

# Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynslighetsregning for 10. trinn?

Kandidatnummer :  $\pi$

*FoU-arbeid i pedagogikk og fagdidaktikk 2  
til  
PPU3220*

*Praktisk pedagogisk utdanning : Del II*



*Utdanningsvitenskapelig fakultet  
Universitetet i Oslo*

*Mai 2017*

Antall ord : 3900 (ikke inkludert forside, litteraturliste og vedlegg)



“How is error possible in mathematics? A sane mind should not be guilty of a logical fallacy, and yet there are very fine minds who do not trip in brief reasoning such as occurs in the ordinary doings of life, and who are incapable of following or repeating without error the mathematical demonstrations which are longer, but which after all are only an accumulation of brief reasonings wholly analogous to those they make so easily. Need we add that mathematicians themselves are not infallible?”

---

*Jules Henri Poincaré*

## Introduksjon

Jakt etter bevis på læring er helt grunnleggende innenfor området Vurdering for Læring (VfL) (Brevik & Blikstad-Balas, 2014). Brevik skriver videre at dette “beiset” skal kunne brukes aktivt av læreren og elevene for å avgjøre hvor de er i sin læring, hva de bør jobbe videre med, og hvordan de kan gå fram for å få det til. Utdanningsdirektoratet (2015a, Vurderingsforskriften) har i tillegg definert fire prinsipper for hva som utgjør en god vurdering. Ut fra disse prinsipper vil jeg se kritisk på min egen praksis og evaluere om jeg har klart å følge prinsippene for god vurdering. Sammen med mine observasjoner fra mine samtaler med elever og min praksisveiler, vil jeg reflektere i lys av pedagogikk og fagdidaktikk over hvordan jeg kan videre utforme skriftlige tilbakemeldinger, slik at elever kan oppnå best mulig læringsutbytte. Det vil derfor være naturlig å stille spørsmål : hva utgjør en god tilbakemelding, og er det tilbakemeldingen som er viktig eller prosessen som iverksettes som følge av tilbakemeldingen (William, 2010)?

Gjennom min praksis har jeg laget og brukt en kartleggingsprøve i sannsynlighetsregning til å bestemme elevenes nivå og svakheter. Elevene har fått skriftlige tilbakemeldinger på sine besvarer. Dette utgjør den kvantitative dataen. Etter at elevene har fått tilbake sine besvarer, har de fått muntlige tilbakemeldinger. Gjennom disse tilbakemeldinger har de fått anledning til å reflektere de skriftlige tilbakemeldingene og fått anledning til å ytre sine meninger og stilt spørsmål. Dette utgjør da den kvalitative dataen. Gjennom disse samtalene har jeg dannet en profesjonsetisk evaluering av min egen praksis, og stiller derfor følgende spørsmål til min problemstilling :

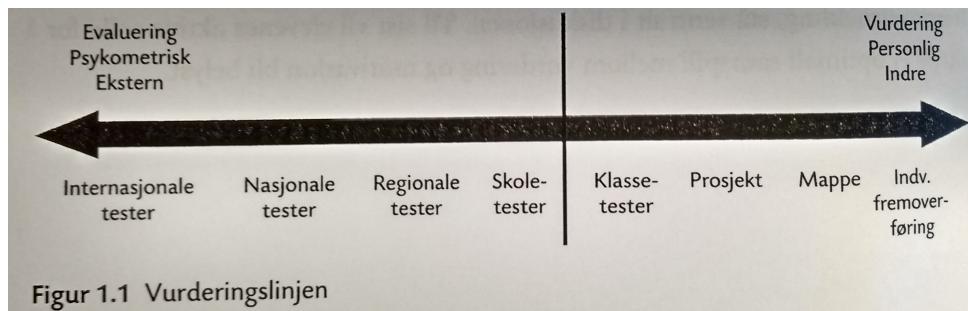
**Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynlighetsregning for 10. trinn?**

