$x_1 = P_V X_1 + P_{V_\perp} X_1$, $\quad$ V - замкн. подпр-во пространства X

$V_\perp$ - орт. дополнение V $\quad$ $x_2 = P_V X_2 + P_{V_\perp} X_2$

$P_V X_1 \perp P_{V_\perp} X_2$ $\quad$ $(P_V X_1, X_2) = \{(P_{V_\perp} X_2, P_V X_1) = 0\} =$

$= (P_V X_1, P_V X_2)$

$P_V(X_1, P_V X_2) = \{(P_{V_\perp} X_1, P_V X_2) = 0\} = (P_V X_1, P_V X_2)$

Т.е. $P_V P = P P_V P$ $(P_V X_1, X_2) = (X_1, P_V X_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow P$ - симм. оператор $\Rightarrow P = P^T$

$(I - 2P)(I - 2P)^T = (I - 2P)(I^T - 2P^T) =$

$= I I^T - 2I P^T - 2P I^T + 4 P P^T = I - 4P + 4P^2 = I$

Т.е. $I - 2P$ - унитарна

Геом:

$(I - 2P)$ сохр. скалярное произвед т.е. $I - 2P$

сохраняет длину вектора и разворачивает

его по оси проекции P. $I - 2P$: