

# Dokumentacja do zadania 1.3

Marcin Horoszko, Radosław Głombiowski, Jacek Dermont

2 listopada 2012

## 1 Zadanie 1.3

Ustalić naturalną  $k_{max}$ . Wczytać  $k \in \{1, 2, \dots, k_{max}\}$  oraz różne węzły  $x_1, x_2, \dots, x_n$  gdzie  $n = 3k$ . Następnie wczytać 2 komplety wartości  $A_1, A_2, \dots, A_n$  i  $B_1, B_2, \dots, B_k$ . Wyznaczyć w postaci Newtona wielomian interpolacyjny Hermite'a  $W = W(x)$  stopnia co najwyżej  $(4k - 1)$  spełniający warunki:  $W(x_i) = A_i$  dla  $i = 1, 2, \dots, n$  oraz  $W'(x_{3i}) = B_i$  dla  $i = 1, 2, \dots, k$ . Wynik przedstawić również w postaci ogólnej.

## 2 Podstawowe pojęcia

**2.1** (Wielomian interpolacyjny Hermite'a funkcji  $f$ ). Wielomian  $W$  stopnia co najwyżej  $n$ , nazywamy wielomianem interpolacyjnym Hermite'a funkcji  $f$ , jeśli w każdym  $n$ -krotnym węźle  $x_k$  spełnia równania:

$$W(x_k) = f(x_k), \quad W'(x_k) = f'(x_k), \quad \dots, \quad W^{(n-1)}(x_k) = f^{(n-1)}(x_k).$$

**2.2** (różnica dzielona). Dla parami różnych liczb  $x_0, \dots, x_n$  **różnice dzielone** funkcji  $f$  są określone w następujący sposób:

$$f[x_i] = f(x_i),$$
$$f[x_i, \dots, x_{i+k}] = \frac{f[x_i, \dots, x_{i+k-1}] - f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}]}{x_i - x_{i+k}}$$

Korzystając z powyższych wzorów, możemy wyliczyć różnicę dzieloną dla dowolnych  $x_0, \dots, x_n$ .

## 3 Metoda numeryczna

Posiadając węzły  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , komplety wartości  $A_1, A_2, \dots, A_n$  i  $B_1, B_2, \dots, B_k$ , możemy wyznaczyć wielomian interpolacyjny Hermite'a w postaci Newtona.

- tworzymy tablicę różnic dzielonych o wielkości  $n+k$  (co trzeci węzeł będzie się powtarzał)

- dla powtarzających się węzłów, różnica dzielona wyjdzie  $\frac{0}{0}$ ; wtedy zastępujemy ją przez  $W'(x_{3i})=B_i$
- pierwszy wiersz będzie zawierać współczynniki dla wielomianu interpolacyjnego; oznaczmy przez  $a_0, \dots, a_{n-1}$
- wielomian (w postaci Newtona) otrzymamy zgodnie ze wzorem:  

$$W(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + \dots + a_{n-1}(x - x_n)$$
- wymnażamy wielomian w postaci Newtona i otrzymujemy wielomian w postaci ogólnej

## 4 Opis programu

Program został w całości napisany w języku  $C++$ .

Wejście

- liczba całkowita  $k$ , w przedziale  $1, \dots, k_{max}$  ( $k_{max}$  ustalone, wynosi 5)
- $n$  ( $n=3k$ ) liczb typu double,  $\mathbf{x}$ , niepowtarzających się
- $n$  ( $n=3k$ ) liczb typu double,  $\mathbf{A}$
- $k$  liczb typu double,  $\mathbf{B}$

Wyjście

- wydruk wielomianu interpolacyjnego Hermite'a w postaci Newtona
- wydruk wielomianu interpolacyjnego Hermite'a w postaci ogólnej

Struktura programu

- *main.cpp* - główna część programu, pobiera dane od użytkownika, wywołuje funkcje liczące współczynniki do wielomianów i generuje wyjście w postaci tychże wielomianów
- *tablica.cpp* - zawiera funkcje wyliczające współczynniki wielomianu interpolacyjnego Hermite'a
- *drukuj.cpp* - zawiera funkcje drukujące wielomiany

## 5 Funkcje programu

*tablica.cpp*

Główna część roznice\_dzielone

```
double **roznice_dzielone(double *x, double *A,
    double *B, int rozmiar)
    ...
    // wypelnia pierwsza kolumne
    for (int i=0;i<rozmiar;i++)
        tablica[i][0] = A[i];

    // wypelnia druga kolumne
    int t = 0;
    for (int i=0;i<rozmiar-1;i++)
        double licznik = tablica[i+1][0] - tablica[i][0];
        double mianownik = x[i+1] - x[i];
        if (licznik == 0.0f && mianownik == 0.0f)
            tablica[i][1] = B[(i-t)/3];
            t++;
            continue;
        tablica[i][1] = licznik/mianownik;

    // wypelnia reszte kolumn
    for (int i=2;i<rozmiar;i++)
        int z = i;
        for (int j=0;j<rozmiar-i;j++)
            double licznik = tablica[j+1][i-1] - tablica[j][i-1];
            double mianownik = x[z]-x[j];
            z++;
            tablica[j][i] = licznik/mianownik;

    ...
```

Funckaj