Поиск Абелевых строк наибольшей длины

И. Збань
Научный руководитель: В. Аксёнов

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

20 июня 2017 г.

Постановка задачи

Задача: Нахождение наибольшей общей Абелевой подстроки (НОАП) и поиск Абелевых подквадратов.

Постановка задачи

Задача: Нахождение наибольшей общей Абелевой подстроки (НОАП) и поиск Абелевых подквадратов.

Определение 1

Две строки Абелево эквивалентны, если одна строка получается из другой перестановкой символов.

Постановка задачи

Задача: Нахождение наибольшей общей Абелевой подстроки (НОАП) и поиск Абелевых подквадратов.

Определение 1

Две строки Абелево эквививалентны, если одна строка получается из другой перестановкой символов.

Определение 2

Абелев подквадрат — подстрока, представимая как конкатенация двух Абелево эквивалентных строк.

Мотивация

- Быстроразвивающаяся область, много публикаций за последнее время

Мотивация

- Быстроразвивающаяся область, много публикаций за последнее время
- Встречается как: подзадача в бионформатике (gene clusters, mass indexing), фильтр в задаче поиска образца с ошибками

Мотивация

- Быстроразвивающаяся область, много публикаций за последнее время
- Встречается как: подзадача в биоинформатике (gene clusters, mass indexing), фильтр в задаче поиска образца с ошибками
- Связь с известной задачей 3SUM

Содержание работы

В работе выполнены следующие части:

- Реализация и оценка эффективности теоретического алгоритма для решения 3SUM+ для монотонных множеств на примере задачи о числе Абелевых подквадратов

Содержание работы

В работе выполнены следующие части:

- Реализация и оценка эффективности теоретического алгоритма для решения 3SUM+ для монотонных множеств на примере задачи о числе Абелевых подквадратов
- Анализ задачи НОАП для бинарного алфавита

Содержание работы

В работе выполнены следующие части:

- Реализация и оценка эффективности теоретического алгоритма для решения 3SUM+ для монотонных множеств на примере задачи о числе Абелевых подквадратов
- Анализ задачи НОАП для бинарного алфавита
- Решение задачи НОАП для произвольного алфавита

Подсчёт числа Абелевых подквадратов

Задача о числе Абелевых подквадратов сводится к $3SUM^+$ $(A + B = C)$

Подсчёт числа Абелевых подквадратов

Задача о числе Абелевых подквадратов сводится к $3SUM^+$ $(A + B = C)$

$A = B = \{(c_a(i), c_b(i))\}$, $C = \{2 \cdot c_a(i), 2 \cdot c_b(i)\}$

где $c_a(i), c_b(i)$ — число букв a и b на префиксе длины i .

Смысл сведения можно понять, исходя из того, что мы ищем такую подстроку $[i;j)$ что верно $c_a(k) - c_a(i) = c_a(j) - c_a(k)$, и так же по второму символу, где k — центр подстроки, $(i + j)/2$.

Подсчёт числа Абелевых подквадратов

Задача о числе Абелевых подквадратов сводится к $3SUM^+$ $(A + B = C)$

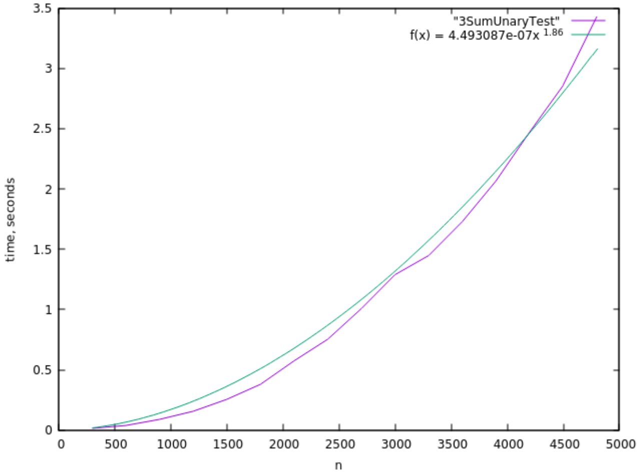
$A = B = \{(c_a(i), c_b(i))\},\ C = \{2 \cdot c_a(i), 2 \cdot c_b(i)\}$

где $c_a(i), c_b(i)$ — число букв a и b на префиксе длины i .

Смысл сведения можно понять, исходя из того, что мы ищем такую подстроку $[i; j)$ что верно $c_a(k) - c_a(i) = c_a(j) - c_a(k)$, и так же по второму символу, где k — центр подстроки, $(i + j)/2$.

