João Vitor de Carvalho Mota - 16 0127823

Questionário 5

1) $T=0{,}1s$ $\quad u(t) \xrightarrow{T} u(KT) \rightarrow \boxed{G_{HO}(s)} \rightarrow \boxed{\dfrac{100}{s(s+10)}} \; y(t) \xrightarrow{T} y(KT)$

$110 + 11B + 1 = 100$

$B =$

$$Z\left\{G_{HO}(s)\cdot\frac{100}{s(s+10)}\right\} = (1-z^{-1})\,Z\left\{\frac{100}{s^2(s+10)}\right\} \Rightarrow Z\left\{\frac{100}{s^2(s+10)}\right\}$$

$$\frac{100}{s^2(s+10)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+10} \Rightarrow 100 = A(s+10) + Bs(s+10) + Cs^2$$

$$A=10 \quad C=1 \quad B = \frac{-11}{11} = -1$$

$$Z\left\{\frac{10}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+10}\right\} \Rightarrow \frac{z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-e^{-1}}$$

$$Z\left\{G_{HO}(s)\cdot\frac{100}{s(s+10)}\right\} = \frac{z-1}{z}\left(\frac{z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-e^{-1}}\right) = \frac{1}{z-1} - 1 + \frac{z-1}{z-e^{-1}}$$

$$= \frac{(z-e^{-1}) - (z-e^{-1})(z-1) + (z-1)^2}{(z-1)(z-e^{-1})} = \frac{e^{-1}z + (1-2e^{-1})}{(z-1)(z-e^{-1})} = \frac{0{,}3679z + 0{,}2642}{(z-1)(z-0{,}3679)} = G(z)$$

$$U(z) \rightarrow \boxed{G(z)} \rightarrow Y(z)$$

i) $u(t) = \sin(10t) \Rightarrow u(KT) = \sin(10KT) = \sin(K)$ com $\omega=10$

Usando Aula 11: $y_{ss}(KT) = |G(e^{j\omega T})| \cdot \sin(K + \measuredangle G(e^{j\omega T}))$ com:

$$|G(e^{j\omega T})| = -3{,}4\,dB \quad , \quad \measuredangle G(e^{j\omega T}) = -163^\circ$$

Pois Olhando o diagrama de Bode feito por G = tf([100],[1 10 0])

Gz = c2d(G, 0.1)

bode(Gz)

No Bode: Magnitude $\Rightarrow$ Em $\omega=10$, Ganho $= -3{,}4\,dB$, Fase $\Rightarrow$ Em $\omega=10$, Fase $= -163^\circ$

Como $20 \log_{10} x = -3,4 \Rightarrow x = 10^{\frac{-3,4}{20}} = 0,6761$

Logo $y_{ss}(0,1k) = 0,6761 \sin(k - (163°))$

ii) $v(t) = 2\cos(50t) \Rightarrow v(kT) = 2\cos(50kT)$ $\quad w = 50$ rad/s

$\cos(wt) = \operatorname{sen}(wt + 90°) \Rightarrow v(kT) = 2\sin(50kT + 90°)$
Usando Aula 11:
$y_{ss}(kT) = 2|G(e^{jwT})| \cdot \sin(kwT + 90° + \angle G(e^{jwT}))$

Como o gráfico de Bode se repete em $\frac{w_s}{2} = \frac{\pi}{T} = 10\pi$ Logo $w = 50 - 10\pi = 18,5841$

Olhando mesmo Bode porém na frequência de 18,5841:

$|G(e^{jwT})| = -13,6\,dB \qquad \angle G(e^{jwT}) = -202°$

Como $20 \log_{10} x = -13,6 \Rightarrow x = 10^{\frac{-13,6}{20}} = 0,2089$

Logo $y_{ss}(0,1k) = 0,2089 \sin(5k + 90° - 202°)$

b) Considerando o mesmo diagrama de Bode no ponto onde dB = 0 na magnitude chegamos na frequência de 7,71 rad/s. Olhando a fase neste ponto de frequência 7,71 rad/s chegamos em -150°.
$MF = 180° + \angle G(j7,71) = 180 - 150° = 30°$

Considerando o mesmo diagrama de Bode no ponto onde a fase é -180° chegamos na frequência de 13,2 rad/s que olhando a magnitude neste ponto chegamos em -7,58 dB.
Como é a distância para 0 dB logo $|-7,58| = M_g$
$M_g = 7,58$

c) Como $G(z) = \dfrac{0,3679z + 0,2642}{(z-1)(z-0,3679)}$, em $z = \dfrac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w} = \dfrac{1+0,05w}{1-0,05w}$

