

# Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynslighetsregning for 10. trinn?

Kandidatnummer : 8790

*FoU-arbeid i pedagogikk og fagdidaktikk 2  
til  
PPU3220*

*Praktisk pedagogisk utdanning : Del II*



*Utdanningsvitenskapelig fakultet  
Universitetet i Oslo*

*Juni 2017*

Antall ord : 3900 (ikke inkludert forside, litteraturliste og vedlegg)



“[...] part of the feedback given to pupils in class is like so many bottles thrown out to sea. No one can be sure that the message they contain will one day find a receiver.”

---

Philippe Perrenoud

## Introduksjon

I utredningen, *NOU 2015:8 Fremtidens skole*, vektlegges fagovergripende kompetanser, dvs. for eksempel lesing, skriving, utholdenhets, motivasjon, og å kunne planlegge, gjennomføre og vurdere egne læringsprosesser (Utdanningsdirektoratet, 2015d, s. 66) :

Utvalget anbefaler at fagovergripende kompetanser vektlegges i fremtidens skole. Siden det anbefales å integrere dem i fagene, vil informasjon om elevenes kompetanse i fag være viktig. Samtidig vil skoler, skoleeiere og nasjonale myndigheter ha behov for informasjon om elevenes utvikling av prioriterte fagovergripende kompetanser, for å kunne bidra til at de vektlegges i opplæringen. (Ludvigsen-utvalget 2015)

For å vektlegge fagovergripende kompetanser, er da informasjon om elevenes kompetanse i fag viktig. Denne informasjonen kan akkumuleres gjennom bruk av formativ vurdering og summativ vurdering. Gjennom underveisvurderingen, for eksempel, følges elevenes progresjon i faget over tid, og både læreren og elev får informasjon om oppnådd kompetanse (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 204). Hensikten med slik vurdering er å gi et grunnlag for å forbedre og videreutvikle kvaliteten på opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2015d, s. 92).

Jakt etter bevis på læring er helt grunnleggende innenfor området Vurdering for Læring (VfL) (Brevik & Blikstad-Balas, 2014, s. 1). Ifølge Brevik og Blikstad-Balas, dette “beiset” skal kunne brukes aktivt av læreren og elevene for å avgjøre hvor de er i sin læring, hva de bør jobbe videre med, og hvordan de kan gå fram for å få det til. Utdanningsdirektoratet (2015a, Vurderingsforskriften) har i tillegg definert fire prinsipper for hva som utgjør en god vurdering

- Forstår hva de skal lære og hva som er forventet av dem.
- Får tilbakemeldinger som forteller dem om kvaliteten på arbeidet eller prestasjonen.
- Får råd om hvordan de kan forbedre seg.
- Er involvert i eget læringsarbeid ved blant annet å vurdere eget arbeid og utvikling.

Gjennom min praksis har jeg laget og brukt en kartleggingsprøve i sannsynlighetsregning til å bestemme elevenes nivå og svakheter. Elevene har fått skriftlige tilbakemeldinger på sine besvarelser. Etter at elevene har fått tilbake sine besvarelser, har de fått muntlige tilbakemeldinger. Dette utgjør da den kvantitative dataen. Gjennom disse tilbakemeldinger har de fått anledning til å reflektere de skriftlige tilbakemeldingene og fått anledning til å ytre sine meninger og stilt spørsmål. Jeg har også observert de videre og stilt egne spørsmål, spørsmål som er relevant for deres besvarelser og spørsmål rundt deres misoppfattelser. Dette utgjør da den kvalitative dataen. Gjennom disse samtalene har jeg dannet en profesjonsetisk evaluering av min egen praksis, og stiller derfor følgende spørsmål til min problemstilling :

## Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynslighetsregning for 10. trinn?

Med vurderingsarbeidet mener jeg følgende :

- Kartlegging av elevers og klassens forståelse og nivå
- Bruk av tilbakemeldinger og fremovermeldinger
- Konkretisering av mål, både kortsiktig og langsiktig mål
- Elevdeltagelse i egen vurdering

Det siste punktet kan også tolkes under paragraf §3-4 i opplæringsloven. Her står det følgende :

Elevane, lærlingane, praksisbrevkandidatane og lærekandidatane skal vere aktivt med i opplæringa. (Kapittel 3, lovdata.no)

Dette blir enda stekere vektlagt for elever som har rett til spesial undervisning. I paragraf §5-1, står det :

I vurderinga av kva for opplæringstilbod som skal givast, skal det særleg leggjast vekt på utviklingsutsiktene til eleven. (Kapittel 5, lovdata.no)

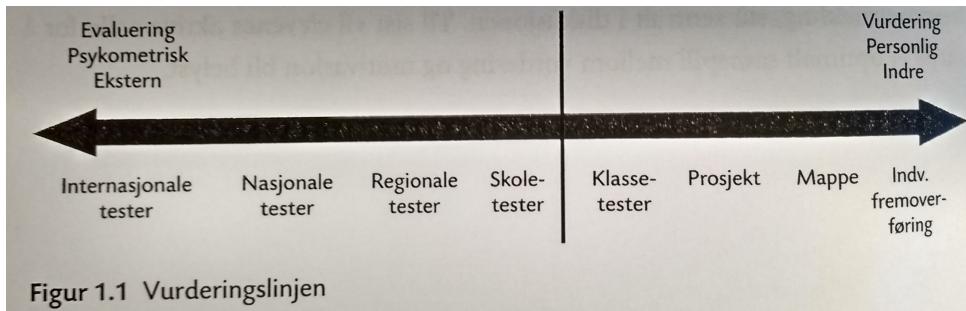
Her kan jeg som lærer bidra til dette gjennom vurdering for elevens læring. Sammen med eleven kan vi sette konkrete mål, og jobbe mot disse målene. Ved å ta dette som utgangspunkt, vil jeg nå redegjøre for hva litteraturen sier. Jeg vil deretter trekke frem noen besvarelser og tilbakemeldinger. Disse vil jeg drøfte i lys av fagdidaktisk og pedagogisk teori, og tilslutt vil jeg se hvordan jeg kan bruke dette videre i mitt undervisningsarbeid.

