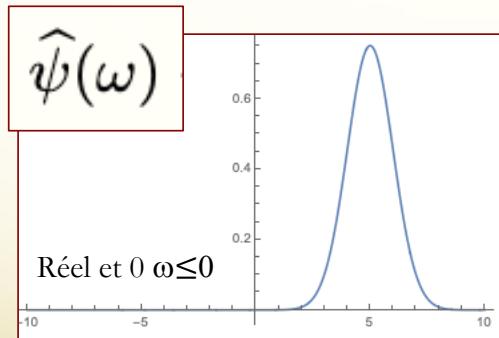
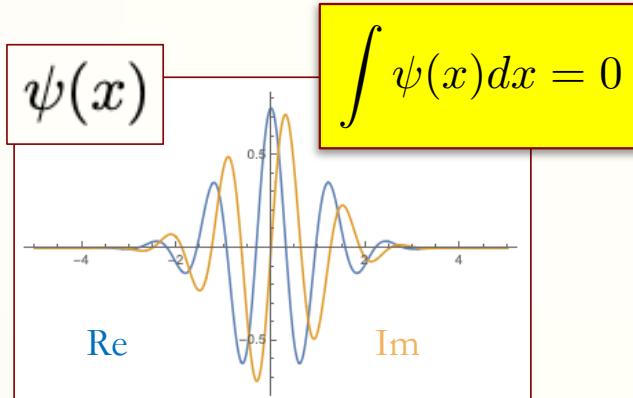


# Les Ondelettes - I

Ici W: wave



(Ondelette Cplx Morlet analytique)

Haar, Gabor, Morlet,  
Grossmann,  
Meyer, Mallat, Daubechies

Changement d'échelle

$$\psi(x) \rightarrow \frac{1}{s} \psi(x/s) = \psi_s(x)$$

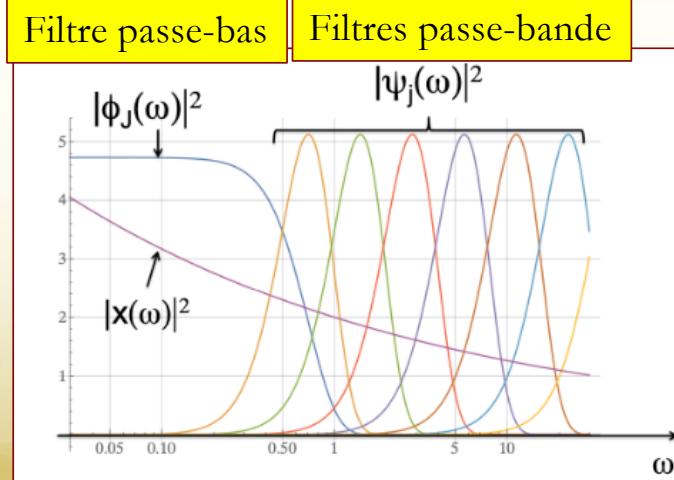
$$\widehat{\psi}(\omega) \rightarrow \widehat{\psi}(s\omega) = \widehat{\psi}_s(\omega)$$