## Teoretisk bakgrunn

Gjennom underveisvurderingen følges elevenes progresjon i faget over tid, og læreren får informasjon om oppnådd kompetanse. Hensikten med slik vurdering er å gi et grunnlag for å forbedre og videreutvikle kvaliteten på opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2015c, s. 92). I utredningen, *NOU 2015:8 Fremtidens skole*, vektlegges fagovergripende kompetanser, dvs. for eksempel lesing, skriving, utholdenhets, motivasjon, og å kunne planlegge, gjennomføre og vurdere egne læringsprosesser (Utdanningsdirektoratet, 2015c, s. 66) :

Utvalget anbefaler at fagovergripende kompetanser vektlegges i fremtidens skole. Siden det anbefales å integrere dem i fagene, vil informasjon om elevenes kompetanse i fag være viktig. Samtidig vil skoler, skoleeiere og nasjonale myndigheter ha behov for informasjon om elevenes utvikling av prioriterte fagovergripende kompetanser, for å kunne bidra til at de vektlegges i opplæringen. (Ludvigsen-utvalget 2015)

Smith (2009, s. 3) beskriver hvordan vurderingslandskapet forandrer seg, fra internasjonale tester til individuell fremoverføring. Gjennom *vurderingslinjen* (se figur 1) beskriver hun



Figur 1: Vurderingslinjen. Kilde: Smith (2009).

Skriv om : Summativ vs formativ vurdering

I læringsrettet vurdering stilles det strengere krav til lærerers evner som evaluator. Da er det viktig å se på lærerens læringssyn. Her er to eksempler på forskjellige læringssyn :

### Læring som overføring av kunnskap

I behavioristisk læringsteori foregår læring ved overføring av kunnskap, uavhengig av relasjonen mellom lærer og elev. Elev blir anskuet som et tomt kar, som det er lærerens jobb å fylle med kunnsakp. I et slikt læringssyn er vurdering i seg selv relativt ukomplisert, siden da gjelder det å formulere sine tilbakemeldinger på en så presis og elevtilpasset måte som mulig. Derimot forventes det da at eleven tar til seg tilbakemeldingene og bruker dem til å rette seg etter. Tilbakemeldingene vil da være begrenset til spesifikke svakheter relatert til faget eller kompetansemål. Sentralt i behaviorismens syn på læring er betinging (Säljö, 2013, s. 74). Ved ønsket atferd belønnes handlingen. Dette referes som forsterking (Helle, 2007, s. 22). Innenfor vurderingskontekten er tilsiktet hensikt å motivere elevene. Dermed er karakteren en forsterker for noen og straff for andre.

### Læring som en relasjonell prosess

Sett fra det relasjonelle perspektivet består det i å veilede elevene i den nærmeste utviklingssonen. Den *nærmeste utviklingssonen* beskriver en sone som ligger i mellom en elevs kognitive ferdigheter, dvs. hva de kan oppnå selvstendig uten hjelp, og elevens potensielle utvikling, dvs. hva en elev kan få til eller forstå gjennom veiledning (Bråten, Thurmann & Anne, 1998, s. 125; Säljö, 2013, s. 75). Bruk av ”scaffolding“ eller stillasbygging (Bråten et al., 1998) er da viktig for å knytte fagbegreper og teori til elevenes forkunnskaper. Vurderingsarbeidet vil derfor også gi den forskende lærer (Helle, 2007, s. 19) verdifull informasjon om sin egen didaktiske tilrettelegging. Jeg vil komme tilbake til disse læringssyn når jeg evaluerer min egen praksis gjennom FoU arbeidet.

En av sentrale styringsrammene for norske utdanningspolitikk og skolepraksis er prinsippet om tilpasset opplæring. Opplæringen skal ivareta sentrale verdier som inkludering, variasjon, sammenheng, relevans, verdsetting, medvirkning og erfaringer. Dette skal operasjonaliseres av undervisere gjennom differensiering. Undervisningen må, ved hjelp av differensiering, tilfredsstille alle elevenes tilretteleggingsbehov i klassen, fra elever med matematikkvansker (dyskalkuli) til evnerike elever. Når en lærer jobber med elever hvor spennet er så pass stort, med andre ord at elevene utgjør en heterogen gruppe, da kan heller ikke undervisningen være homogenisert. Jeg kan derfor allerede nå påstå at en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring vil tydeligvis ikke oppfylle prinsippet om tilpasset opplæring. I tabellen 2, kartlegger Skovsmose

	Opgave-Paradigm	Undersøgelses-landskaber
Referencer til «ren» matematik	(1)	(2)
Semi-referencer til «virkeligheden»	(3)	(4)
Reelle referencer	(5)	(6)

Figur 4: Læringsmiljøer.