Den britiske pedagogen Dylan William, skriver at det er ikke tilbakemeldingen som er viktig men prosessen som iverksettes som følge av tilbakemeldingen (William, 2010, s. 138). Dermed søker også jeg etter Williams synspunkt, å iverksette prosessen som hjelper eleven å utvikle seg i faget og bli mer selvstendig. For at jeg skal danne et godt bilde av både mine enkelte elever og hele klassen som helhet, tilbyr kartleggingsprøver en god oversikt. Her kan jeg som tilrettelegger endre min praksis for å imøtekommne elevene hvor de er i sin læring.

## Teoretisk bakgrunn

Smith (2009, s. 3) beskriver hvordan vurderingslandskapet forandrer seg, fra internasjonale tester til individuell fremoverføring. Gjennom *vurderingslinjen* (se figur 1) beskriver hun hvordan informasjonen går fra å evaluere en nasjon i forhold til andre nasjoner, skoler i distrikter, og til slutt på lokalt nivå fra klasser i skolen til enkelt elever i en klasse. Ofte vil politiske styringsorganer befinne seg på venstre siden av vurderingslinjen, og lærere og elever på høyre siden. Men tiltross for det, for undervisere er det viktig å ha oversikt over internasjonale resultater, gjennom f.eks. PISA undersøkelsen<sup>1</sup>. Her kan resultatene ha noe å si om elevenes prestasjoner

<sup>1</sup>I PISA-undersøkelsen blir norske 15-åringar sammenliknet med jevnaldrende ungdommer i andre OECD-land innen tre sentrale kompetanseområder: matematikk, lesing og naturfag.



Figur 1: Vurderingslinjen. Kilde: Smith (2009).

i ulike fagområder henger sammen med ulike bakgrunnsvariabler (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe & Turmo, 2004, s. 11).

En annen undersøkelse, TIMMS, brukes til å evaluere elever helt fra 4.trinn til andre året på videregående skole. Metastudiet (Grønmo & Olsen, 2006) baserer seg på resultater fra både TIMMS og PISA. Forskerne Grønmo og Olsen, skriver blant annet at det er interessant å merke forskjellene i resultatene mellom disse to studiene. Mens PISA fokuserer på oppgaver rettet nærmere mot virkeligheten, med tabeller og figurer tatt fra virkelige kontekster, har TIMMS større fokus på ren matematikk. Studiet konkluderer med, for at elevene skal gjøre det bedre i anvendt matematikk, trenger de en solid fundament i grunnleggende ferdigheter, deriblant tall og tallforståelse (Grønmo & Olsen, 2006). Dette har også jeg selv observert gjennom karleggingsprøven. Det var spesielt i oppgave 2.b (se vedlegg 1) at elevenes svakheter i tallforståelse kom tydelig fram.

For eleven derimot er det endatil viktigere å ha informasjon om egen læringsprosess, og denne informasjonen er kritisk for en lærer for å vurdere sin egen undervisningspraksis. I læringsrettet vurdering stilles det strengere krav til lærerers evner som evaluator. Holdning til vurdering forandrer fra en læringsteori til en annen. Det kan være interessant å se på lærerens læringssyn. Her er følger to eksempler på forskjellige læringssyn.

## Læring som overføring av kunnskap eller en relasjonell prosess

I behavioristisk læringsteori foregår læring ved overføring av kunnskap, uavhengig av relasjonen mellom lærer og elev. Elev blir anskuet som et tomt kar, som det er lærerens jobb å fylle med kunnsakp. I et slikt læringssyn er vurdering i seg selv relativt ukomplisert, siden da gjelder det å formulere sine tilbakemeldinger på en så presis og elevtilpasset måte som mulig. Derimot forventes det da at eleven tar til seg tilbakemeldingene og bruker dem til å rette seg etter. Tilbakemeldingene vil da være begrenset til spesifikke svakheter relatert til faget eller kompetansemål. I artikelen Fosse (2014, s.431), skriver hun at utstrakt bruk av individuell veiledning kan føre til manglende inkludering. Siden individualiserte metoder krever stor selvstendighet hos elevene, vil elever som har vansker med selvregulært læring falle utenfor. Videre er betinging sentralt i behaviorismens syn på læring (Säljö, 2013, s. 74). Ved ønsket atferd belønnes handlingen. Dette referes som forsterking (Helle, 2007, s. 22). Innenfor vurderingskontekten er hensikten å motivere elevene. Dermed er karakteren en forsterker for noen og straff for andre. Gjennom egen praksis, både som observatør og sensor i muntlig eksamen, har jeg sett at for noen elever kan karakterer være både motiverende og en drivkraft i seg selv. Derimot har jeg også observert at det kan ha en ødeleggende effekt. Smith skriver at det ligger innenfor lære-

rens profesjonelle ansvar å prøve å komme frem til det optimale sampillet mellom vurdering og motivasjon (Smith, 2009, s. 23).