Transformée en Ondelettes

Convolution par un filtre

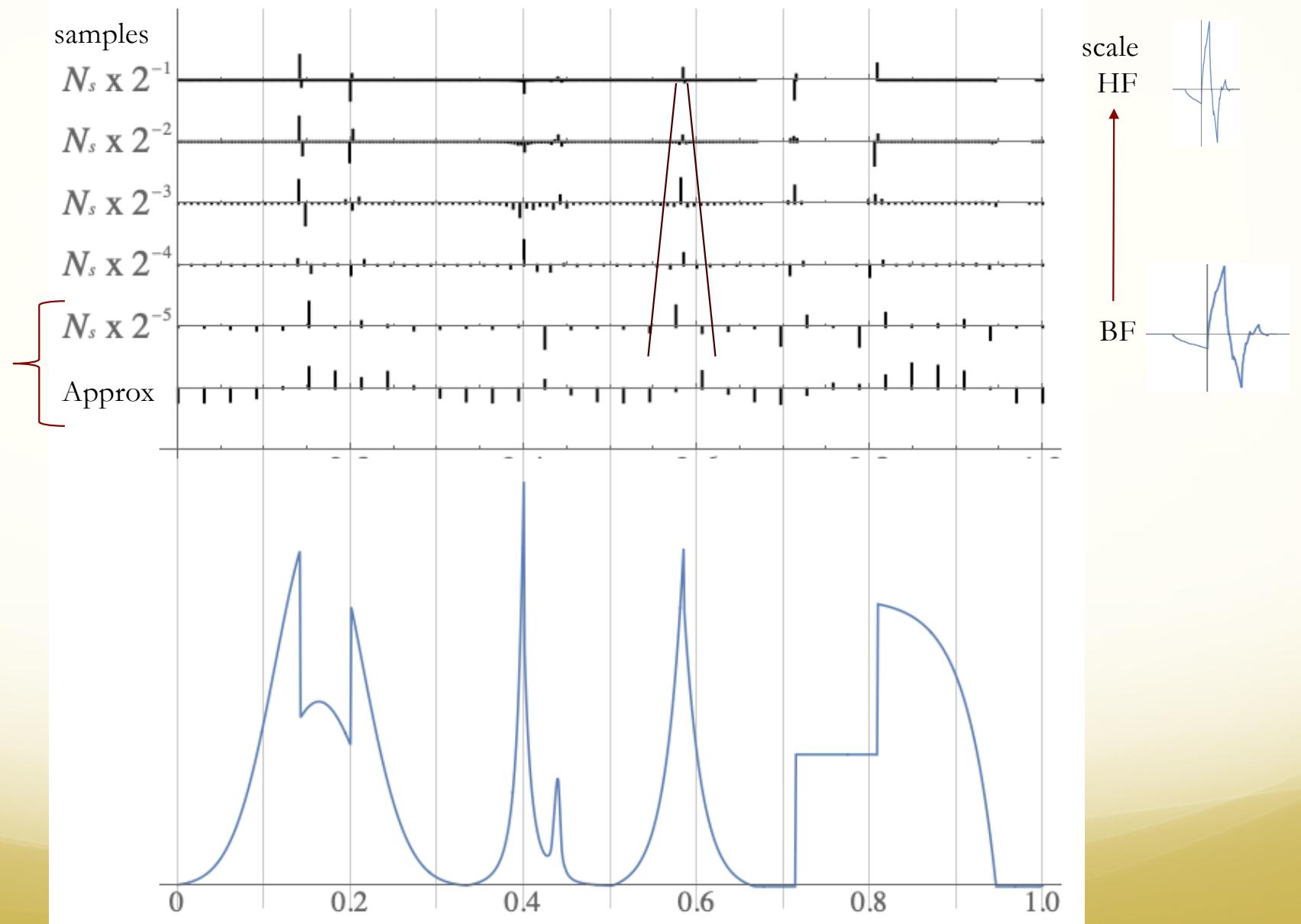
$$s = 2^j \text{ ou } 2^{j/Q}$$

$$Wx = \left( x * \phi_J, \{x * \psi_j\}_{j \leq J} \right)$$



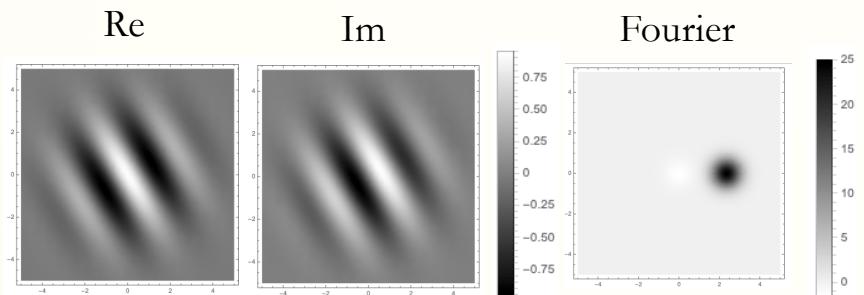
Il suffit de se donner un **filtre Passe-Bas**  $\phi_J$  et une collection de **filtres Passe-Bande**  $\{\psi_j\}$  qui couvre tout le spectre de Fourier pour reconstruire le signal.

