

Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynlighetsregning for 10. trinn?

Kandidatnummer : 8790

*FoU-arbeid i pedagogikk og fagdidaktikk 2
til
PPU3220*

Praktisk pedagogisk utdanning : Del II



*Utdanningsvitenskapelig fakultet
Universitetet i Oslo*

Juni 2017

Antall ord : 3990 (ikke inkludert forside, litteraturliste og vedlegg)

“[...] part of the feedback given to pupils in class is like so many bottles thrown out to sea. No one can be sure that the message they contain will one day find a receiver.”

Philippe Perrenoud

Introduksjon

I utredningen, *NOU 2015:8 Fremtidens skole*, vektlegges fagovergripende kompetanser, dvs. for eksempel lesing, skriving, utholdenhets, motivasjon, og å kunne planlegge, gjennomføre og vurdere egne læringsprosesser (Utdanningsdirektoratet, 2015c, s. 66) :

Utvalget anbefaler at fagovergripende kompetanser vektlegges i fremtidens skole. Siden det anbefales å integrere dem i fagene, vil informasjon om elevenes kompetanse i fag være viktig. Samtidig vil skoler, skoleiere og nasjonale myndigheter ha behov for informasjon om elevenes utvikling av prioriterte fagovergripende kompetanser, for å kunne bidra til at de vektlegges i opplæringen. (Ludvigsen-utvalget 2015)

For å vektlegge fagovergripende kompetanser, er da informasjon om elevenes kompetanse i fag viktig. Denne informasjonen kan akkumuleres gjennom bruk av formativ vurdering og summativ vurdering. Gjennom underveisvurderingen, for eksempel, følges elevenes progresjon i faget over tid, og både læreren og elev får informasjon om oppnådd kompetanse (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 204). Hensikten med slik vurdering er å gi et grunnlag for å forbedre og videreutvikle kvaliteten på opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2015c, s. 92).

Jakt etter bevis på læring er helt grunnleggende innenfor området Vurdering for Læring (VfL) (Brevik & Blikstad-Balas, 2014, s. 1). Ifølge Brevik og Blikstad-Balas, dette “beiset” skal kunne brukes aktivt av læreren og elevene for å avgjøre hvor de er i sin læring, hva de bør jobbe videre med, og hvordan de kan gå fram for å få det til. Utdanningsdirektoratet (2015a, Vurderingsforskriften) har i tillegg definert fire prinsipper for hva som utgjør en god vurdering

- Forstår hva de skal lære og hva som er forventet av dem.
- Får tilbakemeldinger som forteller dem om kvaliteten på arbeidet eller prestasjonen.
- Får råd om hvordan de kan forbedre seg.
- Er involvert i eget læringsarbeid ved blant annet å vurdere eget arbeid og utvikling.

Gjennom min praksis har jeg laget og brukt en kartleggingsprøve i sannsynlighetsregning til å bestemme elevenes nivå og svakheter. Elevene har fått skriftlige tilbakemeldinger på sine besvarelser. Etter at elevene har fått tilbake sine besvarelser, har de fått muntlige tilbakemeldinger. Dette utgjør da den kvantitative dataen. Gjennom disse tilbakemeldinger har de fått anledning til å reflektere de skriftlige tilbakemeldingene og fått anledning til å ytre sine meninger og stilt spørsmål. Jeg har også observert de videre og stilt egne spørsmål, spørsmål som er relevant for deres besvarelser og spørsmål rundt deres misoppfattelser. Dette utgjør da den kvalitative dataen. Gjennom disse samtalene har jeg dannet en profesjons etisk evaluering av min egen praksis, og stiller derfor følgende spørsmål til min problemstilling :

Hvordan kan kartleggingsprøver brukes i vurderingsarbeidet til å fremme læring i sannsynlighetsregning for 10. trinn?

Med vurderingsarbeidet mener jeg følgende :

- Kartlegging av elevers og klassens forståelse og nivå
- Bruk av tilbakemeldinger og fremovermeldinger
- Konkretisering av mål, både kortsiktig og langsiktig mål
- Elevdeltagelse i egen vurdering

Det siste punktet kan også tolkes under paragraf §3-4 i opplæringsloven. Her står det følgende :

Elevane, lærlingane, praksisbrevkandidatane og lærekandidatane skal vere aktivt med i opplæringa. (Kapittel 3, lovdata.no)

Dette blir enda sterkere vektlagt for elever som har rett til spesial undervisning. I paragraf §5-1, står det :

I vurderinga av kva for opplæringstilbod som skal givast, skal det særleg leggjast vekt på utviklingsutsiktene til eleven. (Kapittel 5, lovdata.no)

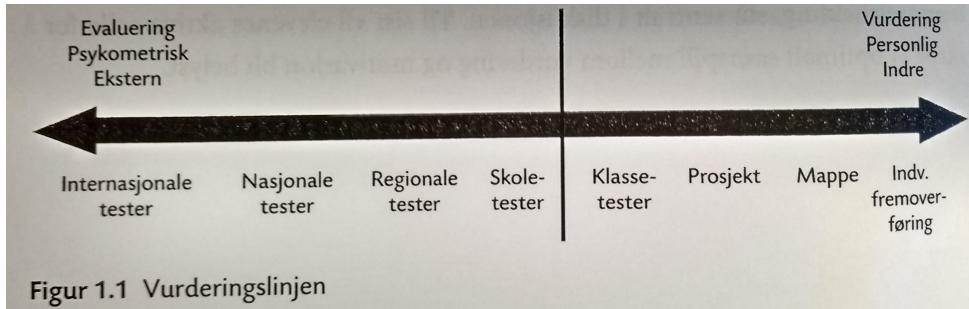
Her kan jeg som lærer bidra til dette gjennom vurdering for elevens læring. Sammen med eleven kan vi sette konkrete mål, og jobbe mot disse målene. Ved å ta dette som utgangspunkt, vil jeg nå redegjøre for hva litteraturen sier. Jeg vil deretter trekke frem noen besvarelser og tilbakemeldinger. Disse vil jeg drøfte i lys av fagdidaktisk og pedagogisk teori, og tilslutt vil jeg se hvordan jeg kan bruke dette videre i mitt undervisningsarbeid.

