Algorytmy numeryczne

Zadanie 3
Dawid Bińkuś & Oskar Bir & Mateusz Małecki
grupa 1 tester-programista

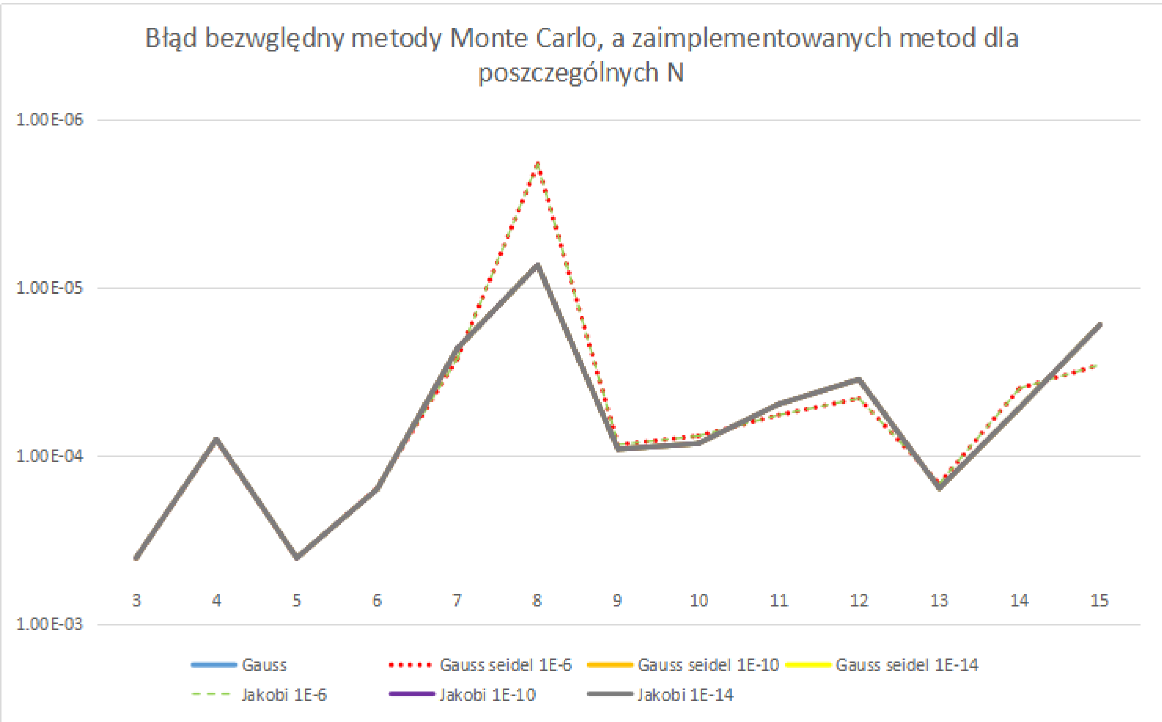
9 Grudzień 2018

1 Majority/Consensus problem

Sprawozdanie prezentuje analizę problemu przeprowadzenia głosowania większościowego. W tym celu, stworzony został program, który generuje układ równań dla danego ustawienia oraz oblicza prawdopodobieństwo zagłosowania na TAK.

2 Implementacja i możliwość stosowania metod iteracyjnych

Rysunek 1: Wykres reprezentujący błąd bezwzględny metod Gaussa oraz metod iteracyjnych względem metody MonteCarlo



(a)

2.1 Generowanie układu równań dla danej liczby agentów

Generowanie układu równań dla danego N odbywa się w sposób następujący:

1. Określenie wszystkich możliwych przypadków (ilość agentów $\#Y$ oraz ilość agentów $\#N$),
2. Wyliczenie wszystkich możliwych kombinacji bez powtórzeń za pomocą Symbolu Newtona $\binom{N}{2}$,
3. Wygenerowanie równań dla poszczególnych przypadków,
4. Osadzenie równań w macierzy
5. Wypełnienie wektora B zerami z wyjątkiem ostatniej wartości (gdyż ostatni przypadek jest zawsze przypadkiem pewnym, tj $P_{\#Y=N,\#N=0} = 1$)

2.2 Prawidłowość implementacji

By zweryfikować poprawność implementacji zarówno generowania macierzy jak i obliczania stworzonego w ten sposób układu równań, wykonane zostały testy dla $N \in [3, 15]$, których zadaniem było obliczenie wszystkich możliwych prawodopodobieństw i zestawienie ich z prawdopodobieństwem wyliczonym za pomocą metody MonteCarlo w ilości iteracji $= 1000000$ Błędy osiągnięte za pomocą metod Gaussa 1a osiągają wartości rzędu 1, co biorąc pod uwagę niedoskonałość metody MonteCarlo jest wynikiem jak najbardziej zadowalającym.

2.3 Metody iteracyjne a problem

W celu zastosowania metod iteracyjnych, wybrane zostały dwie z nich:

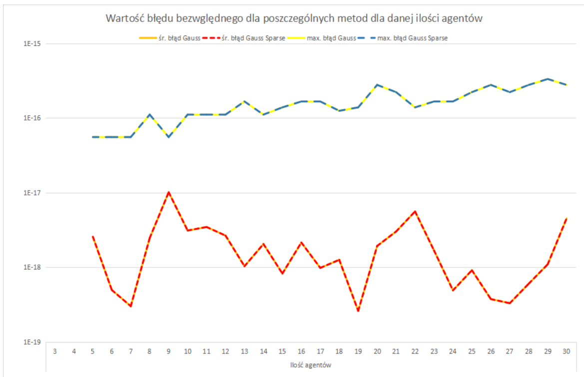
- Algorytm Jacobiego z postacią iteracyjną:
  $x_i{}^{(k+1)} = \frac{-\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j{}^{k} + b_i}{a_{ii}}, i = 1, 2, ..., n, j \neq i.$
- Algorytm Gaussa-Seidela z postacią iteracyjną:
  $x_i{}^{(k+1)} = \frac{-\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j{}^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j{}^{(k)} + b_i}{a_{ii}}$

Wnioskując z wykresu 1a możemy śmiało stwierdzić, iż metody iteracyjne są jak najbardziej słusznym sposobem na rozwiązanie problemu. Jednakże, najistotniejszym czynnikiem w przypadku ich działania jest zakładana dokładność obliczeń, tj $X^{(k+1)} - X^{(k)}$. W przypadku zadanej dokładności równej $1 - E6$ zauważyć można że, różnice względem wartości wyliczonej za pomocą metody MonteCarlo są większe niż w przypadku metod iteracyjnych z większą zadaną dokładnością $(1 - E10, 1 - E14)$.

Wniosek 1 *Metody iteracyjne umożliwiają rozwiązanie problemu aczkolwiek, by osiągnąć dokładniejsze wyniki, należy zwiększyć dokładność, a co za tym idzie - liczbę iteracji, co znacząco wydłuża czas działania algorytmu.*

3 Analiza wyników i wydajność zaimplementowanych algorytmów

Rysunek 2: Wykresy reprezentujące czas wykonania i błędy bezwzględne zaimplementowanych algorytmów



(a)

3.1 Analiza wyników

Błąd bezwzględny dla poszczególnych metod był wyliczany w sposób następujący:

1. Wygenerowana została macierz A oraz wektor B
2. Za pomocą danego

3.1.1 Gauss oraz Gauss z optymalizacją dla macierzy rzadkich

4 Podział pracy

Dawid Bińkuś	**Oskar Bir**	**Mateusz Małecki**