Så hva er problemet med en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring? La oss tenke at klasserom er et sted hvor alle elever er tilnærmet like i hvordan de oppfatter matematikk og hvor deres vanskeligheter ligger. Da er det selvfølgelig helt kurant å lage tydelige skriftlige tilbakemeldinger og fremovermeldinger, i et format som passer for hele klassen. Dessverre så finnes det ikke slike klasserom, med mindre elever er oppdelt etter nivå. Permanent nivådelt undervisning strider mot det overordnede prinsippet tilpasset opplæring (Fosse, 2014, s. 426). Fosse kaller dette for organisatorisk differensiering:

[...]. Til vanlig skal organisering ikke skje etter faglig nivå, kjønn eller etnisk tilhørighet. (Opplæringsloven)

Hun referer til metastudie (Hattie, 2009) når hun skriver at de flinke elevene kan dra nytte av organisatorisk differensiert undervisning, men det har ikke ønsket effekt for elever som strever med faget (Fosse, 2014, s. 423; Olafsen & Maugesten, 2015, s. 168). Ifølge opplæringsloven skal alle elever få en opplæring tilpasset etter deres evner og forutsetninger. Et annet problem med en slik tilnærming er at elevens deltagelse i egen utvikling blir fraværende i et slikt rigid system. Siden eleven er kun en mottager, kan eleven ikke være med og aktivt delta i egen vurdering.

Sett fra det relasjonelle perspektivet i sosiokulturell teori, består det i å veilede elevene i den nærmeste utviklingssonen. Den *nærmeste utviklingssonen* beskriver en sone som ligger i mellom en elevs kognitive ferdigheter, dvs. hva de kan oppnå selvstendig uten hjelp, og elevens potensielle utvikling, dvs. hva en elev kan få til eller forstå gjennom veiledning (Bråten, Thurmann & Anne, 1998, s. 125; Säljö, 2013, s. 75). Bruk av ”scaffolding“ eller stillasbygging (Bråten et al., 1998) er da viktig for å knytte fagbegreper og teori til elevenes forkunnskaper. Vurderingsarbeidet vil derfor også gi den forskende lærer (Helle, 2007, s. 19) verdifull informasjon om sin egen didaktiske tilrettelegging.

En av sentrale styringsrammene for norsk utdanningspolitikk og skolepraksis er prinsippet om tilpasset opplæring. Opplæringen skal ivareta sentrale verdier som inkludering, variasjon, sammenheng, relevans, verdsetting, medvirkning og erfaringer. Dette skal operasjonaliseres av undervisere gjennom differensiering (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 169). Undervisningen må, ved hjelp av differensiering, tilfredsstille alle elevenes tilretteleggingsbehov i klassen, fra elever med matematikkvansker (dyskalkuli) til evnerike elever. Når en lærer jobber med elever hvor spennet er så pass stort, med andre ord at elevene utgjør en heterogen gruppe, da kan heller ikke undervisningen være homogenisert. Jeg kan derfor allerede nå påstå at en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring vil tydeligvis ikke oppfylle prinsippet om tilpasset opplæring.

Videre nå vil jeg gjennomgå bakgrunn for kartleggingsprøven, deretter vil jeg oppsummere gjennomføringen og resultatene. Disse resultatene vil jeg drøfte i lys av pedagogisk og fagdidaktisk teori, og tilslutt vil jeg se hvordan jeg kan bruke dette videre i mitt undervisningsarbeid.

## Metode & Gjennomføring

Nordahl skriver at utfordringen er ikke at skolen mangler data, men at data ofte i lite grad blir systematisk analysert og senere aktivt brukt for å forbedre praksisen (Helle, 2007, s. 9, i Forord). I denne oppgaven er dataen innsamling av elevbesvarelser og mine egne skriftlige

tilbakemeldinger. Jeg har valgt å fremheve noen av disse skriftlige tilbakemeldinger for å analysere min egen praksis. Dataen er også ment til å brukes i læringsrettet kontekst, der elevene kan få individuelle tilbakemeldinger og fremovermeldinger.

Videre har jeg også valgt å benytte meg av kvalitativ forskningsmetode. Ved kvalitative metoder får en ofte anledning til å gå mere i dybden på materialet og man kommer tett på subjektene, men derfor er metoden også mere ressurskrevende og man må derfor begrense antall forsøksobjekter. Forskerne kaller det å "mette" materialet, noe som vil si flere intervjuer neppe vil avdekke noe avgjørende nytt (Hoffmann, 2013). Jeg har hatt personlige samtaler med 10 av 20 elever som tok kartleggingstesten. Elevene hadde ulike resultater og derfor også ulike former for tilbakemeldinger og fremovermeldinger.

Jeg valgte å fokusere på elevenes kunnskap rundt følgende kompetansemål (utdanningsdirektoratet, 2013) :

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagleg-dagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

Ved design av kartleggingsprøven i sannsynlighet, ble disse kompetansemålene brukt som veiledning til utformingen av kartleggingsprøven.