Den britiske pedagogen Dylan William, skriver at det er ikke tilbakemeldingen som er viktig men prosessen som iverksettes som følge av tilbakemeldingen (William, 2010, s. 138). Dermed søker også jeg etter Williams synspunkt, å iverksette prosessen som hjelper eleven å utvikle seg i faget og bli mer selvstendig. For at jeg skal danne et godt bilde av både mine enkelte elever og hele klassen som helhet, tilbyr kartleggingsprøver en god oversikt. Her kan jeg som tilrettelegger endre min praksis for å imøtekommne elevene hvor de er i sin læring.

Teoretisk bakgrunn

Smith (2009, s. 3) beskriver hvordan vurderingslandskapet forandrer seg, fra internasjonale tester til individuell fremoverføring. Gjennom *vurderingslinjen* (se figur 1) beskriver hun hvordan informasjonen går fra å evaluere en nasjon i forhold til andre nasjoner, skoler i distrikter, og til slutt på lokalt nivå fra klasser i skolen til enkelt elever i en klasse. Ofte vil politiske styringsorganer befinne seg på venstre siden av vurderingslinjen, og lærere og elever på høyre siden. Men til tross for det, for undervisere er det viktig å ha oversikt over internasjonale resultater, gjennom f.eks. PISA undersøkelsen¹. Her kan resultatene ha noe å si om elevenes prestasjoner

¹I PISA-undersøkelsen blir norske 15-åringar sammenliknet med jevnaldrende ungdommer i andre OECD-land innen tre sentrale kompetanseområder: matematikk, lesing og naturfag.



Figur 1: Vurderingslinjen. Kilde: Smith (2009).

i ulike fagområder henger sammen med ulike bakgrunnsvariabler (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe & Turmo, 2004, s. 11).

En annen undersøkelse, TIMMS, brukes til å evaluere elever helt fra 4.trinn til andre året på videregående skole. Metastudiet (Grønmo & Olsen, 2006) baserer seg på resultater fra både TIMMS og PISA. Forskerne Grønmo og Olsen, skriver blant annet at det er interessant å merke forskjellene i resultatene mellom disse to studiene. Mens PISA fokuserer på oppgaver rettet nærmere mot virkeligheten, med tabeller og figurer tatt fra virkelige kontekster, har TIMMS større fokus på ren matematikk. Studiet konkluderer med, for at elevene skal gjøre det bedre i anvendt matematikk, trenger de en solid fundament i grunnleggende ferdigheter, deriblant regning i matematikk som inkluderer tallforståelse (Grønmo & Olsen, 2006). Dette har også jeg selv observert gjennom kartleggingsprøven. Det var spesielt i oppgave 2.b (se vedlegg 1) at elevenes svakheter i tallforståelse (tall og tallforståelse regnes også som en hovedområdene i matematikk) kom tydelig fram.

For eleven derimot er det endatil viktigere å ha informasjon om egen læringsprosess, og denne informasjonen er kritisk for en lærer for å vurdere sin egen undervisningspraksis. I læringsrettet vurdering stilles det strengere krav til læreres evner som evaluator. Holdning til vurdering forandrer fra en læringsteori til en annen. Det kan være interessant å se på lærerens læringssyn. Her er følger to eksempler på forskjellige læringssyn.

Læring som overføring av kunnskap eller en relasjonell prosess

I behavioristisk læringsteori foregår læring ved overføring av kunnskap, uavhengig av relasjonen mellom lærer og elev. Elev blir anskuet som et tomt kar, som det er lærerens jobb å fylle med kunnskap. I et slikt læringssyn er vurdering i seg selv relativt ukomplisert, siden da gjelder det å formulere sine tilbakemeldinger på en så presis og elevtilpasset måte som mulig. Derimot forventes det da at eleven tar til seg tilbakemeldingene og bruker dem til å rette seg etter. Tilbakemeldingene vil da være begrenset til spesifikke svakheter relatert til faget eller kompetansemål. I artikkelen Fosse (2014, s.431), skriver hun at utstrakt bruk av individuell veiledning kan føre til manglende inkludering. Siden individualiserte metoder krever stor selvstendighet hos elevene, vil elever som har vansker med selvregulært læring falle utenfor. Videre er betinging sentralt i behaviorismens syn på læring (Säljö, 2013, s. 74). Ved ønsket atferd belønnes handlingen. Dette refereres som forsterking (Helle, 2007, s. 22). Innenfor vurderingskonteksten er hensikten å motivere elevene. Dermed er karakteren en forsterker for noen og straff for andre. Gjennom egen praksis, både som observatør og sensor i muntlig eksamen, har jeg sett at for noen elever kan karakterer være både motiverende og en drivkraft i seg selv. Derimot har jeg

også observert at det kan ha en ødeleggende effekt. Smith skriver at det ligger innenfor lærens profesjonelle ansvar å prøve å komme frem til det optimale samspillet mellom vurdering og motivasjon (Smith, 2009, s. 23).