Figur 2: Kilde: Skovsmose (1998).

(1998) type oppgaver etter det han kaller *opgaveparadigmet* : klassiske åpne og lukkede oppgaver vs. *undersøgelseslandskaber* eller utforskende oppgaver. I tabellen tallfester han disse oppgavetypene etter i hvilken grad de er tilnærmet virkeligheten. Jeg kommer til å bruke tabellen når jeg drøfter oppgavene fra kartleggingsprøven (se vedlegg : ). Skovsmose (1998) beskriver oppgaveparadigmet som en læringsmiljø der læreren innleder med å gjennomgå nytt stoff, deretter gjennomgås utvalgte oppgaver, hvor elever regner oppgaver, enten individuel eller i grupper. *En matematikkundervisning, der er strukturert efter opgaveparadigme, føjer seg ind i «oppgavediskursen»* (Skovsmose, 1998, s. 28).

Kartleggingsprøver kan brukes i mange forskjellige situasjoner. Ifølge Brekke (2002, s. 15) kan diagnostiske oppgaver bli brukt til å identifisere og fremheve misoppfatninger som elevene har utviklet, gi læreren informasjon om elevenes løsningsstrategier og måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene. Pyskologene Daniel Kahneman og Amos Tversky har satt fram en teoretisk ramme for å undersøke læring av sannsynlighet og statistikk. Deres teori er at mennesker uten erfaring, refleksjon og innsikt i statistikk, bruker følgende strategier for å bedømme sannsynlighet (Utdanningsdirektoratet, 2013; Evang, 2017):

- Representativitet : små utvalg skal representere den fordelingen som finnes i populasjonen
- Tilgjengelighet : sannsynlighet bedømmes ut fra hvor lett det er å huske spesielle tilfeller

- Resultatorientering : utfallet kan forutses, som ved en deterministisk prosess
- Konjunksjonsfellen : sannsynligheten for at to hendelser inntreffer samtidig er mindre enn sannsynligheten for at en av hendelsene inntreffer.
- Vanskeligheter med betinget sannsynlighet

Før vi forsetter videre er det lurt å bemerke noe termer jeg vil bruke videre i denne oppgaven.

Vurdering av læring

Vurdering for læring

Summativ vurdering

Fomativ vurdering

Å skrive matematikk regnes som en av grunnleggende ferdighetene. Det innebærer blant å beskrive og forklare egen tankgang, å lage tegninger og skissere grafer. Skriving i matematikk blir sett på som et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2015b).

## Metode

Nordahl skriver at utfordringen er ikke at skolen mangler data, men at data ofte i lite grad blir systematisk analysert og senere aktivt brukt for å forbedre praksisen (Helle, 2007, s. 9). I denne oppgaven er dataen innsamling av elevbesvarelser og mine egne skriftlige tilbakemeldinger. Jeg har valgt å fremheve noen av disse skriftlige tilbakemeldinger for å analysere min egen praksis. Dataen er også ment til å brukes i læringsrettet kontekst, der elevene kan få individuelle tilbakemeldinger og fremovermeldinger. Henikten er å få oversikt over elevers ferdigheter i sannsynlighetsregning og hjelpe de bli flinkere i sannsynlighetsregning.

I denne oppgaven har jeg valgt å også benytte meg av kvalitativ forskning og metode. Ved kvalitative metoder får en ofte anledning til å gå mere i dybden på materialet og man kommer tett på subjektene, men derfor er metoden også mere ressurskrevende og man må derfor begrense antall forsøksobjekter. Forskerne kaller det å "mette"materialet, noe som vil si flere intervjuer neppe vil avdekket noe avgjørende nytt (Hoffmann, 2013). Jeg har hatt personlige samtaler med 6 av 28 elever som tok kartleggingstesten. Elevene hadde ulike resultater og derfor også ulike former for tilbakemeldinger og fremovermeldinger.