## Kartleggingsprøven i sannsynlighetsregning

Før kartleggingsprøven ble brukt, jobbet elevene en uke med sannsynlighetsregning. Med mine observasjoner fra denne uken og kompetansemålene, utformet jeg testen sammen med en annen praksisstudent. Henikten med kartleggingsprøven var å få oversikt over elevers ferdigheter i sannsynlighetsregning og hjelpe de med å avdekke deres svakheter og misoppfattelser.

I tabellen fra figur 2, kartlegger Skovsmose (1998) type oppgaver etter det han kaller *oppgaveparadigmet*:<sup>2</sup> klassiske åpne og lukkede oppgaver vs. *undersøgelseslandskaber* eller utforskende oppgaver. I tabellen tallfester han disse oppgavetyppene etter i hvilken grad de er tilnærmet virkeligheten. Jeg kommer til å bruke tabellen og klassifiseringen til Olafsen og Maugesten (2015, s. 215) når jeg drøfter oppgavene fra kartleggingsprøven (se Vedlegg 1).

## Resultater & Drøfting

Når elever skal vurderes så kan dette gjøres på flere måter:

- Normalfordeling og fast poengsum : da blir vurderingsgrunnlaget *de andre elevenes prestasjoner*. Dette blir også referert som relativ vurdering. Vurdering av en individ avhenger da av de andre elevenes prestasjoner. Ved fast poengsum innebærer det at det er etter poeng oppnåelse eleven blir vurdert. Da vil karakterene avgjøres ut ifra hvor mye poengsum eleven har klart å oppnå. Her vil ofte vanskelig oppgaver bli vektlagt mer enn enkelere oppgaver.

<sup>2</sup>Skovsmose (1998) beskriver oppgaveparadigmet som et læringsmiljø der læreren innleider med å gjennomgå nytt stoff, deretter gjennomgås utvalgte oppgaver, hvor elever regner oppgaver, enten individuelt eller i grupper. *En matematikkundervisning, der er strukturert etter oppgaveparadigme, føjer seg ind i «oppgavediskursen»* (Skovsmose, 1998, s. 28).

	Opgave-Paradigmet	Undersøgelses-landskaber
Referencer til «ren» matematik	(1)	(2)
Semi-referencer til «virkeligheden»	(3)	(4)
Reelle referencer	(5)	(6)

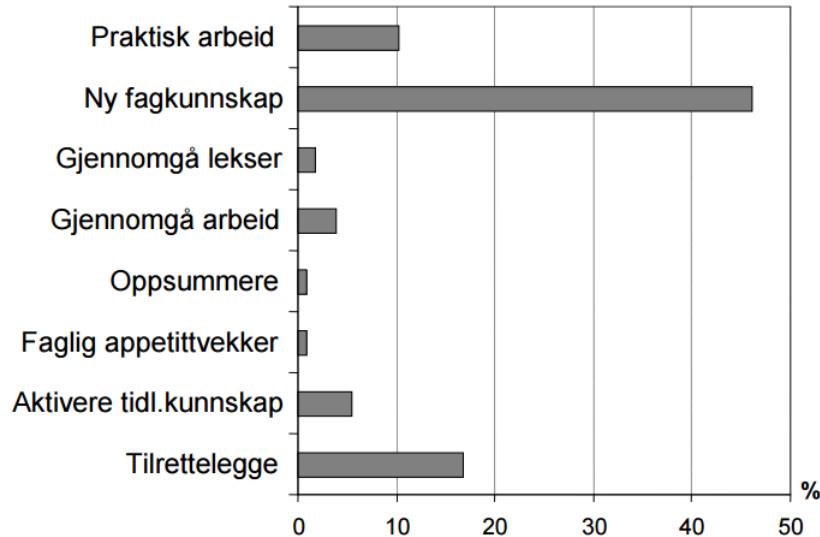
Figur 4: Læringsmiljøer.

Figur 2: Kilde: Skovsmose (1998).

- Individrelatert kriterier : da vurderes eleven utelukkende i forhold til sine egne forutsetninger og tidligere prestasjoner. I grunnskolen skal vurderingen uten karakterer i hovedsak være individrelatert (Helle, 2007, s. 25).
- Målrelatert kriterier : kvalitetsstandarden blir da en didaktisk kontretisering av kompetansemål. I grunnskolen skal vurderingen med karakterer skje etter målrelaterte kriterier (Helle, 2007, s. 26).
- Kompetansemål : da vurderes elevene utfra hvilket nivå eller trinn (i henhold til Bloom's taksonomi) de demonstrerer i sin oppnåelse av kompetansemålene.