Så hva er problemet med en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring? La oss tenke at klasserom er et sted hvor alle elever er tilnærmet like i hvordan de oppfatter matematikk og hvor deres vanskeligheter ligger. Da er det selvfølgelig helt kurant å lage tydelige skriftlige tilbakemeldinger og fremovermeldinger, i et format som passer for hele klassen. Dessverre så finnes det ikke slike klasserom, med mindre elever er oppdelt etter nivå. Permanent nivådelt undervisning strider mot det overordnede prinsippet tilpasset opplæring (Fosse, 2014, s. 426). Fosse kaller dette for organisatorisk differensiering:

[...]. Til vanlig skal organisering ikke skje etter faglig nivå, kjønn eller etnisk tilhørighet. (Opplæringsloven)

Hun referer til metastudie (Hattie, 2009) når hun skriver at de flinke elevene kan dra nytte av organisatorisk differensiert undervisning, men det har ikke ønsket effekt for elever som strever med faget (Fosse, 2014, s. 423; Olafsen & Maugesten, 2015, s. 168). Ifølge opplæringsloven skal alle elever få en opplæring tilpasset etter deres evner og forutsetninger. Et annet problem med en slik tilnærming er at elevens deltagelse i egen utvikling blir fraværende i et slikt rigid system. Siden eleven er kun en mottager, kan eleven ikke være med og aktivt delta i egen vurdering.

Sett fra det relasjonelle perspektivet i sosiokulturell teori, består det i å veilede elevene i den nærmeste utviklingssonen. Den *nærmeste utviklingssonen* beskriver en sone som ligger i mellom en elevs kognitive ferdigheter, dvs. hva de kan oppnå selvstendig uten hjelp, og elevens potensielle utvikling, dvs. hva en elev kan få til eller forstå gjennom veiledning (Bråten, Thurmann & Anne, 1998, s. 125; Säljö, 2013, s. 75). Bruk av ”scaffolding“ eller stillasbygging (Bråten et al., 1998) er da viktig for å knytte fagbegreper og teori til elevenes forkunnskaper. Gjennom f.eks. elevsamtales kan elev ikke bare få tilbakemelding om hvor hen står faglig, men også gi veiledning som kan hjelpe eleven videre i faglig utvikling. Ifølge Tangen (2010, s.96) vil da elevsamtalet være en form for formativ evaluering. Engh (2011) utdyper at

[...] formativ elevvurdering innebærer at læreren veileder det videre arbeidet mot høyere måloppnåelse, bl.a. med utgangspunkt i elevens bruk av læringsstrategier. (Engh, 2011, s. 162)

Vurderingsarbeidet vil derfor også gi den forskende lærer (Helle, 2007, s. 19) verdifull informasjon om sin egen didaktiske tilrettelegging.

En av sentrale styringsrammene for norsk utdanningspolitikk og skolepraksis er prinsippet om tilpasset opplæring. Opplæringen skal ivareta sentrale verdier som inkludering, variasjon, sammenheng, relevans, verdsetting, medvirkning og erfaringer. Dette skal operasjonaliseres av undervisere gjennom differensiering (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 169; Fosse, 2014, s. 423). Undervisningen må, ved hjelp av differensiering, tilfredsstille alle elevenes tilretteleggingsbehov i klassen, fra elever med matematikkvansker til evnerike elever. Når en lærer jobber med elever hvor spennet er så pass stort, med andre ord at elevene utgjør en heterogen gruppe, da kan heller ikke undervisningen være homogenisert. Jeg kan derfor allerede nå påstå at en behavioristisk tilnærming til vurdering for læring vil tydeligvis ikke oppfylle prinsippet om tilpasset opplæring.

Videre nå vil jeg gjennomgå bakgrunn for kartleggingsprøven, deretter vil jeg oppsummere gjennomføringen og resultatene. Disse resultatene vil jeg drøfte i lys av pedagogisk og fagdidaktisk teori, og tilslutt vil jeg se hvordan jeg kan bruke dette videre i mitt undervisningsarbeid.

Metode & Gjennomføring

Pedagogikkforsker Nordahl skriver at utfordringen er ikke at skolen mangler data, men at data ofte i lite grad blir systematisk analysert og senere aktivt brukt for å forbedre praksisen (Helle, 2007, s. 9, i Forord). I denne oppgaven er dataen innsamling av elevbesvarelser og mine egne skriftlige tilbakemeldinger. Jeg har valgt å fremheve noen av disse skriftlige tilbakemeldinger for å analysere min egen praksis. Dataen er også ment til å brukes i læringsrettet kontekst, der elevene kan få individuelle tilbakemeldinger og fremovermeldinger.

Videre har jeg også valgt å benytte meg av kvalitativ forskningsmetode. Ved kvalitative metoder får en ofte anledning til å gå mere i dybden på materialet og man kommer tett på subjektene, men derfor er metoden også mere ressurskrevende og man må derfor begrense antall forsøksobjekter. Forskerne kaller det å "mette" materialet, noe som vil si flere intervjuer neppe vil avdekke noe avgjørende nytt (Hoffmann, 2013). Jeg har hatt personlige samtaler med 10 av 20 elever som tok kartleggingstesten. Elevene hadde ulike resultater og derfor også ulike former for tilbakemeldinger og fremovermeldinger.

Jeg valgte å fokusere på elevenes kunnskap rundt følgende kompetansemål (Utdanningsdirektoratet, 2015b) :

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagleg-dagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

Ved design av kartleggingsprøven i sannsynlighet, ble disse kompetansemålene brukt som veiledning til utformingen av kartleggingsprøven.