Jeg valgte å fokusere på elevenes kunnskap rundt følgende kompetanse mål (utdanningsdirektoratet, 2013) :

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagleg-dagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

Ved design av testen i sannsynlighet, ble disse kompetanse målene brukt som veiledning til utformingen av kartleggingsprøven.

# Gjennomføring

Når elever skal vurderes så kan dette gjøres på flere måter:

- Normalfordeling : da blir vurderingsgrunnlaget *de andre elevenes prestasjoner*. Dette blir også referert som relativ vurdering. Vurdering av en individ avhenger da av de andre elevenes prestasjoner.
- Fast poengsum : innebærer at det er etter poeng oppnåelse elevene blir vurdert. Da vil karakterene avgjøre ut ifra hvor mye poengsum elevene klarte å oppnå.
- Individrelatert kriterier : da vurderes eleven utelukkende i forhold til sine egne forutsetninger og tidligere prestasjoner. I grunnskolen skal vurderingen uten karakterer i hovedsak være individrelatert (Helle, 2007, s. 25).
- Målrelatert kriterier : kvalitetsstandarden blir da en didaktisk kontretisering av kompetansemål. I grunnskolen skal vurderingen med karakterer skje etter målrelaterte kriterier (Helle, 2007, s. 26).

Jeg er nok enig i at bruken av individrelatert vurdering er en god vurderingsgrunnlag i situasjoner der karakterer ikke brukes. Denne vurderingsformen oppfyller kriterier for god vurdering, siden den brukes til å fortelle eleven hvor hen befinner seg i sitt studieløp/progresjon. Når lærer og elev sammen setter individuelle mål, både nærliggende og langsiktete, da vil eleven gjennom et slikt vurderingsformat få konkrete tilbakemeldinger og fremovermeldinger som fokuserer på nettopp elevens prestasjon og målsettinger som hen har laget sammen med læreren.

Jeg brukte derimot ikke et slikt vurderingsgrunnlag siden min hensikt var å kartlegge elevenes svakheter. Da er det passende å bruke en fast poengsum som vurderingskriterie for å fortelle elevene hvor de er i sitt utdanningsløp og hva de må jobbe med fremover.

## Resultater

Siden jeg hadde valgt å burke poengsum som vurderingskriterie for elevenes besvarelser var det uheldig i denne sammenhengen. Jeg hadde vektlagt de "vanskelige" oppgavene mye mer enn de "enkle". Nesten alle elever på tvers av nivå og ferdigheter hadde problemer med å løse disse oppgavene og veldig få klarte å gå over en score på 5 ut av 10. Dermed fikk jeg ikke veldig mye informasjon om elevene gjennom poengsum. Oftest var det de faglige sterke i klassen som tangerte mot 5 i poengsum. Ut ifra dette konkluderte jeg sammen med veileder at prøven var nok litt vanskeligere enn det burde ha vært. Videre nå vil jeg snakke om individuelle oppgaver fra kartleggingsprøven, og diskutere elevenes feiltolninger.

## Elevenes feiltolkninger

Dessuten var det en deloppgave i prøven mange elever feiltolket, og her kan jeg godt akseptere at det var lett å feiltolke hva oppgaven spør om :

I oppgave b står det *Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet?*. Her var hensikten at elevene skulle oppfatte det som *Hva er sannsynligheten for å tape på to runder*

#### **Oppgave 4** (2.5 poeng)

I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- a) Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- b) Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

Figur 3: Oppgave 4

*på rad og deretter vinne på det tredje kastet?*, men mange oppfattet det som å vinne på tredje kastet uavhengig av hva som forekommer på de første to kast. Dermed ville svaret til neste del av deloppgaven, *Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på det tredje kast?*, være “like sannsynlig” og det var ofte det elevene besvarte. Det var heller ikke hjelpsomt når denne oppgaven telte 15% (dvs. 1.5 poeng) av hele prøven.

