

Dokumentacja do zadania 1.3

Marcin Horoszko, Radosław Głombiowski, Jacek Dermont

27 października 2012

1 Zadanie 1.3

Ustalić naturalną k_{max} . Wczytać $k \in \{1, 2, \dots, k_{max}\}$ oraz różne węzły x_1, x_2, \dots, x_n gdzie $n = 3k$. Następnie wczytać 2 komplety wartości A_1, A_2, \dots, A_n i B_1, B_2, \dots, B_k . Wyznaczyć w postaci Newtona wielomian interpolacyjny Hermite'a $W = W(x)$ stopnia co najwyżej $(4k - 1)$ spełniający warunki: $W(x_i) = A_i$ dla $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $W'(x_{3i}) = B_i$ dla $i = 1, 2, \dots, k$. Wynik przedstawić również w postaci ogólnej.

2 Podstawowe pojęcia

2.1 (Wielomian interpolacyjny Hermite'a funkcji f). Wielomian W stopnia co najwyżej n , nazywamy wielomianem interpolacyjnym Hermite'a funkcji f , jeśli w każdym n -krotnym węźle x_k spełnia równania:

$$W(x_k) = f(x_k), \quad W'(x_k) = f'(x_k), \quad \dots, \quad W^{(n-1)}(x_k) = f^{(n-1)}(x_k).$$

2.2 (różnica dzielona). Dla parami różnych liczb x_0, \dots, x_n **różnice dzielone** funkcji f są określone w następujący sposób:

$$f[x_i] = f(x_i),$$
$$f[x_i, \dots, x_{i+k}] = \frac{f[x_i, \dots, x_{i+k-1}] - f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}]}{x_i - x_{i+k}}$$

Korzystając z powyższych wzorów, możemy wyliczyć różnicę dzieloną dla dowolnych x_0, \dots, x_n .

3 Metoda numeryczna

Posiadając węzły x_1, x_2, \dots, x_n , komplety wartości A_1, A_2, \dots, A_n i B_1, B_2, \dots, B_k , możemy wyznaczyć wielomian interpolacyjny Hermite'a w postaci Newtona.

- tworzymy tablicę różnic dzielonych o wielkości $n+k$ (co trzeci węzeł będzie się powtarzał)

- dla powtarzających się węzłów, różnica dzielona wyjdzie $\frac{0}{0}$; wtedy zastępujemy ją przez $W'(x_{3i})=B_i$
- pierwszy wiersz będzie zawierać współczynniki dla wielomianu interpolacyjnego; oznaczmy przez a_0, \dots, a_{n-1}
- wielomian (w postaci Newtona) otrzymamy zgodnie ze wzorem:

$$W(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + \dots + a_{n-1}(x - x_n)$$

4 Opis programu

Wejście

- liczba całkowita k , w przedziale $1, \dots, k_{max}$
- n ($n=3k$) liczb typu double, \mathbf{x} , niepowtarzających się,
- n ($n=3k$) liczb typu double, \mathbf{A} ,
- k liczb typu double, \mathbf{B} ,

Wyjście

- współczynniki dla wielomianu interpolacyjnego,
- wydruk wielomianu w postaci Newtona,
- wydruk wielomianu w postaci ogólnej,