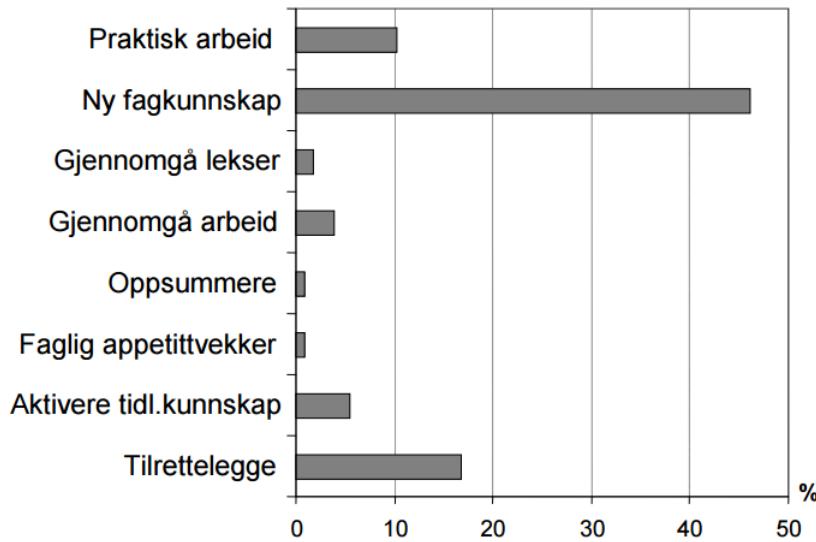
Kartleggingsprøven i sannsynlighetsregning

Før kartleggingsprøven ble brukt, jobbet elevene en uke med sannsynlighetsregning. Med mine observasjoner fra denne uken og kompetansemålene, utformet jeg testen sammen med en annen praksisstudent. Hensikten med kartleggingsprøven var å få oversikt over elevers ferdigheter i sannsynlighetsregning og hjelpe de med å avdekke deres svakheter og misoppfattelser.

Skovsmose (1998) kartlegger type oppgaver etter det han kaller *opgaveparadigmet* : klassiske lukkede oppgaver og åpne oppgaver vs. *undersøgelseslandskaber* eller utforskende oppgaver. Videre klassifiserer Olafsen og Maugesten (2015, s. 215) type oppgaver fra rike og åpne oppgaver til lukkede oppgaver. Jeg kommer derimot ikke til å bruke tabellen (Skovsmose, 1998, s. 28) og klassifiseringen til Olafsen og Maugesten (2015, s. 215) når jeg drøfter oppgavene fra kartleggingsprøven. Jeg vil begrense meg til elevenesbesvarelser og heller fokusere på hvordan jeg kan bruke kartleggingsprøver i vurderingsarbeidet til å fremme læring.

Resultater & Drøfting

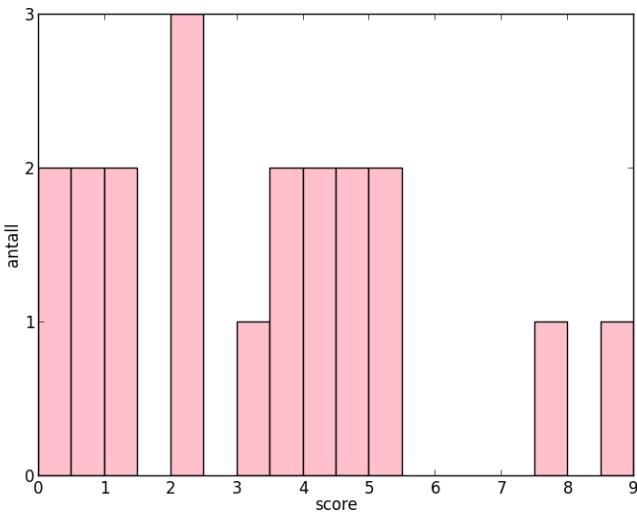
Ved kartlegging av elevenes svakheter og styrker, er det passende å bruke individrelaterte kritier (Helle, 2007, s. 25) og koble inn kompetansemålene. Dette er passende å bruke når det vurderes uten karakter. Til en kartleggingsprøve så er det vanskelig å trekke inn individrelaterte kriterier med mindre lærer har godt kjennskap til eleven på forhånd. Jeg koblet dessverre ikke inn kompetansemålene heller, noe som det bør brukes mer av. Gjennom noen av mine samtaler med elever, oppdaget jeg fort at det var få som trakk forbindelsen mellom egen læring og koblingen til kompetansemålene. For undervisere regnes det som en god praksis at elevene er alltid bevisste om hvorfor de lærer det de lærer og hvor de er på vei. Klette (2013, s. 136) beskriver en god undervisningsseksens der lærere klarer å balansere mellom tilegnelses-, utprøvings-, og konsolideringssituasjoner. Ifølge Klette har norske klasserom ensidige tendenser i bruken av varierte arbeidsmåter. Slik det kan ses fra figur 2, er det for eksempel lite konsolideringssituasjoner. Lærernes metalæringsaktiviteter regnes som særlig avgjørende for å sikre elevenes læring (Klette, 2013, s. 186). Å bruke dette som et fast organiserende prinsipp, blir derimot sjeldent gjennomført (Ødegaard & Arnesen, 2010, s. 26). Dermed er det viktig å koble inn kompetansemålene og jobbe målrettet mot høyere kompetansenivå. Dette vil fremme læring hos eleven og gi eleven en pekepinn på hvor hen må ta tak.