Logo $G(w) = \dfrac{(0,3679)\cdot\left(\dfrac{1+0,05w}{1-0,05w}\right) + 0,2642}{\left(\left(\dfrac{1+0,05w}{1-0,05w}\right)-1\right)\left(\dfrac{1+0,05w}{1-0,05w} - 0,3679\right)}$, multiplicando por $\dfrac{(1-0,05)^2}{(1-0,05)^2}$

$$G(w) = \frac{(0,3679)(1+0,05w)(1-0,05w) + 0,2642(1-0,05w)^2}{(1+0,05w-(1-0,05w))(1+0,05w-0,3679(1-0,05w))}$$

$$G(w) = \frac{-0,03788w^2 - 3,849w + 92,42}{w^2 + 9,242w}$$

Fazendo no Matlab: Gw = d2c(Gz,'Tustin')

bode(Gw)

Chegamos no diagrama de Bode.

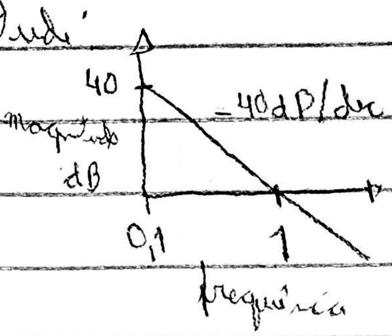
Olhando o diagrama no ponto 0dB chegamos na frequência 8,12 rad/s que dá 210° no gráfico da fase. Logo: $M_F = 210 - 180 = 30$

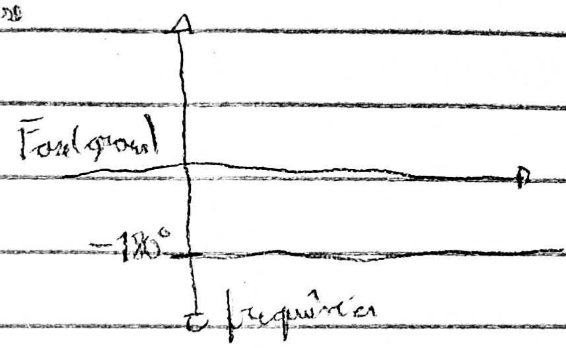
Olhando o diagrama no ponto em que a fase é 180° chegamos na frequência de 15,6 rad/s que na Magnitude dá -7,57 dB. Logo $M_G = 7,57$ dB

2) $G(s) = \frac{1}{s^2}$ Como $s = j\omega$

Diagrama de Bode

Magnitude: Fase





Compensador por avanço de fase:

$G_c(s) = K_c \frac{(Ts+1)}{(\alpha Ts+1)}$ $0<\alpha<1 \Rightarrow \frac{G_c(s)}{K_c} = \frac{(Ts+1)}{(\alpha Ts+1)}$

$|G(s)\cdot G_c(s)|_{s=1} = 1 \Rightarrow \frac{K_c|Ts+1|}{|\alpha Ts+1||s^2|} = 1 \Rightarrow \frac{K_c\cdot\sqrt{1+T^2}}{\sqrt{\alpha^2T^2+1}\cdot\sqrt{1^2}} = 1$

$K_c = \frac{\sqrt{\alpha^2T^2+1}}{\sqrt{T^2+1}}$

Escolhendo 58° para $\phi_m \Rightarrow \sin 58° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0,0822$

$|\hat{G}_c(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 3,4874 \Rightarrow 20\log 3,4874 = 10,8501\,dB$

Olhando diagrama de Bode no ponto 10,8501dB chegamos em frequência $\omega_m = 0,537$

Como $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow 0,537 = \frac{1}{T\sqrt{0,0822}} \Rightarrow T = 6,4943$

Logo $K_c = 0,1725$, Então $G\cdot G_c = \frac{(1,12s + 0,1725)}{s^2(1+0,534s)}$

Olhando Bode de $G(s)\cdot G_c(s)$ no Matlab percebemos $M_F = 53,1°$, logo mudar ϕ_m.