## Drøfting

Så hva var problemet med en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring? La oss tenke at klasserom er et sted hvor alle elever er tilnærmet like i hvordan de oppfatter matematikk, og hvor deres vanskeligheter ligger. Da er det selvfølgelig helt kurant og lage tydelige skriftlige tilbakemeldinger og fremovermeldinger i et format som passer for hele klassen. Det vil derimot bli problematisk

## Konklusjon

## Vedlegg 1 - Kartleggingsprøven i sannsynlighetsregning

Denne kartleggingsprøven (se neste side) ble brukt til å evaluere elever fra 10. trinn i følgende kompetanseområder

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagleg-dagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

# Test i sannsynlighetsregning

Klasse: 10 D

dato: 20/3-17

Navn:

## Oppgave 1 (1 poeng)

Du kaster en sekssidet terning en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

- a) fire
- b) minst 3 (Forkort svaret hvis det er mulig)

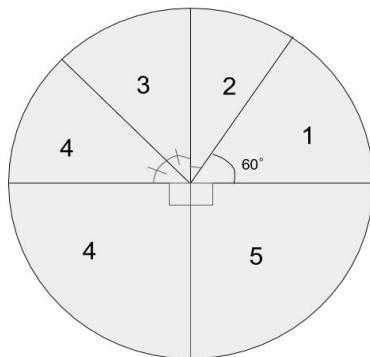
## Oppgave 2 (2 poeng)

- a) I rektangelet, vist under, er det 8 ruter. Hvis man trekker en tilfeldig rute, hva er da sannsynligheten for at ruten er grå? Forkort svaret hvis det er mulig.



- b) Sirkelen, vist under, er et lykkehjul. Alle numrene gir forskjellige vinnersjanser.

Ranger tallene fra størst til minst vinnersjanse. Skriv svarene i både brøkform, prosent og som desimaltall.



## Oppgave 3 (2 poeng)

Denne gangen kaster du to sekssidet terninger på en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

- a) To femmere
- b) Par (to like). Forkort svaret hvis det er mulig.

- c) Minst en sekser

#### **Oppgave 4** (2.5 poeng)

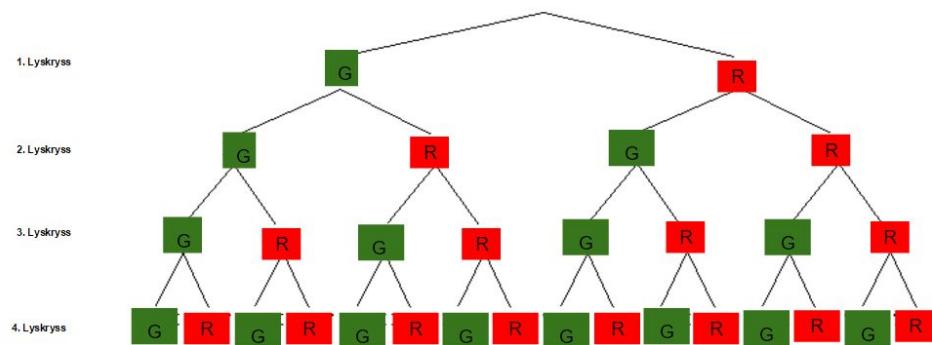
I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

#### **Oppgave 5** (2.5 poeng)

Sannsynligheten for å krysse et trafikklys med grønt lys er  $\frac{3}{5}$ .

- Hva er sannsynligheten for at du må vente i et lyskryss?
- Regn ut sannsynligheten for  $P(G,R,G,G)$  og gi en forklaring for hva denne sannsynligheten er?
- Regn ut sannsynligheten for  $P(2G \text{ og } R)$ .