Figur 2: Oversikt over naturfaglærernes undervisningstilbud til elevene fra PISA+ studie. Kilde: Ødegaard og Arnesen (2010).

Før resultatene til kartleggingsprøven var jeg informert av min veileder om at klassens snitt lå et sted mellom karakter 2 og 3. Dermed forventet jeg også at elevene ville prestere lavt på kartleggingsprøven. På figur 3 kan vi se at mange elever ligger under en score på 4 ut av 10, med en gjennomsnitt på cirka 3. Det var 2 blanke besvarelser og 7 av 27 elever var ikke til stede.

Det var på forhånd avtalt med elevene at kartleggingsprøven var ikke en del av summativ vurdering, men skulle brukes som den del av formativ vurdering. Derimot, siden jeg ikke hadde valgt å gi elevene enn slutt vurdering, annet enn en poengsum, hadde det en mulig uheldig effekt.



Figur 3: Resultater fra kartleggingsprøven - Oversikt over score

Fra mine observasjoner og samtaler med elevene kom det frem at noen av elevene anstrengte ikke like hardt som de ellers ville ha gjort hvis kartleggingsprøven var en “virkelig” prøve. Gjennom elevsamtales med en av de faglig sterke elevene, spurte jeg eleven hvorfor hen ikke hadde besvart en spesifikk oppgave og eleven svarte med å si at oppgaven var lett, men hen “orket” ikke å gå gjennom den. Grunnen hen oppga var at siden det ikke var en prøve, hadde det ikke så mye betydning. Dette samsvarer godt med det Brevik og Blikstad-Balas (2014, s. 3) skriver :

Vurdering kan ha en betydelig påvirkning på hvordan elever jobber, fordi de oppfatter det som vurderes som det eneste “som teller”.

Jeg hadde dessuten vektlagt de “vanskelige” oppgavene mye mer enn de “enkle”. Nesten alle elever på tvers av nivå og ferdigheter hadde problemer med å løse disse oppgavene og veldig få klarte å gå over en score på 5 ut av 10. Dermed fikk jeg ikke veldig mye informasjon om elevene gjennom poengsum. Ofte var det de over middelssterke elevene i klassen som tangerte mot 5 i poengsum. Kun en elev klarte å oppnå en score på 8.5. Det er verdt å merke at hvis dette utgjorde en del av summativ vurdering så ville det ha vært viktig å skape situasjoner der eleven kan vise mestring (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 199). Siden dette var en kartleggingsprøve var fokusset isteden rettet mot å avklare elevens misoppfatnelser og få en oversikt over hvor elevene ligger i sin læringsprosess. Her vil jeg derfor påstå at det er viktig å gjøre et slikt skille, men det bør selvfølgelig skapes litt rom for å la elevene kjenne på mestringsfølelsen. Dette vil jeg ta hensyn til videre i mitt vurderingsarbeid. Videre nå vil jeg snakke om individuelle oppgaver fra kartleggingsprøven og diskutere elevenes feiltolkninger.

Elevenes feiltolkninger

Ifølge Brekke (2002, s. 15) og Olafsen og Maugesten (2015, s. 170) kan diagnostiske oppgaver bli brukt til å identifisere og fremheve misoppfatninger som elevene har utviklet, gi læreren informasjon om elevenes løsningsstrategier og måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene

til å overvinne misoppfatningene. Gjennom blant annet kartleggingsprøver får elever muligheter til å uttrykke sine skriftlige ferdigheter i matematikk.

Pyskologene Daniel Kahneman og Amos Tversky har satt fram en teoretisk ramme for å undersøke læring av sannsynlighet og statistikk. Deres tese er at mennesker uten erfaring, refleksjon og innsikt i statistikk, bruker blant annet følgende strategier for å bedømme sannsynlighet (Utdanningsdirektoratet, 2013; Evang, 2017):

- Tilgjengelighet : sannsynlighet bedømmes ut fra hvor lett det er å huske spesielle tilfeller
- Generelt vanskeligheter med betinget sannsynlighet : dvs. vanskeligheter med sannsynligheter hvor et utfall avhenger av foregående utfall. I motsetning er ubetinget sannsynlighet utfall der en begivenhet forekommer uavhengig av tidligere utfall (se også vedlegg 2).

Dette er ofte misoppfattelser som også ligger hos elever med ulike fagnivå. For eksempel en vanlig feil mange elever gjør er at de blander addisjonsregelen med multiplikasjonsregelen (se vedlegg 2). Det kan godt hende at dette skyldes at de bruker eksempler de husker gjennom informasjon de har tilgjengelig. F.eks. hvis en oppgave minner dem om et tilfelle der de brukte addisjonsregelen, vil de prøve å bruke den, selv når situasjonen krever bruk av multiplikasjonsregelen. Dette har jeg observert både gjennom undervisning av sannsynlighetsregning og gjennom kartleggingsprøven (se figur : 7). Gjennom praksis, i mitt forsøk med å rette disse misoppfattelser har jeg prøvd å tydeliggjøre forskjellen mellom disse to reglene.