Escolhendo 54° para $\phi_m \Rightarrow \sin 54° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}1056$

$|\hat{G}_c(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 9{,}7645\,dB$

Olhando Bode no ponto 9,7645 chegamos na frequência de 0,57 rad/s

$\omega_m = 0{,}57 = \frac{1}{T\sqrt{0{,}1056}} \Rightarrow T = 5{,}3994$

$K_c = 0{,}2096$ Então $G(s) \cdot G_c(s) = \frac{(1{,}132s + 0{,}2096)}{(0{,}57s+1)\, s^2}$

Olhando Bode chegamos em $M_F = 49{,}8$ que é aceitável e na frequência 1 rad/s magnitude igual a 0 dB logo atende os requisitos do projeto.

b) $T = 0{,}2$. Considerando um bloco de ZOH em série com $G(s)$

$$Z\left\{G_{ZOH} \cdot \frac{1}{s^2}\right\} = (1-z^{-1})\, Z\left\{\frac{1}{s^2}\right\} = (1-z^{-1}) \cdot \frac{0{,}5 \cdot 0{,}2^2\, z(z+1)}{(z-1)^3}$$

$$= \frac{z-1}{z} \cdot \frac{0{,}02\, z(z+1)}{(z-1)^3} = \frac{0{,}02(z+1)}{(z-1)^2}$$

Chegamos $G(w) = G(z)\Big|_{z = \frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w}} = \frac{0{,}02\left(\frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w} + 1\right)}{\left(\frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w} - 1\right)^2}$

$$G(w) = \frac{0{,}02(1+0{,}1w)(1-0{,}1w) + 0{,}02(1-0{,}1w)^2}{(1+0{,}1w)^2 - 2\,(1+0{,}1w)(1-0{,}1w) + (1-0{,}1w)^2}$$

$$G(w) = \frac{0{,}02(1-0{,}01w^2) + 0{,}02(1-0{,}2w+0{,}01w^2)}{(1+0{,}2w+0{,}01w^2) - 2(1-0{,}01w^2) + (1-0{,}2w+0{,}01w^2)}$$

$$G(w) = \frac{0{,}04 - 0{,}004w}{0{,}04w^2} = \frac{-0{,}1w+1}{w^2}$$

Compensador de fase: Como queremos 50 de M_F e temos $-5,72$ vou considerar $\phi_m = 61^\circ$

$$\sin 61^\circ = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0,0669$$

$$|\hat{G}_c(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \Rightarrow 11,7468\,dB$$

Olhando Bode neste ponto 11,7468 de magnitude a frequência vale 0,51 rad/s

$$\omega_m = 0,51 = \frac{1}{T\cdot\sqrt{0,0669}} \Rightarrow T = 7,5818$$

Logo $K_c = 0,1466$

Então $G_c(\omega) = \dfrac{1,112\omega + 0,1466}{0,5071\omega + 1}$

Logo $G(\omega)\cdot G_c(\omega) = \dfrac{(1,112\omega + 0,1466)(-0,1\omega + 1)}{\omega^2\cdot(0,5071\omega + 1)}$

Olhando gráfico de bode pelo matlab chegamos em $M_F = 49,8$ que é aceitável e magnitude 0 dB na frequência 1 rad/s. Atendendo os requisitos do projeto.

Controle Digital - Questionário 5

João Viktor de Carvalho Mota - 160127823

1

1.