(plus général que MRA)



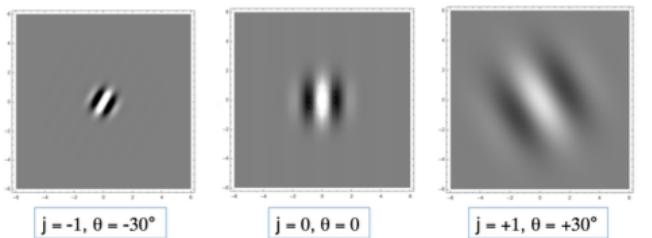
# Les Ondelettes - II

En 2D: ex. Morlet Cplx



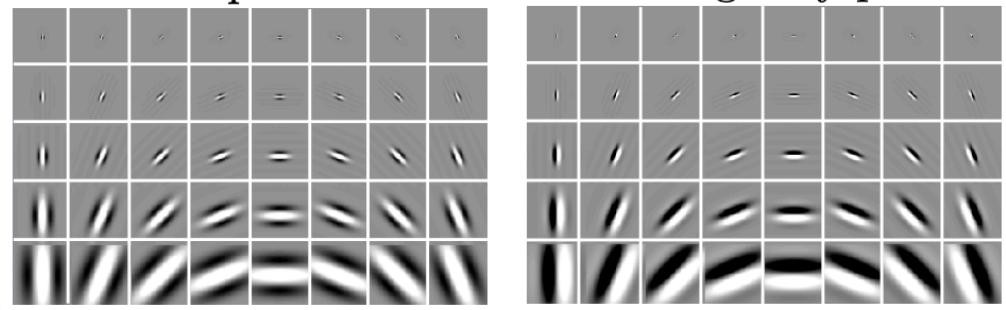
## Echelle + Rotation

$$\psi_{\theta,j}(u) \equiv 2^{-2j}\psi(2^{-j}(r_{-\theta}u))$$

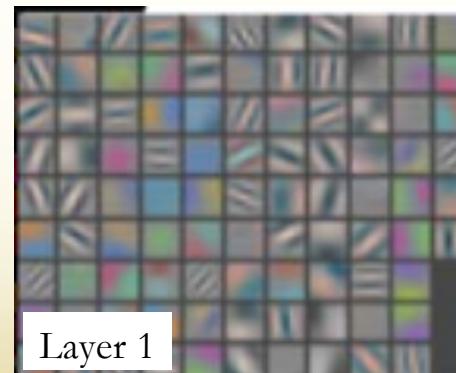


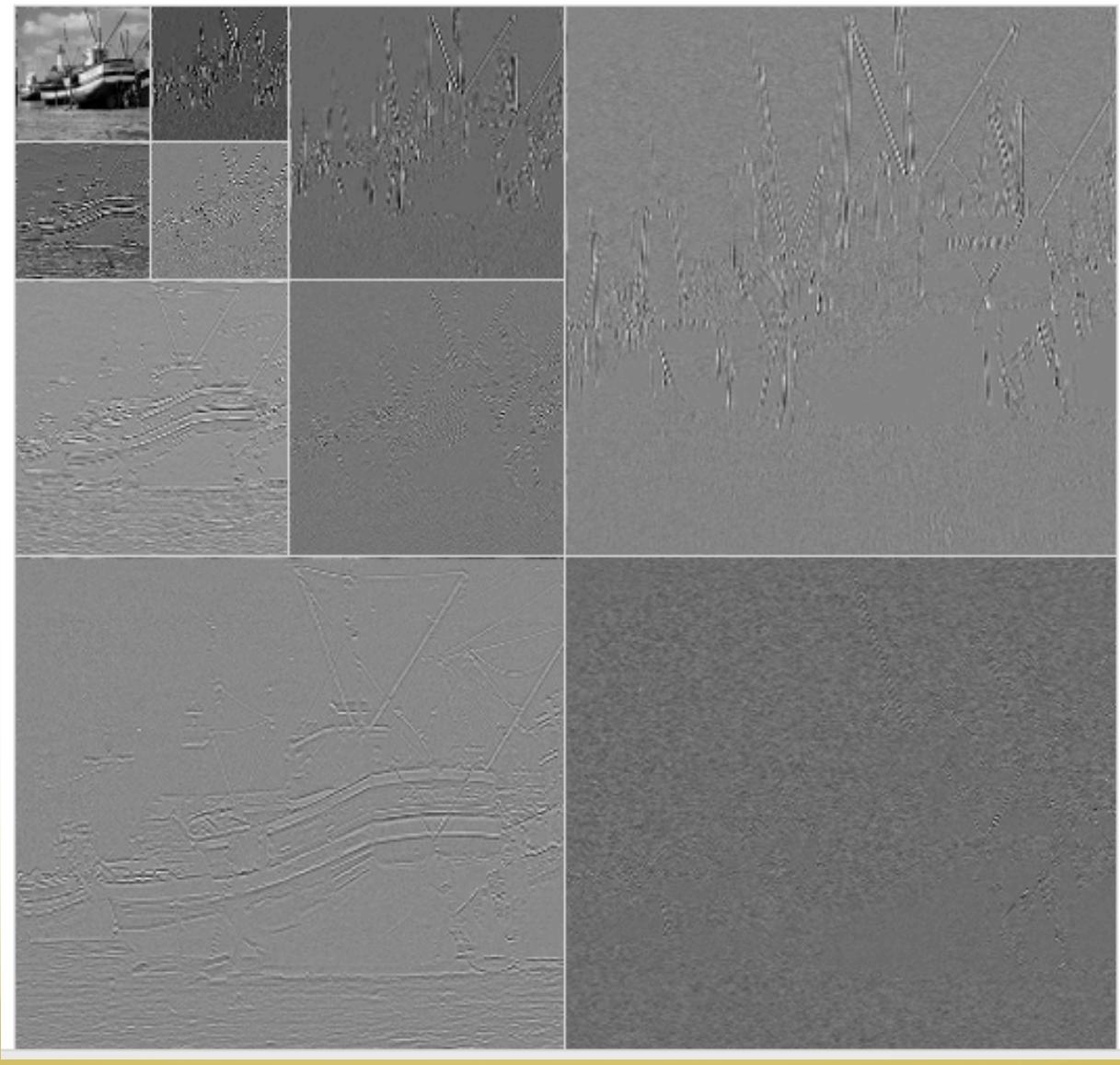
## Set de filtres sensibles à des contours orientés