Rom for tolkning blant elevenes misoppfattelser

Det var en deloppgave i kartleggingsprøven som mange elever feiltolket (se figur 4), og det er godt mulig å akseptere at oppgaveteksten kan tolkes på en annen måte enn tilskiktet. I oppgave

Oppgave 4 (2.5 poeng)

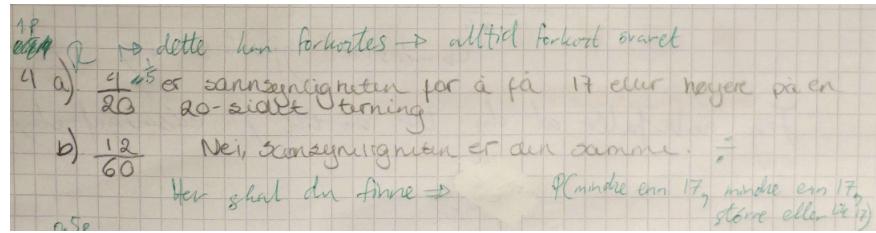
I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

Figur 4: Oppgave 4

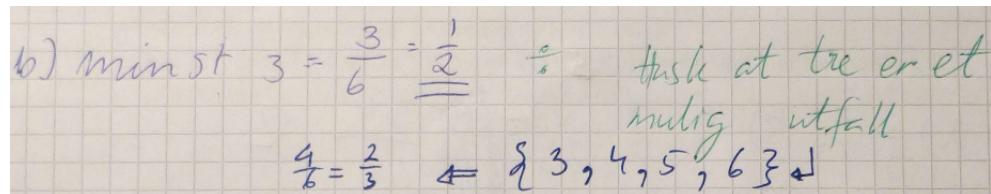
b står det *Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet?*. Her er hensikten at utfallet avhenger av to foregående utfall. Det vil si : *Hva er sannsynligheten for å tape på to runder på rad og deretter vinne på det tredje kastet?*. Mange oppfattet det som å vinne på tredje kastet uavhengig av hva som forekommer på de første to kast. Dermed ville svaret til neste del av deloppgaven, *Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på det tredje kast?*, være “like sannsynlig” og det var ofte det elevene besvarte. Til tross for at en del av elevene svarte like sannsynlig, førte de opp sannsynligheter som ikke samsvarer med deloppgave 4.a. Dermed viste de at de hadde vansker med betinget sannsynlighet og at deres svar var valgt basert på feiloppfattelser om betinget sannsynlighetsregning. For eksempel i figur 5 har eleven ganget svaret fra deloppgave a med 3 i både nevner og teller. Til tross for at eleven tror at svaret “ja”, forsøker eleven å manipulere uttrykket. Etter å ha snakket med eleven viste

det seg at eleven tenkte at siden sannsynligheten befinner seg i tredje trinn i utfallstreet, er det tilstrekkelig å gange svaret fra deloppgave a med 3 i teller og nevner. Her var det flere ting som kom fram som. Eleven hadde både problemer med betinget sannsynlighet men også tallforståelse. Dette la jeg også lagt merke til fra elevens besvarelse i deloppgave 3 b. Derimot var det lovende at eleven kunne visualisere for seg at hvor sannsynligheten befant seg i utfallstreet.



Figur 5: Oppgave 4

I oppgave 4.b har elevene anledning til å demonstrere høyt kompetansenivå. Dessverre er formuleringen ikke godt nok til å trekke elevene inn i et diskurs. Her burde det gjerne ha blitt lagt til en bisetning, som for eksempel “*Kan du gi en forklaring?*”. Med slike spørsmål er det lettere å oppdage elevenes feiltolkninger, fordi da slipper en å få besvarer som er enten “ja” eller “nei”. Oppgave 5.b var bedre formulert (se vedlegg 1). Her kreves det eksplisitt en forklaring fra elevene. Dette er en fin øvelse for elever å demonstrere at de har forstått bruken av utfallstreet. Det var derimot få elever som fikk til oppgaven, og enda færre som prøvde å gi en forklaring. Etter å snakket med elevene som forsøkte å løse oppgaven, var forklaringen deres at enten så overså de krav om begrunnelsen, eller de var ikke sikker på forklaringen. De som overså krav om begrunnelsen, neglisjerte denne delen av oppgaven fordi de ikke fikk med seg at det skulle legges til en forklaring, og de andre svarte at en forklaring var ikke viktig å få med.



Figur 6: Oppgave 1

Tilbakemeldinger

William redegjør for hvorfor tilbakemeldinger noen ganger kan føre til senking i elvenes ytelse. Han referer til Kluger og DeNisi (1996), når han summerer opp

[...] feedback was least effective when it focused on the task in hand, and more effective when it focused on the details at hand, and most effective when it focused on the details of the task and involved goal-setting. (William, 2010, s. 140)

I figur 8 har jeg gitt en tilbakemelding som fokuserer på elevens besvarelse (se figur 7). I tilbakemeldingen er fokuset rettet mot detaljene i oppgaven og veileder eleven videre til å rette

Oppgave 5

a) $\frac{2}{5} \stackrel{0.5\text{ p}}{=} R$

b) $\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ kan sannsynligheten bli større enn 100%?

Løser skal du bruke multiplikasjonsregelen ↓
Nei!

Figur 7: Oppgave 5

sine misoppfattelser. Her kan målene tydeliggjøres endatil. For å vurderingsarbeidet skal fremme læring hos eleven er det viktig at eleven kan delta i å sette egne mål. Jeg kan tydeliggjøre disse målene for eleven gjennom fremovermeldinger, men det er viktig for eleven å ha et forhold til disse målene.

Husk at utfallsrommet kan aldri bli større enn $100\% = 1$ (på decimal form). Dette kan du bruke som kontroll for om du har riktig svare.

Jobb mer med oppgaver om multiplikasjonsregelen og addisjonsregelen. Se også løsningsforelaget på Showbie.

