

# Dokumentacja do zadania 2.5

Marcin Horoszko, Radosław Głombiowski, Jacek Dermont

7 listopada 2012

## 1 Zadanie 2.5

Dla równania  $f(x) = 0$ , gdzie  $f(x) = \ln x + x - 5$ , wczytać  $a, b \in R$  takie, by  $0 < a < b$  oraz  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Następnie, dopóki “użytkownik się nie znudzi”, wczytywać wartość  $0 < \epsilon < 1$  i metodą połowienia na  $[a, b]$  przybliżyć z dokładnością  $\epsilon$  rozwiązanie tego równania. Rozwiązanie to przybliżyć również metodą Newtona z  $x_0 = a$ , przy czym  $x_k$  będzie dobrym przybliżeniem, gdy  $|x_k - x_{k-1}| \leq \epsilon$ . Porównać ilość kroków wykonanych metodą połowienia i metodą Newtona.

## 2 Podstawowe pojęcia

**2.1** (Metoda połowienia (równego podziału, bisekcji)). Jedna z metod rozwiązywania równań nieliniowych. Opiera się ona na twierdzeniu Bolzano-Cauchy’ego: *Jeżeli funkcja ciągła  $f(x)$  ma na końcach przedziału domkniętego wartości różnych znaków, to wewnątrz tego przedziału, istnieje co najmniej jeden pierwiastek równania  $f(x) = 0$ .*

**2.2** (Metoda Newtona (metoda stycznych)). Iteracyjny algorytm wyznaczania przybliżonej wartości pierwiastka funkcji. Można ją zastosować, gdy w przedziale  $[a, b]$  funkcja jest ciągła,  $f(a) \cdot f(b) < 0$  oraz pierwsza i druga pochodna funkcji mają stały znak na tym przedziale.

## 3 Metoda numeryczna

Posiadając  $a, b$  ( $0 < a < b$  i  $f(a) \cdot f(b) < 0$ ) oraz  $\epsilon$  ( $0 < \epsilon < 1$ ) możemy przybliżyć wartość pierwiastka  $f(x) = \ln x + x - 5$  powyższymi metodami.

Dla metody połowienia:

- tworzymy pętlę **while**, której warunkiem działania jest  $|a - b| > \epsilon$ :
  - $c = \frac{a+b}{2}$
  - jeśli  $f(a) \cdot f(c) < 0$ , to  $b = c$
  - w przeciwnym przypadku  $a = c$

- zmienna  $a$  jak i zmienna  $b$  są zadanymi przybliżeniami

Dla metody Newtona:

- definiujemy pochodną  $f'(x) = \frac{1}{x} + 1$
- $x_0 = a$
- tworzymy nie kończącą się pętlę **while**:
  - $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$
  - jeśli  $|x_0 - x_1| \leq \epsilon$ , to przerywamy **pętlę**
  - $x_0 = x_1$
- zmienna  $x_1$  będzie naszym szukanym przybliżeniem