real parts	imaginary parts
------------	-----------------



Ressemble furieusement à ce qui est appris dans la première couche des CNN.  
(extrait de mes slides de 2017)

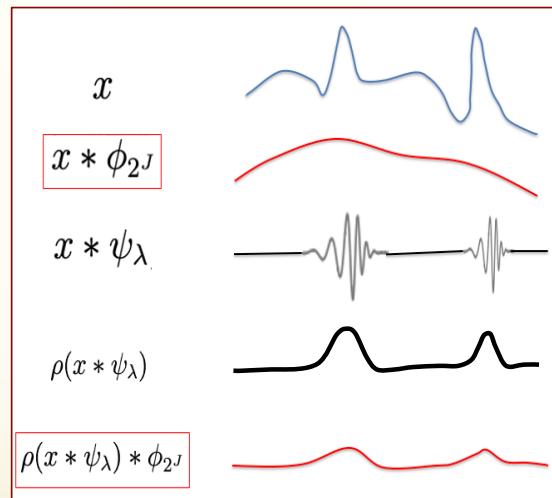




# Le rôle des non-linéarités

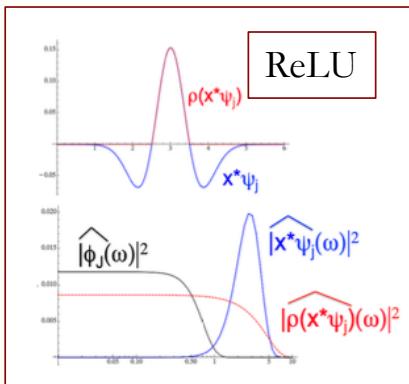
## Obtenir des Invariants

le seul invariant linéaire par action de  $G$  est la moyenne



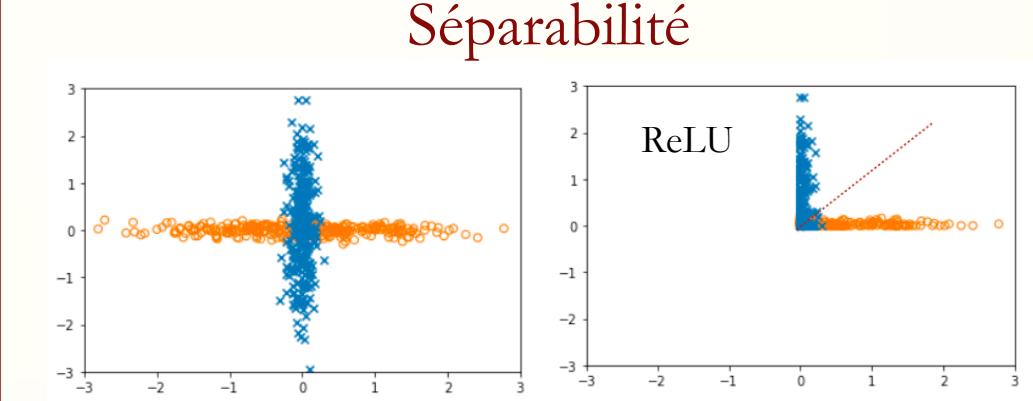
Ici invariance par translation sur l'échelle du filtre passe-bas

