

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет ім. І. Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем

Паралельні та розподілені обчислення

Лабораторна робота №2

Множення матриць

Роботу виконала:
Студентка ПМІ-33
Багінська Маргарита

Прийняв:
доц. Пасічник Т.В.

Львів 2023

Тема: Множення матриць.

Мета: Реалізувати послідовний та паралельний алгоритм множення двох матриць.

Послідовний алгоритм

```
public static TimeSpan SyncMethod(int[,] matrixA, int[,] matrixB)
{
    int rows1 = matrixA.GetLength(0);
    int cols1 = matrixA.GetLength(1);
    int rows2 = matrixB.GetLength(0);
    int cols2 = matrixB.GetLength(1);
    if (cols1 != rows2)
    {
        throw new ArgumentException("Matrices cannot be multiplied.");
    }
    int[,] result = new int[rows1, cols2];

    Stopwatch stopWatch = new Stopwatch();
    stopWatch.Start();
    for (int i = 0; i < rows1; i++)
    {
        for (int j = 0; j < cols2; j++)
        {
            int sum = 0;
            for (int k = 0; k < cols1; k++)
            {
                sum += matrixA[i, k] * matrixB[k, j];
            }
            result[i, j] = sum;
        }
    }
    stopWatch.Stop();
    Console.WriteLine("Sync time ~ " + stopWatch.Elapsed.ToString());
    return stopWatch.Elapsed;
}
```

У послідовному алгоритмі проходимося по рядку першої матриці та по стовпцю другої матриці двома вкладеними циклами, третім циклом рахуємо результат множення рядка на стовець та у результуючу матрицю, засікаємо час.

Паралельний алгоритм

```
public static TimeSpan AsyncMethod(int[,] matrixA, int[,] matrixB, int threadNum)
{
    int rowsA = matrixA.GetLength(0);
    int colsA = matrixA.GetLength(1);
    int rowsB = matrixB.GetLength(0);
    int colsB = matrixB.GetLength(1);

    if (colsA != rowsB)
    {
        throw new ArgumentException("Matrices cannot be multiplied.");
    }

    int[,] result = new int[rowsA, colsB];

    int totalElements = rowsA * colsB;
    int elementsPerThread = totalElements / threadNum;

    List<Thread> threads = new List<Thread>();

    Stopwatch stopWatch = new Stopwatch();
    stopWatch.Start();
    int start = 0;
    for (int i = 0; i < threadNum; i++)
    {
        int end = (i == threadNum - 1) ? totalElements : start + elementsPerThread;

        Thread thread = new Thread((object range) =>
        {
            int[] rangeArray = (int[])range;
            int startRange = rangeArray[0];
            int endRange = rangeArray[1];

            for (int index = startRange; index < endRange; index++)
            {
                int row = index / colsB;
                int col = index % colsB;

                int sum = 0;
                for (int k = 0; k < colsA; k++)
                {
                    sum += matrixA[row, k] * matrixB[k, col];
                }
                result[row, col] = sum;
            }
        });

        threads.Add(thread);
        thread.Start(new int[] { start, end });

        start = end;
    }

    foreach (var thread in threads)
    {
        thread.Join();
    }
    stopWatch.Stop();

    Console.WriteLine($"Async time ~ {stopWatch.Elapsed} with {threadNum} threads");
    return stopWatch.Elapsed;
}
```

У розпаралеленому алгоритмі множення двох матриць за допомогою потоків Threads ми використовуємо цикл for, щоб розділити обчислення елементів матриці між потоками. Для кожного

потоків він обчислює діапазон елементів для обробки на основі початкової та кінцевої змінних. У середині потоку проходимо по діапазону елементів і обчислюємо відповідний елемент.

Виконуємо множення для кожного елемента та зберігаємо результат у відповідному рядку та стовпці результату.

Переконаємось у коректності роботи:

```
Matrix A:
9 1 6
3 8 2

Matrix B:
4 4
8 6
3 6

Result:
62 78
82 72
```

Прискорення S_p для паралельного алгоритму визначається відношенням часової складності послідовного T_1 та паралельного алгоритмів для p процесорів $S_p = T_1 / T_p$. ($S_p > 1$ Оптимально).

Ефективність E_p для паралельного алгоритму визначається прискоренням цього алгоритму відносно кількості процесорів: $E_p = S_p / p$ Ідеал: $E_p(n) = 1$.

Результати

```
[20][30] * [30][20]
Sync time ~ 00:00:00.0003258
Async time ~ 00:00:00.0312782 with 4 threads
Acceleration ~ 0,010416200420740323
Efficiency ~ 0,002604050105185081
```

На малих розмірностях матриць розпаралелення не є оптимальним.

```
[2000][3000] * [3000][2000]
Sync time ~ 00:01:17.8692837
Async time ~ 00:00:51.6082704 with 3 threads
Acceleration ~ 1,508852807824383
Efficiency ~ 0,502950935941461
```

Зі збільшенням розмірності паралельність ефективніша.

```
[2000][3000] * [3000][2000]  
Sync time ~ 00:01:20.8067697  
Async time ~ 00:00:31.7557046 with 5 threads  
Acceleration ~ 2,5446379073572816  
Efficiency ~ 0,5089275814714563
```

```
[2000][3000] * [3000][2000]  
Sync time ~ 00:01:16.8931249  
Async time ~ 00:00:14.2699004 with 40 threads  
Acceleration ~ 5,38848364351583  
Efficiency ~ 0,13471209108789575
```

Можемо спостерігати ефективність паралельного алгоритму при великих об'ємах та розумній кількості потоків.

```
[2000][3000] * [3000][2000]  
Sync time ~ 00:01:20.7612539  
Async time ~ 00:00:16.6404538 with 100 threads  
Acceleration ~ 4,8533083815298355  
Efficiency ~ 0,048533083815298354
```

Висновок: У результаті виконання лабораторної роботи було реалізовано послідовний та паралельний алгоритм множення двох матриць мовою програмування C# та класу Thread. Переконались у високій ефективності розпаралелення процесу у даному випадку.