**Slutt**

## Bibliografi

- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? I *Journal of Teacher Education* (5. utg., s. 389-407).
- Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. I *Nordisk Matematikkdidaktikk* (s. 8–12). Föreningen Nordisk Matematikkdidaktikk.
- Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. [http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/bestillingstorg/pdf/59447\\_kar\\_mat\\_007\\_innmat.pdf](http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/bestillingstorg/pdf/59447_kar_mat_007_innmat.pdf). (Aksessert på internett 06.05.2017)
- Brevik, L. & Blikstad-Balas, M. (2014). 'Blir dette vurdert lærer?'. Om vurdering for læring i klasserommet. I E. Elstad & K. Helstad (red.), *Profesjonsutvikling i skolen* (s. 1–13). Universitetsforlaget.
- Bråten, I., Thurmann, M. & Anne, C. (1998). Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis. I I. Bråten (red.), *Vygotsky i pedagogikken* (s. 123–143). Cappelen Akademisk Forlag.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. I (s. 375–402). *Journal of Mathematical Behavior*.
- Evang, H. (2017). *Vurdering for læring. Diagnostisk undervisning*. Fagdidaktikk samling uke 2. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)
- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. Routledge.
- Helle, L. (2007). *Læringsrettet vurdering*. Universitetsforlaget.
- Hoffmann, T. (2013). *Hva kan vi bruke kvalitativ forskning til?* <http://forskning.no/sosioologi/2013/09/hva-kan-vi-bruke-kvalitativ-forskning-til>. (Aksessert på internett 10.05.2017)
- Imsen, G. (2008). *Eleven verden. Innføring i pedagogisk psykologi*. Universitetsforlaget.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i pisa 2003*.
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning ?. Rapport fra klasseromforskningen. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi*. (s. 173–200). Fagbokforlaget.
- Manger, T. (2013). Motivasjon for skulearbeid. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi* (s. 145–169). Fagbokforlaget.
- Mercer, N. & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the Development of Children's Thinking*. Routledge.
- Olafsen, A. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk i klasserommet*. Universitetsforlaget.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (red.), *Matematikk for alle: Rapport fra Lamis 1. sommerkurs, Trondheim 6.-9. august 1998.* (s. 24–37). Landslaget for matematikk i skolen.

Smith, K. (2009). Samspillet mellom vurdering og motivasjon. I S. Dobson, A.B. Eggen & K. Smith (red.), *Vurdering, prinsipper og praksis. Nye perspektiver på elev- og læringsvurdering.* (s. 23–29). Gyldendal Akademisk.

Solvang, R. (1992). Kunnskaps- og forståelsestyper i matematikkklæringen. I *Matematikkdidatikk* (s. 75–105). NKI-Forlaget.

Spreemann, J. (2002). *Motivasjon - Selvakseptering - Selvrealisering.* [http://studorg.uv.uio.no/pedagogiskprofil/05\\_04\\_02.html](http://studorg.uv.uio.no/pedagogiskprofil/05_04_02.html). (Aksessert på internett 12.11.2016)

Säljö, R. (2013). Støtte til læring-tradisjoner og perspektiver. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi* (s. 53–79). Fagbokforlaget.

Tangen, R. (2010). Elevsamtalens betydning for tilpasset opplæring. I J. Buli-Jolmberg & S. Nilsen (red.), *Kvalitetsutvikling i tilpasset opplæring og spesialundervisning. Om forbedring av opplæringen for barn og unge med særskilte behov.* (s. 94–106). Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læringsstøttende prøver - Statistik, Sannsynlighet, Kombinatorikk - Matematikk 8. - 10. årstrinn Ressurhefte.* <https://www.udir.no/eksamen-og-prøver/prøver/provebanken/>. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)

Utdanningsdirektoratet. (2015a). *Fire prinsipper for god underveisvurdering.* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/om-vurdering/underveisvurdering/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015b). *Grunnleggende ferdigheter i matematikk.* [https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Grunnleggende\\_ferdigheter](https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter). (Aksessert på internett 06.05.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015c). *Nou 2015: 8. Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser.* <https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/nou-2015-8/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

William, D. (2010). The Role of Formative Assessments in Effective Learning Environments. I H. Dumont, D. Istance & F. Benavides (red.), *The Nature og Learning. Using Research to Inspire Practice.* (s. 153–159). OECD Publishing.