## Pooling



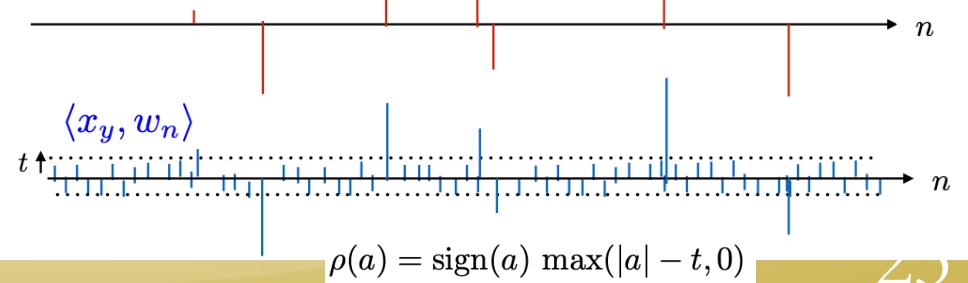
Recouvrement possible à basse fréquence.

## Séparabilité



## Réduction de variabilité

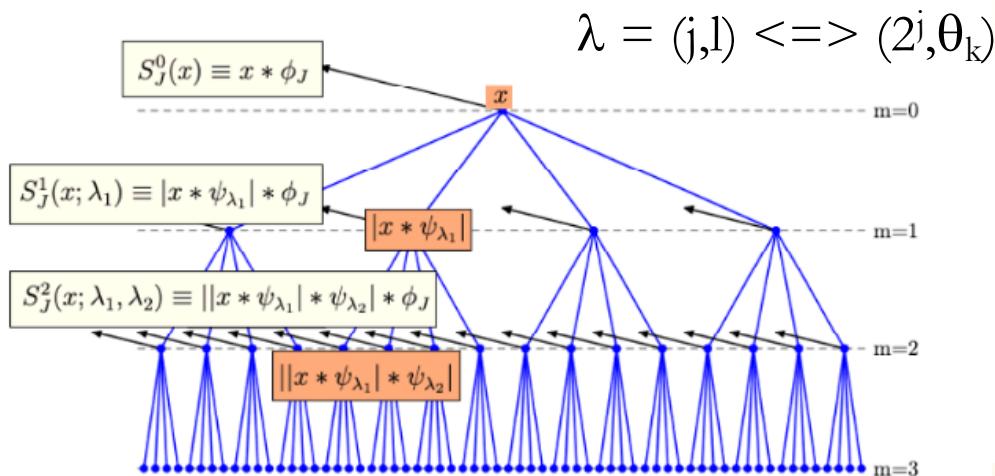
$x$  pacimonieux   Soft-threshold comme pour du débruitage en moyenne