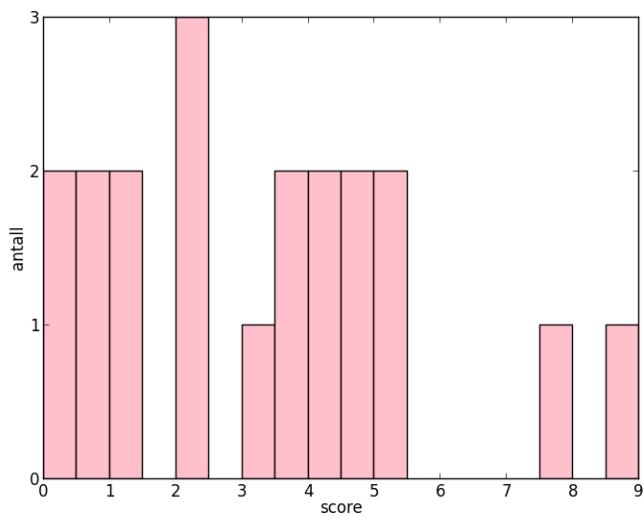
Jeg er nok enig i at bruken av individrelatert vurdering er en god vurderingsgrunnlag i situasjoner der karakterer ikke brukes. Denne vurderingsformen oppfyller kriterier for god vurdering, siden den brukes til å fortelle eleven hvor hen befinner seg i sin faglig progresjon. Når lærer og elev sammen setter individuelle mål, både nærliggende og langsiktet, da vil eleven gjennom et slikt vurderingsgrunnlag få konkrete tilbakemeldinger og fremovermeldinger som fokuserer på nettopp elevens prestasjoner og målsettinger som hen har laget sammen med læreren (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 200). Det kan også være fordelsaktig å koble målsettingene til kompetansenivå eleven demonstrerer og jobbe mot høyre kompetansenivå. For eksempel diskutere er et høyt kompetansenivå, der eleven kan trekke sammnenhenger og redegjøre for sine tanker om en problemstilling. I motsetning er å beskrive et middels kompetansenivå (i Bloom's taksonomi).

Siden min hensikt var å kartlegge elevenes svakheter og styrker, da er det passende å isteden bruke individrelaterte kriterier og koble inn kompetansemålene. Til en kartleggingsprøve så er det vanskelig å trekke inn individrelaterte kriterier med mindre lærer har godt kjennskap til eleven på forhånd. Jeg koblet dessverre ikke inn kompetansemålene heller, noe som det bør brukes mer av. Gjennom noen av mine samtaler med elever, oppdaget jeg fort at det var få som trakk forbindelsen mellom egen læring og koblingen til kompetansemålene. For undervisere regnes det som en god praksis at elevene er alltid bevisste om hvorfor de lærer det de lærer og hvor de er på vei. Klette (2013, s. 136) beskriver en god undervisningssekvens der lærere klarer å balansere mellom tilegnelses-, utprøvings-, og konsolideringssituasjoner. Ifølge Klette har norske klasserom ensidige tendenser i bruken av varierte arbeidsmåter. Slik det kan ses fra figur 3, er det for eksempel lite konsolideringssituasjoner. Lærernes metalæringsaktiviteter regnes som særlig avgjørende for å sikre elevenes læring (Klette, 2013, s. 186). Å bruke dette som et fast organiserende prinsipp, blir derimot sjeldent gjennomført (Ødegaard & Arnesen, 2010, s. 26).



Figur 3: Oversikt over naturfaglærernes undervisningstilbud til elevene fra PISA+ studie. Kilde: Ødegaard og Arnesen (2010).

Før resultatene til kartleggingsprøven var jeg informert av min veileder om at klassens snitt lå et sted mellom karakter 2 og 3. Dermed forventet jeg også at elevene ville prestere lavt på kartleggingsprøven. På figur 4 kan vi se at mange elever ligger under en score på 4 ut av 10, med en gjennomsnitt på circa 3. Det var 2 blanke besvarelser og 7 av 27 elever var ikke til stede.



Figur 4: Resultater fra kartleggingsprøven - Oversikt over score

Det var på forhånd avtalt med elevene at kartleggingsprøven var ikke en del av summativ vurdering, men skulle brukes som den del av formativ vurdering. Derimot, siden jeg hadde ikke valgt å gi elevene enn slutt vurdering, annet enn en poengsum, hadde det en mulig uheldig effekt.

Fra mine observasjoner og samtaler med elevene kom det frem at noen av elevene anstrengte ikke like hardt som de ellers ville ha gjort hvis kartleggingsprøven var en "virkeligprøve. Jeg hadde dessuten veklagt de "vanskelige" oppgavene mye mer enn de "enkle". Nesten alle elever på tvers av nivå og ferdigheter hadde problemer med å løse disse oppgavene og veldig få klarte å gå over en score på 5 ut av 10. Dermed fikk jeg ikke veldig mye informasjon om elevene gjennom poengsum. Ofte var det de over middelssterke elevene i klassen som tangerte mot 5 i poengsum. Kun en elev klarte å oppnå en score på 8.5. Videre nå vil jeg snakke om individuelle oppgaver fra kartleggingsprøven og diskutere elevenes feiltolninger. Det er viktig å merke at hvis dette en prøve så ville det ha vært viktig å skape situasjoner der elever kan vise mestring (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 199). Siden dette var en kartleggingsprøve var fokuset isteden rettet mot å avklare elevens misoppfattelser og få en oversikt over hvor elever ligger i sin læringsprosess. Her vil jeg derfor påstå at det er viktig å gjøre et slikt skille, men det bør selvfølgelig skapes litt rom for å la elevene kjene på mestringsfølelsen. Dette vil jeg ta hensyn til videre i vurderingsarbeidet.

## Elevenes feiltolkninger

Ifølge Brekke (2002, s. 15) og Olafsen og Maugesten (2015, s. 170) kan diagnostiske oppgaver bli brukt til å identifisere og fremheve misoppfatninger som elevene har utviklet, gi læreren informasjon om elevenes løsningsstrategier og måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene. Gjennom blant annet kartleggingsprøver får elever muligheter til å uttrykke sine skriftlige ferdigheter i matematikk. Å skrive matematikk regnes som en av grunnleggende ferdighetene. Det innebærer blant å beskrive og forklare egen tankgang, å lage tegninger og skissere grafer. Skriving i matematikk blir sett på som et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2015b).

