Sumário

1 Amostragem Aleatória Simples

1.1 Geral

1.1.1 Populacionais

P[Selecionar Uma Amostra]

$$\frac{1}{C_n^N} \tag{1}$$

Total

$$Y = \sum_{i=1}^{N} y_i \tag{2}$$

Média

$$\bar{Y} = \frac{Y}{N} \tag{3}$$

Fator de Expanção

$$\frac{N}{n} \tag{4}$$

Fator amostral

$$\frac{n}{N} \tag{5}$$

Variância

$$\mathbf{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{Y})^2}{N-1} \quad ou \quad \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i)^2}{N}}{N-1} \tag{6}$$

1.1.2 Estimadores

Estimador não viesado para $\bar{Y}$ (TMA 1)

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=i}^{n} y_i}{n} \tag{7}$$

Estimador não viesado para $\mathbf{S}^2$ (TMA 3)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1} \tag{8}$$

Estimador não viesado para $V[\bar{y}]$ (TMA 4)

$$\hat{V[\bar{y}]} = \left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{S^2}{n} \tag{9}$$

Estimador não viesado para Y

$$\hat{Y} = N\bar{y} \tag{10}$$

Estimador não viesado para $V[\hat{Y}]$

$$\hat{V[\hat{Y}]} = N(N-n)\frac{S^2}{n} \tag{11}$$

1.2 Proporções

1.2.1 Populacional

Total

$$Y = A = \sum_{i=1}^{N} y_i \tag{12}$$

Média (Proporção)

$$\bar{Y} = P = \frac{A}{N} \tag{13}$$

Variância

$$\mathbf{S}^2 = \left(\frac{N}{N-1}\right) PQ \tag{14}$$

Variânia de p (TMA 6)

$$V[p] = \frac{PQ}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) \tag{15}$$

Variância de $\hat{A}$

$$V[\hat{A}] = N^2 \frac{PQ}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) \tag{16}$$

1.2.2 Estimadores

Estimador não viesado para P (TMA 5)

$$\bar{y} = p = \frac{a}{n} \tag{17}$$

Estimador não viesado para $\mathbf{S}^2$

$$S^2 = \left(\frac{n}{n-1}\right) pq \tag{18}$$

Estimador não viesado de A

$$\hat{A} = Np \tag{19}$$

Estimador não viesado para $V[p]$ (TMA 7)

$$\hat{V[p]} = \left(\frac{N-n}{N}\right) \frac{pq}{n-1} \tag{20}$$

Estimador não viesado para $V[\hat{A}]$

$$\hat{V[\hat{A}]} = \frac{N(N-n)}{n-1} pq \tag{21}$$

1.2.3 Intervalo de Confiança

Estimativa intervalar de P:

$$p - z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{pq}{n-1}\right)} + \frac{1}{2n} \leq P \leq p + z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{pq}{n-1}\right)} + \frac{1}{2n} \tag{22}$$

1.3 Razão

1.3.1 Pupulacional

Razão

$$R = \frac{Y}{X} = \frac{N\bar{Y}}{N\bar{X}} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} \tag{23}$$

Variância de $\hat{R}$ (TMA 8)

$$Var[\hat{R}] = \frac{1}{n\bar{X}^2}\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Rx_i)^2}{N-1}\right) \tag{24}$$

1.3.2 Estimadores

Estimador não viesado para R

$$\hat{R} = \frac{y}{x} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \tag{25}$$

Estimador não viesado para $\hat{R}$ (TMA 9)

$$\hat{Var}[\hat{R}] = \frac{1}{n\bar{x}^2}\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - 2\hat{R}\sum_{i=1}^{n} y_i x_i + \hat{R}^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n-1}\right) \tag{26}$$

1.4 Cluster

1.4.1 População

$$P = \frac{A}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} a_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \tag{27}$$

1.4.2 Estimadores

Estimador não viesado para P

$$p = \frac{a}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{28}$$

Estimador não viesado para $\bar{m}$

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{n} \tag{29}$$

$$\hat{V[p]} = \left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{1}{\bar{m}^2 n}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^2 - 2p\sum_{i=1}^{n} m_i a_i + p^2\sum_{i=1}^{n} m_i^2}{n-1}\right] \tag{30}$$

1.5 Tamanho da Amostra

1.5.1 Para Média

$$n_0 = \left(\frac{ZS}{r\bar{y}}\right)^2 \tag{31}$$

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \tag{32}$$

1.5.2 Para Proporção

$$n_0 = \left(\frac{Z}{d}\right)^2 pq \tag{33}$$

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \tag{34}$$

Tamanho máximo da amostra:

$$n_0 = \left(\frac{Z}{d}\right)^2 \frac{1}{4} \tag{35}$$

2 Amostragem Aleatória Estratificada

Considerando L estratos com j elementos:

$$N = \sum_{j=1}^{L} N_j \tag{36}$$

$$W_h = \frac{N_h}{N} \tag{37}$$

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h \tag{38}$$

$$S_h^2 = \frac{\sum\limits_{L=1}^{n_h} y_{hi}^2 - \frac{(\sum\limits_{L=1}^{n_h} y_{hi})^2}{n_h}}{n_h - 1} \tag{39}$$

$$V[\hat{\bar{y}}_{st}] = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} \tag{40}$$

$$\hat{Y}_{st} = N \bar{y}_{st} \tag{41}$$

$$V[\hat{\hat{Y}}_{st}] = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} \tag{42}$$

2.1 Tamanho Amostra por Alocação Ótima

2.1.1 Precisão

$$V = \left(\frac{\varepsilon}{Z}\right)^2 \tag{43}$$

$$n = \frac{\left(\frac{\sum\limits_{h=1}^{L} W_h S_h}{\sqrt{c_h}}\right)\left(\sum\limits_{h=1}^{L} W_h S_h \sqrt{c_h}\right)}{V + \frac{1}{N}\sum\limits_{h=1}^{L} W_h S_h^2} \tag{44}$$

2.1.2 Custo

$$\mathbf{C} = c_0 + \sum_{h=1}^{L} n_h c_h \tag{45}$$

$$n = \frac{(\mathbf{C} - c_0)\left(\frac{\sum\limits_{h=1}^{L} W_h S_h}{\sqrt{c_h}}\right)}{\sum\limits_{h=1}^{L} W_h S_h \sqrt{c_h}} \tag{46}$$

2.1.3 Alocação Ótima de Neyman

$$n_h = n \frac{\left(W_h S_h / \sqrt{c_h}\right)}{\left(\sum\limits_{i=1}^{L} W_i S_i / \sqrt{c_i}\right)} \tag{47}$$