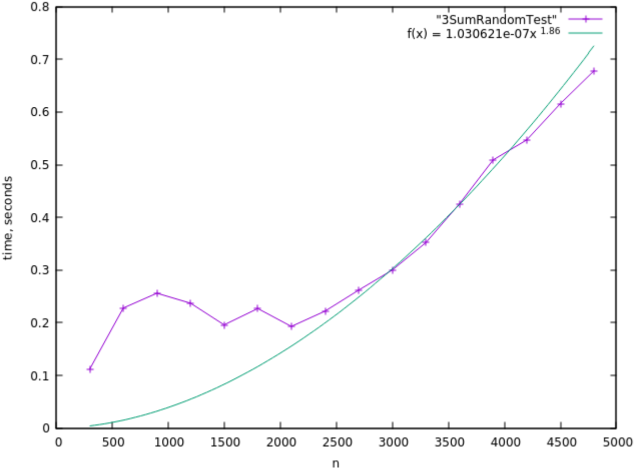
Искомое число подстрок — $(\#3\mathrm{SUM}^+(A, B, C) - (n + 1))/2$

Анализ алгоритма на константной строке



Алгоритм работает заметно медленнее, чем решение за n^2, которое за секунду успевает посчитать около 10 000.

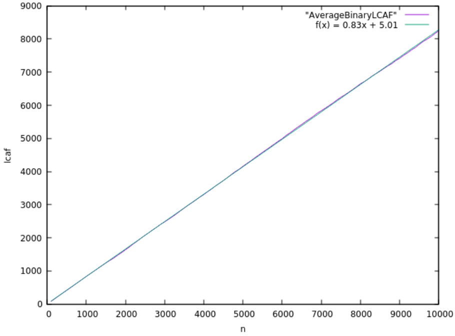
Сравнение алгоритмов на случайном тесте



Алгоритм работает снова заметно медленнее, чем решение за n^2.

НОАП на бинарном алфавите

График зависимости НОАП двух случайных бинарных строк от n, длины строк. Сгенерирован путем усреднения результата за 10^4 испытаний.



НОАП на бинарном алфавите

В работе доказана оценка сверху, что матожидание длины НОАП двух случайных бинарных строк ограничена сверху линейной функцией с коэффициентом меньше единицы, тем самым опровергнута гипотеза из первоисточника.

Так же в работе доказана оценка снизу линейной функцией 0.05n.

В работе предлагается сведение задачи к monotonic 3SUM+, лучшее решение которой на данный момент имеет асимптотику $\mathcal{O}(n^{1.86})$.

НОАП на произвольном алфавите

Был разработан алгоритм решения НОАП на произвольном алфавите за $\mathcal{O}(n^2 \log \sigma)$ времени и $\mathcal{O}(n)$ памяти.

Сравнение алгоритмов решения НОАП

Год	Авторы	Время	Память
2015	A. Alattabi	$\mathcal{O}(n^2\sigma)$	$\mathcal{O}(n\sigma)$
2016	S. Grabowski	$\mathcal{O}(n^2\sigma)$	$\mathcal{O}(n)$
2016	S. Grabowski	$\mathcal{O}(n^2 \log^2 n \log^* n)$	$\mathcal{O}(n \log^2 n)$
2017	Данная работа	$\mathcal{O}(n^2 \log \sigma)$	$\mathcal{O}(n)$

Краткое описание алгоритма

- Для фиксированной длины надо проверить, есть ли пара подстрок с одинаковым вектором Парея. При сдвиге вправо в нем меняются 2 элемента, будем хранить его в персистентном дереве отрезков.

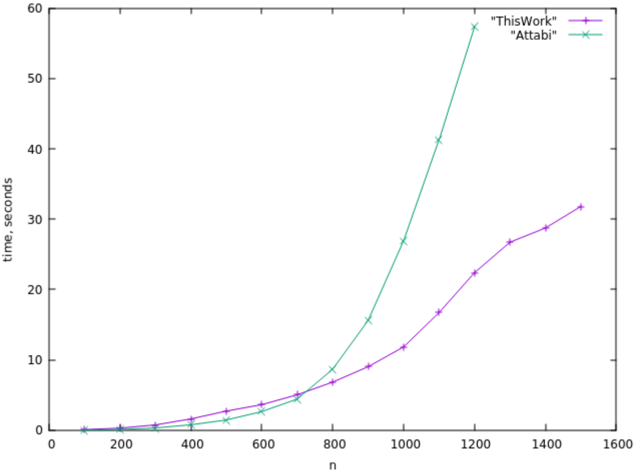
Краткое описание алгоритма

- Для фиксированной длины надо проверить, есть ли пара подстрок с одинаковым вектором Парея. При сдвиге вправо в нем меняются 2 элемента, будем хранить его в персистентном дереве отрезков.
- Для линейной памяти можно использовать limited node copying.

Краткое описание алгоритма

- Для фиксированной длины надо проверить, есть ли пара подстрок с одинаковым вектором Парея. При сдвиге вправо в нем меняются 2 элемента, будем хранить его в персистентном дереве отрезков.
- Для линейной памяти можно использовать limited node copying.
- Можно пересчитывать уникальный хеш-индекс каждой вершины (в том числе не созданных явно), все еще используя линию памяти.

Экспериментальные результаты алгоритма



Предложенный алгоритм работает заметно быстрее предложенных ранее.

Вопросы?

Спасибо за внимание.