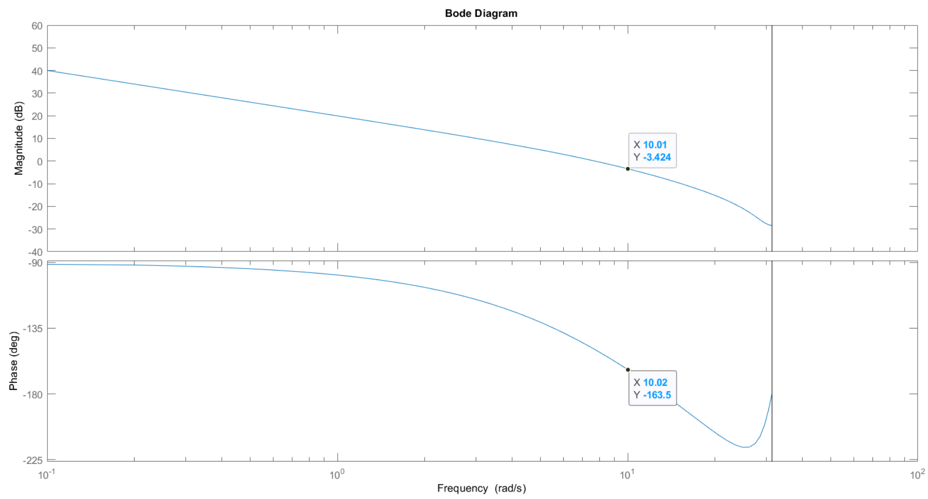


Figure 1. Diagrama de Bode 1)a)i) ponto1

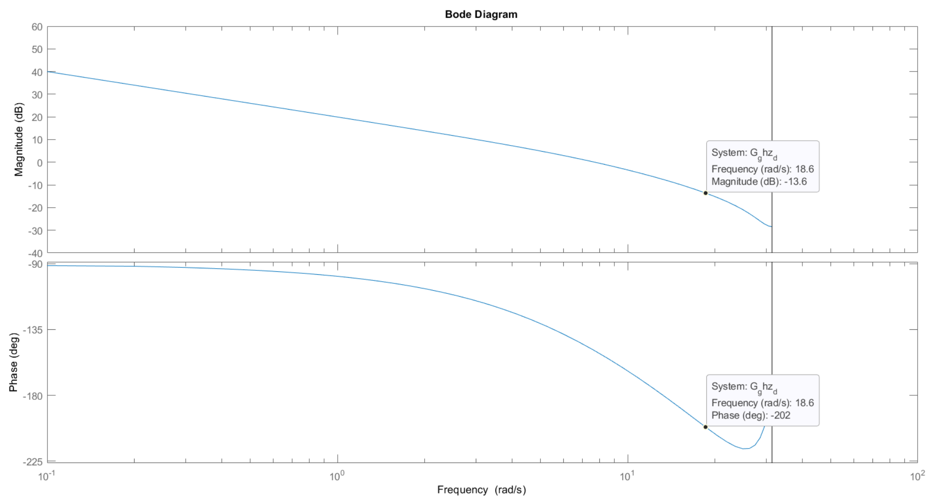


Figure 2. Diagrama de Bode 1)a)i) ponto2

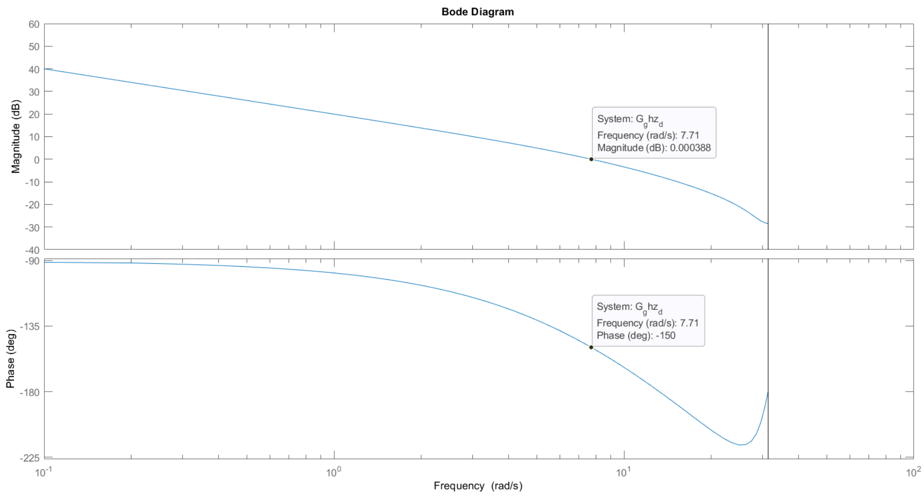


Figure 3. Diagrama de Bode 1)a)ii) ponto1

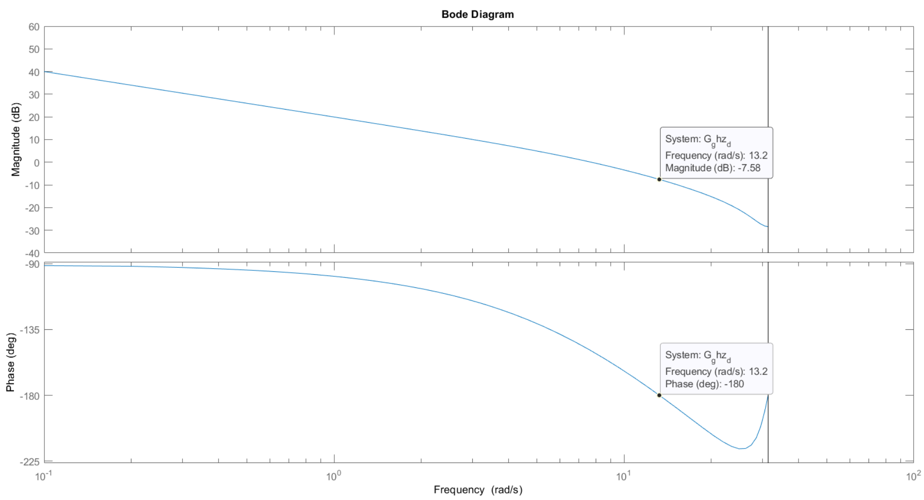