Figur 8: Tilbakemelding og fremovermelding

Konklusjon

En kartleggingsprøve i sannsynlighetsregning ble designet og brukt i mitt vurderingsarbeid gjennom praksis. Gjennom kartleggingsprøven kom elevenes misoppfattelser frem. Enda mer pressende informasjon jeg fikk gjennom kartleggingsprøven, var svakheter hos noen elever i grunnleggende ferdighet regning, som inkluderer tallforståelse. Jeg brukte kartleggingsprøven til å gi elever tilbakemeldinger og fremovermeldinger, både skriftlig og muntlig. Gjennom personlige elevsamtaler fikk jeg et bedre innblikk i elevenes tankegang. Jeg brukte elevsamtaler til å veilede elevene videre i deres faglige prosesjon. Ved utforming av en kartleggingsprøve er det viktig å ikke lage spørsmål der elever kan svare ja eller nei. Det er nødvendig å bruke åpne spørsmål slik at elevenes arbeidsmåter og misoppfattelser kan evalueres. Gjennom utforming av gode diagnostiske oppgaver kan en underviser tilrettelegge sin undervisning etter informasjon som akkumuleres gjennom underveisvurderinger. Jeg vil videre benytte meg av kartleggingsprøver med større fokus på diagnostiske oppgaver slik at jeg kan veilede mine elever fra lav kompetansenivå til høyere kompetansenivå. I mitt videre arbeid vil jeg gjerne undersøke hva utgjør gode diagnostiske oppgaver og hvordan kan jeg bruke de i vurderingsarbeidet til å fremme læring.

Vedlegg 1 - Kartleggingsprøven i sannsynlighetsregning

Denne kartleggingsprøven (se neste side) ble brukt til å evaluere elever fra 10. trinn i følgende kompetanseområder

- finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i dagleg-dagse samanhengar og spel
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

Test i sannsynlighetsregning

Klasse:

dato:

Navn:

Oppgave 1 (1 poeng)

Du kaster en sekssidet terning en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

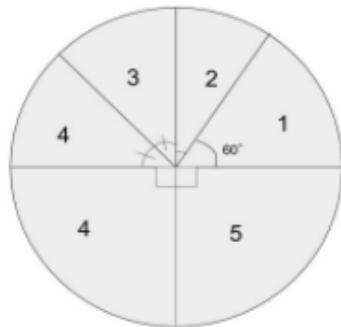
- a) fire
- b) minst 3 (Forkort svaret hvis det er mulig)

Oppgave 2 (2 poeng)

- a) I rektangelet, vist under, er det 8 ruter. Hvis man trekker en tilfeldig rute, hva er da sannsynligheten for at ruten er grå? Forkort svaret hvis det er mulig.



- b) Sirkelen, vist under, er et lykkehjul. Alle numrene gir forskjellige vinnersjanser. Ranger tallene fra størst til minst vinnersjanse. Skriv svarene i både brøkform, prosent og som desimaltall.



Oppgave 3 (2 poeng)

Denne gangen kaster du to sekssidet terninger på en gang. Hva er sannsynligheten for at du får:

- a) To femmere
- b) Par (to like). Forkort svaret hvis det er mulig.

- c) Minst en sekser

Oppgave 4 (2.5 poeng)

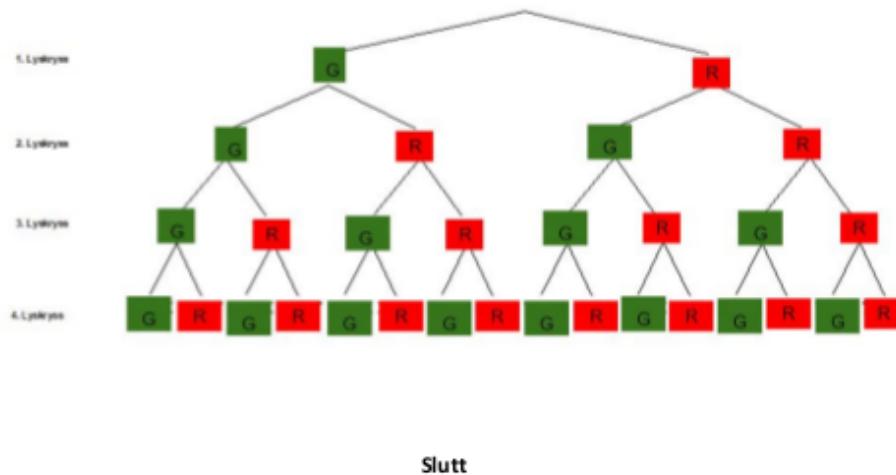
I spillet Dungeons & Dragons bruker man en 20-sidet terning. For å klare et vanskelig oppdrag trenger man å få 17 eller høyere på terningen.

- Hva er sannsynligheten for å klare det på første kast?
- Hva er sannsynligheten for å vinne på det tredje kastet? Er det mer sannsynlig å få til 17 eller høyere på første kast enn på tredje kast?

Oppgave 5 (2.5 poeng)

Sannsynligheten for å krysse et trafikklys med grønt lys er $\frac{3}{5}$.

- Hva er sannsynligheten for at du må vente i et lyskryss?
- Regn ut sannsynligheten for $P(G,R,G,G)$ og gi en forklaring for hva denne sannsynligheten er?
- Regn ut sannsynligheten for $P(2G \text{ og } R)$.



Slutt

Vedlegg 2 - Multiplikasjonsregelen og Addisjonsregelen

Anta at utfallsrommet til en hendelse, U, er gitt ved

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (1)$$

Dette kan for eksempel være utfallsrommet til en terningkast. Det vil si alle mulige utfall som kan forekomme eksisterer i U. Sannsynligheten for at utfallet terningkast 1 forekommer er da gitt ved følgende formel

$$\begin{aligned} P(1) &= \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}} \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned} \quad (2)$$

Da kan vi innføre følgende regler.