Pyskologene Daniel Kahneman og Amos Tversky har satt fram en teoretisk ramme for å undersøke læring av sannsynlighet og statistikk. Deres tese er at mennesker uten erfaring, refleksjon og innsikt i statistikk, bruker følgende strategier for å bedømme sannsynlighet (Utdanningsdirektoratet, 2013; Evang, 2017):

- Representativitet : små utvalg skal representer den fordelingen som finnes i populasjonen
- Tilgjengelighet : sannsynlighet bedømmes ut fra hvor lett det er å huske spesielle tilfeller
- Resultatorientering : utfallet kan forutses, som ved en deterministisk prosess
- Konjunksjonsfellen : sannsynligheten for at to hendelser inntreffer samtidig er mindre enn sannsynligheten for at en av hendelsene inntreffer.
- Generelt vanskeligheter med betinget sannsynlighet : dvs. vanskeligheter med sannsynligheter hvor et utfall avhenger av foregående utfall. Imotsetning er utbetinget sannsynlighet utfall der en begivenhet forekommer uavhengig av tidligere utfall.

Dette er ofte misoppfattelser som også ligger hos elever med ulike faglig bakgrunn.

Det var en deloppgave i kartleggingsprøven som mange elever feiltolket (se figure 5), og det er godt mulig å akseptere at oppgaveteksten kan tolkes på en annen måte enn tilskiktet. I oppgave b står det *Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet?*. Her er hensikten at at utfallet

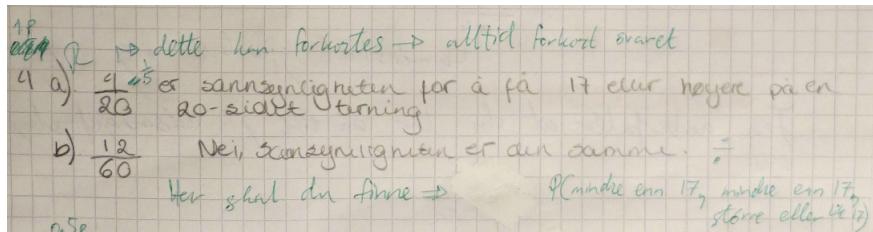
#### **Oppgave 4** (2.5 poeng)

I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

Figur 5: Oppgave 4

avhenger av to foregående utfall er resultatet er tap. Dvs. : *Hva er sannsynligheten for å tape på to runder på rad og deretter vinne på det tredje kastet?*. Mange oppfattet det som å vinne på tredje kastet uavhengig av hva som forekommer på de første to kast. Dermed ville svaret til neste del av deloppgaven, *Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på det tredje kast?*, være “like sannsynlig” og det var ofte det elevene besvarte. Derimot tilross for at en del av elevene svarte like sannsynlig, førte de opp sannsynligheter som ikke samsvarer med deloppgave 4.a. Dermed viste de at de hadde vansker med betinget sannsynlighet og at deres svar var valgt basert på feiloppfattelser om betinget sannsynlighetsregning. For eksempel i figur 6 har eleven gangt svaret fra deloppgave a med 3 i både nevner og teller. Tiltross for at eleven tror at svaret skal være samme som i deloppgave a, forsøker eleven å manipulere uttrykket. Etter å ha snakket muntlig med eleven viste det seg at eleven tenkte at siden sannsynligheten befinner seg i tredje trinn i utfallstreet, så er det tilstrekkelig å gange svaret fra deloppgave a med 3 i teller og nevner. Her var det flere ting som kom fram som viste at eleven hadde både problemer med betinget sannsynlighet men også tallforståelse. Dette ble også lagt merke til fra elevens besvarelse i deloppgave 3 b. Derimot var det lovende at eleven kunne visualisere for seg at hvor sannsynligheten befant seg i utfallstreet.



Figur 6: Oppgave 4

I oppgave 4.b har elevene anledning til å demonstrere høyt kompetansenivå. Dessverre er formuleringen ikke godt nok til å trekke elevene inn i et diskurs. Her burde det gjerne ha blitt lagt til en bisetning, som for eksempel “Kan du gi en forklaring?”. Med slike spørsmål er det lettere å oppdage elevenes feiltolkninger, fordi da slipper en å få besvarelser som er enten “ja” eller “nei”. Oppgave 5.b var bedre formulert (se vedlegg 1). Her kreves det eksplisitt en forklaring fra elevene. Dette er en fin øvelse for elever å demonstrere at de har forstått bruken av utfallstreet. Det var derimot få elever som fikk til oppgaven, og enda fåere som prøvde å gi en forklaring. Etter å ha snakket med elevene som forsøkte å løse oppgaven, var forklaringen deres at enten så overså de krav om begrunnelsen, eller de var ikke sikker på forklaringen. De som overså krav om begrunnelsen, neglisjerte denne delen av oppgaven fordi de fikk ikke med seg at det skulle legges til en forklaring, og de andre svarte at en forklaring var ikke viktig å få med.

b) minst  $3 = \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$   $\therefore$  Husk at tre er et mulig utfall  
 $\frac{9}{6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \{3, 4, 5, 6\} \Leftrightarrow$

Figur 7: Oppgave 1

3)	1	2	3	4	5	6	
1	X				X		$a = \frac{1}{36} \quad R$
2		X		X			$b) \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad R \div \text{pass på slurrefeil}$
3			X				$c) \frac{11}{36} \quad R \text{ Helt riktig!}$
4				X	X		Bra at du har tatt utfallsstømmet!
5					X	X	
6	X	X	X	X	X	X	