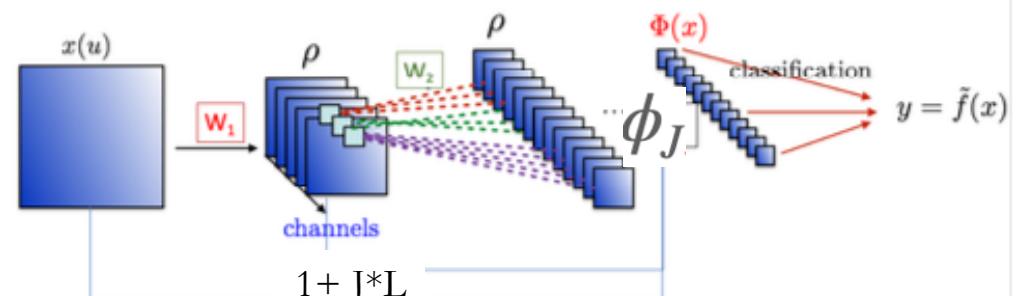
# Réseau de Scattering

Mallat 2012

Avec ici la non-linéarité  $\rho(x) = |x|$



Vue comme un Réseau de Neurones



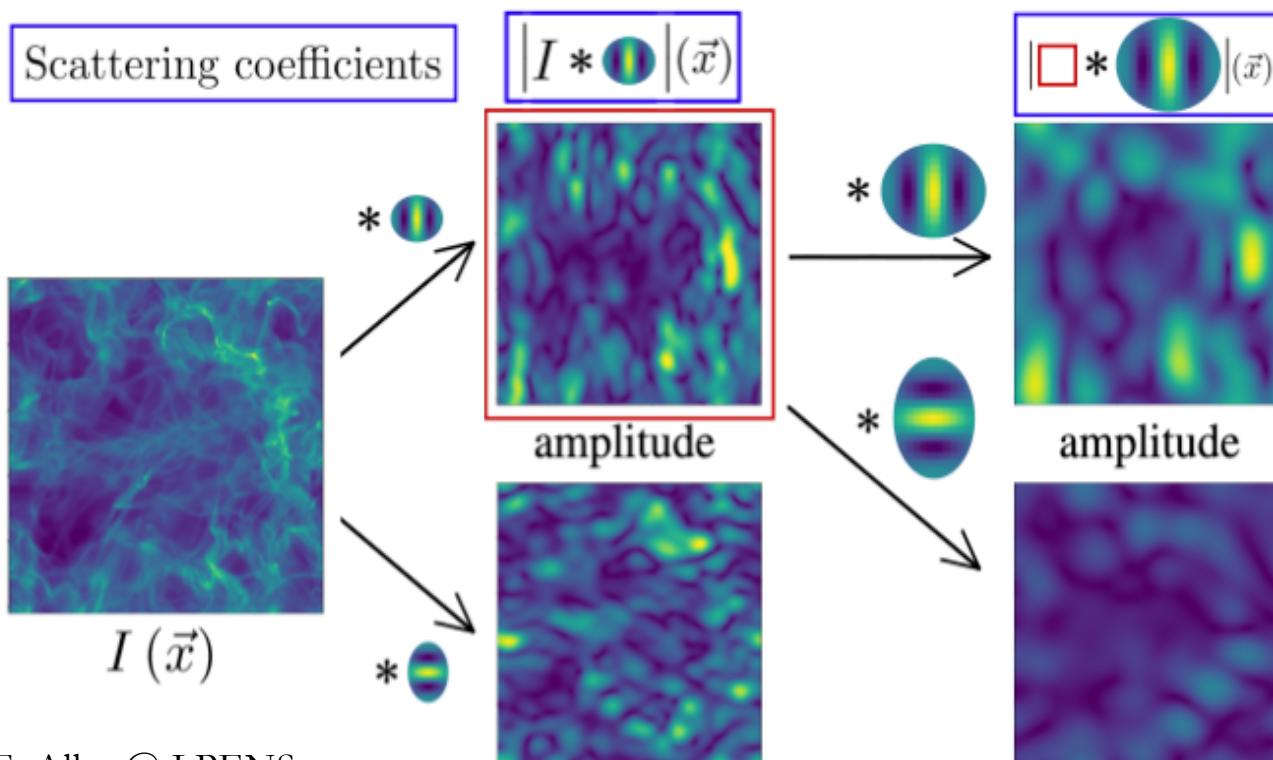
On se limite à l'ordre 2 car les coeff. décroissent rapidement

Le # de canaux  $K = 1 + J*L + L^2 J(J+1)/2$   
 $L$  : # d'angles entre  $[0, \pi]$  (typique 4 ou 8)  
 $Imgae(H, W) \Rightarrow H/2^J, W/2^J$

Implémentation librairie Kymatio

... Beaucoup d'application sur les Time-series en Physique mais pas que...

# Wavelet Scattering Transf. (WST) pour la Cosmo.



E. Ally @ LPENS

On peut identifier des coefficients isotropes et d'autres qui sont sensibles à l'anisotropie



Fit les 2 dépendances  
Réduction du nombre de coeff.

Allys et al. (2019), Régaldo-St Blancard et al. (2020)

## RWST

Classification de MHD simu.  
Inférence Statistique sur des Simu Cosmo.

Aussi bien que les CNN dans le domaine

# FINK alert