Multiplikasjonsregel

Sannsynligheten for at flere bestemte uavhengige hendelser inntreffer etter hverandre er lik produktet av sannsynlighetene for hver enkel hendelse.

Eksempel

Sannsynligheten for at hendelse a forekommer er $P(a)$ og sannsynligheten for at hendelse b forekommer er $P(b)$. Da er sannsynligheten for at hendelse b forekommer etter hendelse a gitt ved

$$P(a, b) = P(a) \cdot P(b)$$

Det vil si sannsynligheten for hendelse b gitt hendelse a forekommer er gitt ved $P(a, b)$.

Addisjonsregel

Sannsynligheten for en kombinert hendelse kan regnes ut ved å legge sammen sannsynligheter for hver enkelt kombinasjon som kan lede til denne hendelsen.

Eksempel

Sannsynligheten for at hendelse a og hendelse b forekommer er gitt ved

$$P(a \text{ og } b) = P(a) \cdot P(b) + P(b) \cdot P(a)$$

Det vil si at først forekommer hendelse a og deretter b , men hendelse b kan forekomme før hendelse a . Dermed blir sannsynligheten for at både a og b forekommer $P(a \text{ og } b)$.

Bibliografi

- Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk.* http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/bestillingstorg/pdf/59447_kar_mat_007_innmat.pdf. (Aksessert på internett 06.05.2017)
- Brevik, L. & Blikstad-Balas, M. (2014). 'Blir dette vurdert lærer?'. Om vurdering for læring i klasserommet. I E. Elstad & K. Helstad (red.), *Profesjonsutvikling i skolen* (s. 1–13). Universitetsforlaget.
- Bråten, I., Thurmann, M. & Anne, C. (1998). Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis. I I. Bråten (red.), *Vygotsky i pedagogikken* (s. 123–143). Cappelen Akademisk Forlag.
- Engh, R. (2011). Tilpasset opplæring og elevvurdering. I *Vurdering for læring i skolen. På vei mot en bærekraftig vurderingskultur* (s. 160–166). Høyskoleforlaget.
- Evang, H. (2017). *Vurdering for læring. Diagnostisk undervisning.* Fagdidaktikk samling uke 2. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)
- Fosse, B.O. (2014). Undersøgelseslandskaber. I I.J.H.S..L. Wittek (red.), *Pedagogikk – en grunnbok* (s. skriv side tall). Cappelen Damm Akademisk.
- Grønmo, L.S. & Olsen, R.V. (2006). Kap. 12: Matematikkprestasjoner i TISS og PISA. Ren og anvendt matematikk. I L.B. B. Brock-Utnæ (red.), *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør. Innføring i flerkulturell og komparativ pedagogikk, utdanning og utvikling.* (s. 160–173). Bergen: Fagbokforlaget.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* Routledge.
- Helle, L. (2007). *Læringsrettet vurdering.* Universitetsforlaget.
- Hoffmann, T. (2013). *Hva kan vi bruke kvalitativ forskning til?* <http://forskning.no/sosiologi/2013/09/hva-kan-vi-bruke-kvalitativ-forskning-til>. (Aksessert på internett 10.05.2017)
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003.*
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning ?. Rapport fra klasseromforskningen. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi.* (s. 173–200). Fagbokforlaget.
- Olafsen, A. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidatikk i klasserommet.* Universitetsforlaget.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (red.), *Matematikk for alle: Rapport fra Lamis 1. sommerkurs, Trondheim 6.-9. august 1998.* (s. 24–37). Landslaget for matematikk i skolen.

Smith, K. (2009). Samspillet mellom vurdering og motivasjon. I S. Dobsen, A.B. Eggen & K. Smith (red.), *Vurdering, prinsipper og praksis. Nye perspektiver på elev- og læringsvurdering.* (s. 23–29). Gyldendal Akademisk.

Säljö, R. (2013). Støtte til læring-tradisjoner og perspektiver. I R. Krumsvik & R. Säljö (red.), *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi* (s. 53–79). Fagbokforlaget.

Tangen, R. (2010). Elevsamtalens betydning for tilpasset opplæring. I J. Buli-Jolmberg & S. Nilsen (red.), *Kvalitetsutvikling i tilpasset opplæring og spesialundervisning. Om forbedring av opplæringen for barn og unge med særskilte behov.* (s. 94–106). Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læringsstøttende prøver - Statistik, Sannsynlighet, Kombinatorikk - Matematikk 8. - 10. årstrinn Ressurhefte.* <https://www.udir.no/eksamen-og-prøver/prøver/provebanken/>. (Aksessert på internett 06.03.2017 gjennom it's learning)

Utdanningsdirektoratet. (2015a). *Fire prinsipper for god underveisvurdering.* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/om-vurdering/underveisvurdering/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015b). *Læreplan i matematikk fellesfaget etter 10. årssteget.* <https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget>. (Aksessert på internett 28.02.2017)

Utdanningsdirektoratet. (2015c). *Nou 2015: 8. Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser.* <https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/nou-2015-8/>. (Aksessert på internett 06.05.2017)

William, D. (2010). The Role of Formative Assessments in Effective Learning Environments. I H. Dumont, D. Istance & F. Benavides (red.), *The Nature of Learning. Using Research to Inspire Practice.* (s. 153–159). OECD Publishing.

Ødegaard, M. & Arnesen, N. (2010). Hva skjer i naturfagklasserommet? – resultater fra en videobasert klasseromsstudie; PISA+. Nordic Studies in Science Education.