Figur 8: Oppgave 3

## Tilbakemeldinger

William redegjør for hvorfor tilbakemeldinger noen ganger kan føre til senking i elvenes ytelse. Han referer til Kluger og DeNisi (1996), når han summerer opp

[...] feedback was least effective when it focused on the task in hand, and more effective when it focused on the details at hand, and most effective when it focused on the details of the task and involved goal-setting. (William, 2010, s. 140)

Et problem som jeg opplevde med kartleggingsprøven var at elever demonstrerte ikke like sterkt engasjement i å besvare riktig. Jeg snakket med en av de sterke elevene som jeg har tidligere observert i timene. Jeg spurte hen hvorfor hen ikke hadde besvart en spesifikk oppgave og hen svarte med å si at oppgaven var lett, men hen ”orket” ikke å gå gjennom den. Grunnen hen oppga var at siden det ikke var en prøve, hadde det ikke så mye betydning. Dette samsvarer

oppgave 5

$a) \frac{2}{5} \quad 0.5P \quad R$

$b) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{11}{5} = 2 \frac{1}{5} \quad 100\% ?$

kan samsvaret bli sterkeere  
 Løper står da bruke multiplikasjonsregelen  
 Nei!

Figur 9: Oppgave 5

Husk at utfallsrommet kan aldri bli større enn  $100\% = 1$  (på decimal form). Dette kan du bruke som kontroll for om du har riktig svar.

Jobb mer med oppgaver om multiplikasjonsregelen og addisjonsregelen. Se også løsningsforslaget på Showbie.

Figur 10: Tilbakemelding og fremovermelding

godt med det Brevik og Blikstad-Balas (2014, s. 3) skriver : *Vurdering kan ha en betydelig påvirkning på hvordan elever jobber, fordi de oppfatter det som vurderes som det eneste "som teller".*

## Konklusjon

## Vedlegg 1 - Kartleggingsprøven i sannsynlighetsregning

Denne kartleggingsprøven (se neste side) ble brukt til å evaluere elever fra 10. trinn i følgende kompetanseområder

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagligdagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

# Test i sannsynlighetsregning

Klasse:

dato:

Navn:

## Oppgave 1 (1 poeng)

Du kaster en sekssidet terning en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

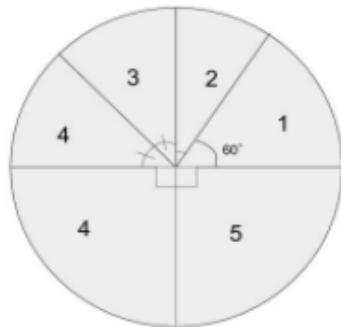
- a) fire
- b) minst 3 (Forkort svaret hvis det er mulig)

## Oppgave 2 (2 poeng)

- a) I rektangelet, vist under, er det 8 ruter. Hvis man trekker en tilfeldig rute, hva er da sannsynligheten for at ruta er grå? Forkort svaret hvis det er mulig.



- b) Sirkelen, vist under, er et lykkehjul. Alle numrene gir forskjellige vinnersjanser. Ranger tallene fra størst til minst vinnersjanse. Skriv svarene i både brøkform, prosent og som desimaltall.



## Oppgave 3 (2 poeng)

Denne gangen kaster du to sekssidet terninger på en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

- a) To femmere
- b) Par (to like). Forkort svaret hvis det er mulig.

- c) Minst en sekser

#### **Oppgave 4** (2.5 poeng)

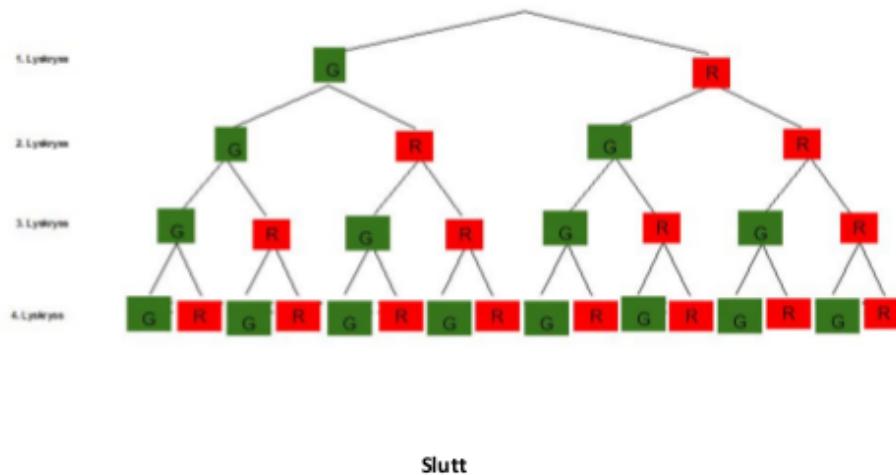
I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

#### **Oppgave 5** (2.5 poeng)

Sannsynligheten for å krysse et trafikklys med grønt lys er  $\frac{3}{5}$ .

- Hva er sannsynligheten for at du må vente i et lyskryss?
- Regn ut sannsynligheten for  $P(G,R,G,G)$  og gi en forklaring for hva denne sannsynligheten er?
- Regn ut sannsynligheten for  $P(2G \text{ og } R)$ .



