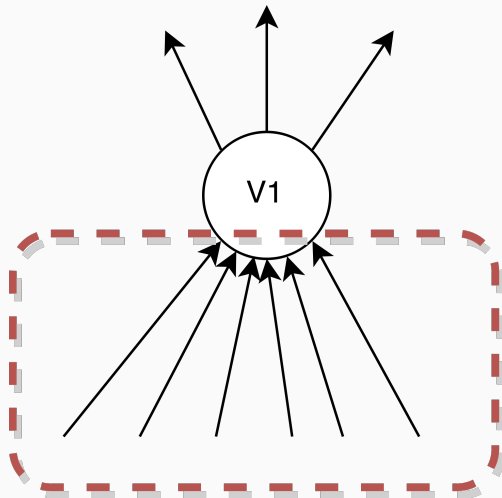
ЗАДАЧА ONE-TO-MANY

- Алгоритм Беллмана-Форда
 - Классический
 - На основе обхода в ширину
- Алгоритм Дейкстры
- Алгоритм Джонсона (Дейкстра с потенциалами)
- Алгоритмы A^* и D^*

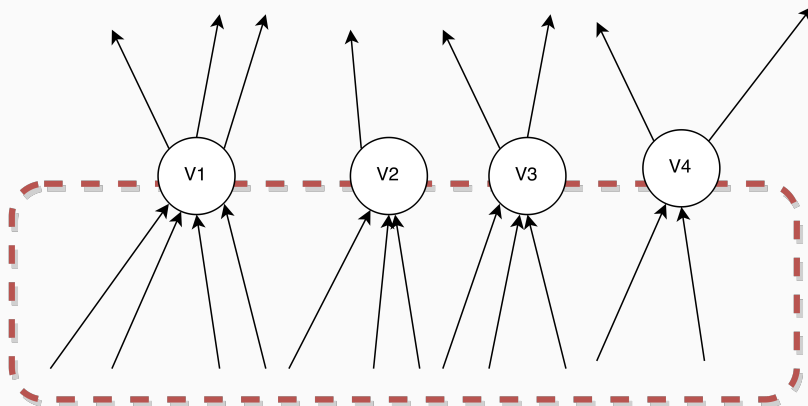
Три подхода

- Параллелизация по ребрам вершины
- Параллелизация по всем ребрам
- Использование параллельного обхода в ширину

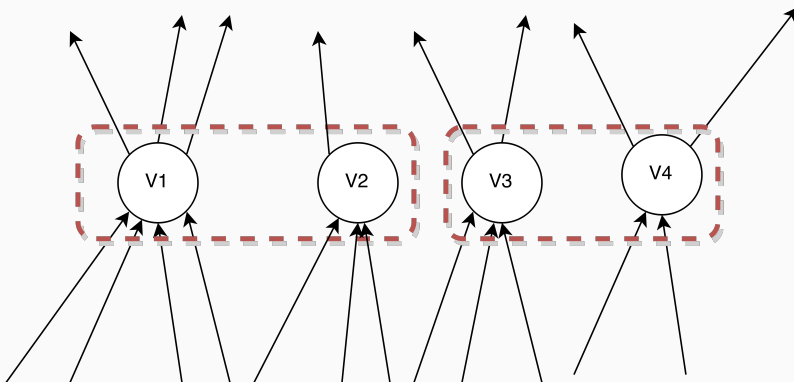
ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО РЕБРАМ ВЕРШИНЫ



ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО ВСЕМ РЕБРАМ

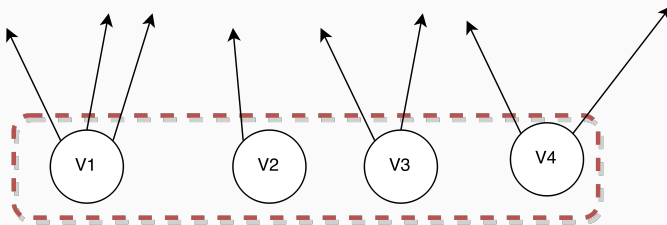


ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ПО ВСЕМ РЕБРАМ

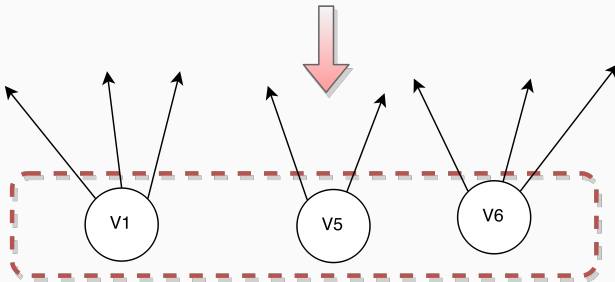


ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ОБХОДА В ШИРИНУ

J



J + 1

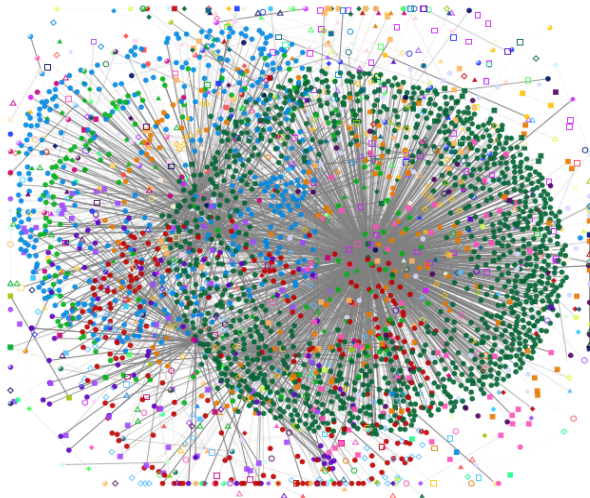


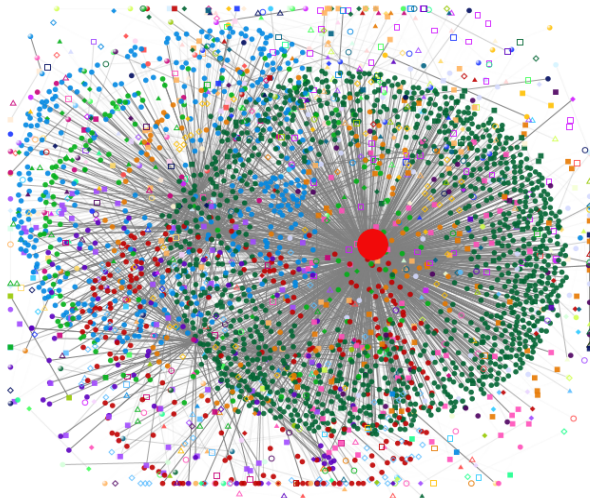
ЗАДАЧА MANY-TO-MANY

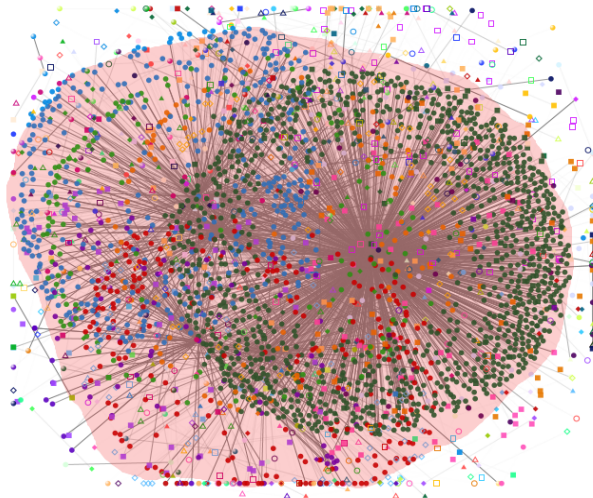
- В некоторых случаях классический алгоритм оказывается медленнее наивных алгоритмов
- Для каждой вершины можно использовать любой алгоритм поиска кратчайшего пути