## Bibliografi

- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? I *Journal of Teacher Education* (5. utg., s. 389-407).
- Björqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. I *Nordisk Matematikkdidaktikk* (s. 8–12). Föreningen Nordisk Matematikkdidaktikk.
- Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. [http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/bestillingstorg/pdf/59447\\_kar\\_mat\\_007\\_innmat.pdf](http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/bestillingstorg/pdf/59447_kar_mat_007_innmat.pdf). (Aksessert på internett 06.05.2017)
- Brevik, L. & Blikstad-Balas, M. (2014). 'Blir dette vurdert lærer?'. Om vurdering for læring i klasserommet. I E. Elstad & K. Helstad (red.), *Profesjonsutvikling i skolen* (s. 1–13). Universitetsforlaget.
- Bråten, I., Thurmann, M. & Anne, C. (1998). Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis. I I. Bråten (red.), *Vygotsky i pedagogikken* (s. 123–143). Cappelen Akademisk Forlag.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. I (s. 375–402). *Journal of Mathematical Behavior*.
- Engh, R. (2011). Tilpasset opplæring og elevvurdering. I *Vurdering for læring i skolen. På vei mot en bærekraftig vurderingskultur* (s. 160–166). Høyskoleforlaget.
- Evang, H. (2017). *Vurdering for læring. Diagnostisk undervisning*. Fagdidaktikk samling uke 2. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)
- Fosse, B.O. (2014). Undersøgelseslandskaber. I I.J.H.S..L. Wittek (red.), *Pedagogikk – en grunnbok* (s. skriv side tall). Cappelen Damm Akademisk.
- Grønmo, L.S. & Olsen, R.V. (2006). Kap. 12: Matematikkprestasjoner i TISS og PISA. Ren og anvendt matematikk. I L.B. B. Brock-Utnæ (red.), *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør. Innføring i flerkulturell og komparativ pedagogikk, utdanning og utvikling*. (s. 160–173). Bergen: Fagbokforlaget.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.
- Helle, L. (2007). *Læringsrettet vurdering*. Universitetsforlaget.
- Hoffmann, T. (2013). *Hva kan vi bruke kvalitativ forskning til?* <http://forskning.no/sosiologi/2013/09/hva-kan-vi-bruke-kvalitativ-forskning-til>. (Aksessert på internett 10.05.2017)
- Imsen, G. (2008). *Elevenes verden. Innføring i pedagogisk psykologi*. Universitetsforlaget.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*.

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning ?. Rapport fra klasseromforskningen. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi*. (s. 173–200). Fagbokforlaget.

Manger, T. (2013). Motivasjon for skulearbeid. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi* (s. 145–169). Fagbokforlaget.

Mercer, N. & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the Development of Children's Thinking*. Routledge.

Olafsen, A. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidatikk i klasserommet*. Universitetsforlaget.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (red.), *Matematikk for alle: Rapport fra Lamis 1. sommerkurs, Trondheim 6.-9. august 1998*. (s. 24–37). Landslaget for matematikk i skolen.

Smith, K. (2009). Samspillet mellom vurdering og motivasjon. I S. Dobsen, A.B. Eggen & K. Smith (red.), *Vurdering, prinsipper og praksis. Nye perspektiver på elev- og læringsvurdering*. (s. 23–29). Gyldendal Akademisk.

Solvang, R. (1992). Kunnskaps- og forståelsestyper i matematikkklæringen. I *Matematikkdidatikk* (s. 75–105). NKI-Forlaget.

Spreemann, J. (2002). *Motivasjon - Selvakseptering - Selvrealisering*. [http://studorg.uv.uio.no/pedagogiskprofil/05\\_04\\_02.html](http://studorg.uv.uio.no/pedagogiskprofil/05_04_02.html). (Aksessert på internett 12.11.2016)

Säljö, R. (2013). Støtte til læring-tradisjoner og perspektiver. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi* (s. 53–79). Fagbokforlaget.

Tangen, R. (2010). Elevsamtalens betydning for tilpasset opplæring. I J. Buli-Jolmberg & S. Nilsen (red.), *Kvalitetsutvikling i tilpasset opplæring og spesialundervisning. Om forbedring av opplæringen for barn og unge med særskilte behov*. (s. 94–106). Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læringsstøttende prøver - Statistik, Sannsynlighet, Kombinatorikk - Matematikk 8. - 10. årstrinn Ressurhefte*. <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/provebanken/>. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)

Utdanningsdirektoratet. (2015a). *Fire prinsipper for god underveisvurdering*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/om-vurdering/underveisvurdering/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015b). *Grunnleggende ferdigheter i matematikk*. [https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Grunnleggende\\_ferdigheter](https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter). (Aksessert på internett 06.05.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015c). *Læreplan i matematikk fellesfaget etter 10. årssteget*. <https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Kompetansemål/kompetansemål-etter-10.-arssteget>. (Aksessert på internett 28.02.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015d). *Nou 2015: 8. Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser*. <https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/nou-2015-8/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

William, D. (2010). The Role of Formative Assessments in Effective Learning Environments. I H. Dumont, D. Istance & F. Benavides (red.), *The Nature og Learning. Using Research to Inspire Practice*. (s. 153–159). OECD Publishing.

Ødegaard, M. & Arnesen, N. (2010). Hva skjer i naturfagklasserommet? – resultater fra en videobasert klasseromsstudie; PISA+. Nordic Studies in Science Education.