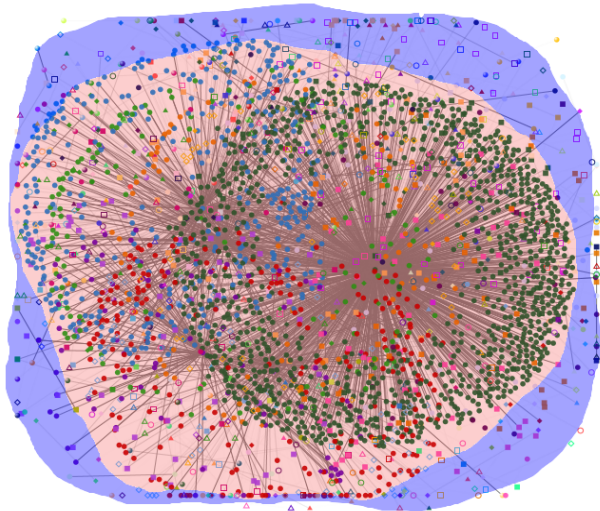
```
1: procedure ALLPAIRSPAR1(G)
2:   return HANDLEVERTICES(G, 0, |G.vertices|)
3:
4: procedure HANDLEVERTICES(G, startV, endV)
5:   if endV – startV < threshold then
6:     run Bellman-Ford for [startV, endV)
7:   else
8:     midV  $\leftarrow$  (startV + endV)/2
9:     fork2(
       HANDLEVERTICES(G, startV, midV),
       HANDLEVERTICES(G, midV, endV));
```

- Основан на теории "Шести рукопожатий"
- Работает не неориентированных невзвешенных социальных графах
- Использует идею динамического программирования









- $\text{mask}[u][i]$ — множество вершин, расстояние от которых до u равно i
- $\text{calc}[u][i]$ — не более i
- Для вершины u имеют смысл расстояния $[d - K, d + K]$, где $d = \text{dist}[\text{base}][u]$

$$\text{mask}[v][i] = \neg \text{calc}[v][i - 1] \wedge \bigvee_{\exists(u,v) \in E} \text{mask}[u][i - 1] \quad (1)$$

$$\text{calc}[v][i] = \text{calc}[v][i - 1] \vee \text{mask}[v][i] \quad (2)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

СРАВНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЕРСИЙ БЕЛЛМАНА-ФОРДА

| Идея алгоритма | Полный | | | Дерево | | Решетка | |
|----------------|--------|------|----------|--------|------|---------|-------|
| | TS | + | +- | 0.5 | 1 | + | +- |
| Ребра вершины | 2.43 | 4.65 | ∞ | 116.31 | 9.04 | 5.49 | 13.40 |
| Все ребра | 5.17 | 0.18 | 10.84 | 3.59 | 3.08 | 5.92 | 7.10 |
| Обход в ширину | 44.63 | 0.37 | 23.55 | 0.44 | 0.31 | 4.42 | 0.58 |

Таблица: Классические графы

| Идея алгоритма | Разреженный | | | Плотный | | |
|----------------|-------------|----------|-------|----------|----------|-------|
| | 0.5+ | 0.5- | 0.96+ | 0.5+ | 0.5- | 0.96+ |
| Ребра вершины | ∞ | ∞ | 24.35 | ∞ | ∞ | 5.01 |
| Все ребра | 2.77 | 14.68 | 2.42 | 0.48 | 6.38 | 0.46 |
| Обход в ширину | 0.98 | 22.59 | 0.76 | 0.60 | 10.25 | 0.71 |

Таблица: Случайные графы

РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ КАЖДОЙ ПАРОЙ ВЕРШИН СОЦИАЛЬНОГО ГРАФА

| Алгоритм | "Twitter graph" |
|---------------------------------|-----------------|
| Стандартная параллельная версия | 427.217 |
| Алгоритм для социальных графов | 210.322 |

Таблица: Сравнение алгоритмов

Вопросы?