Figure 4. Diagrama de Bode 1)a)ii) ponto2

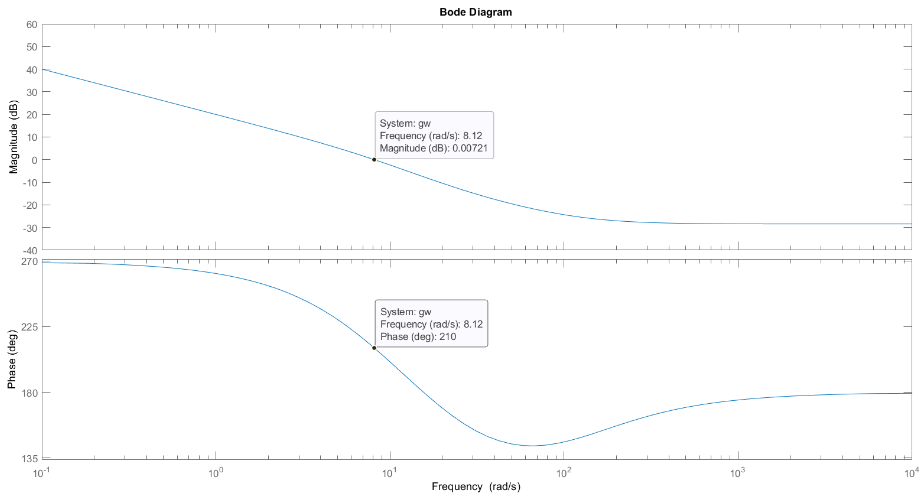


Figure 5. Diagrama de Bode 1)b) ponto1

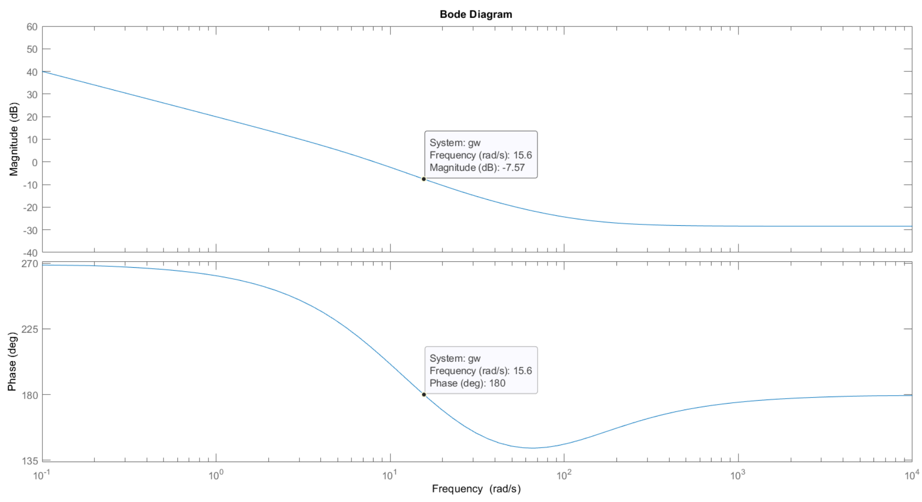


Figure 6. Diagrama de Bode 1)b) ponto2

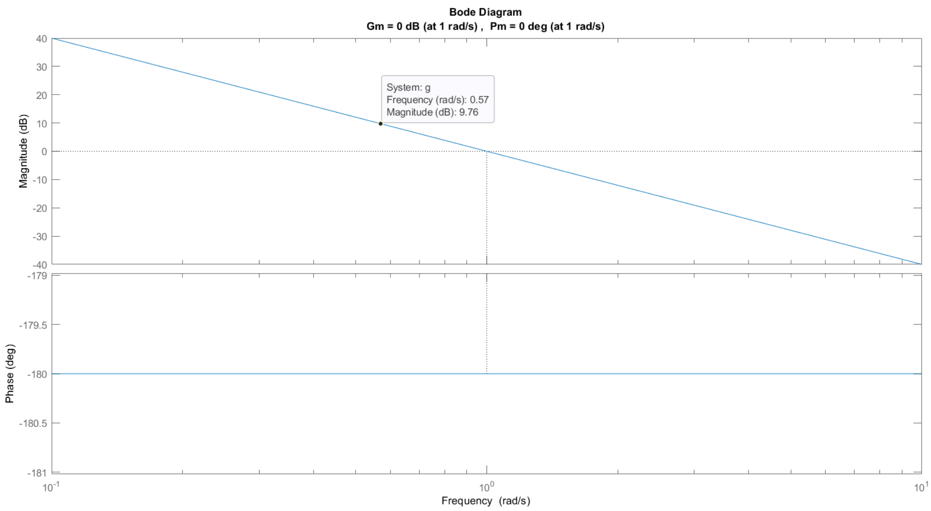


Figure 7. Diagrama de Bode 2)a) ponto1

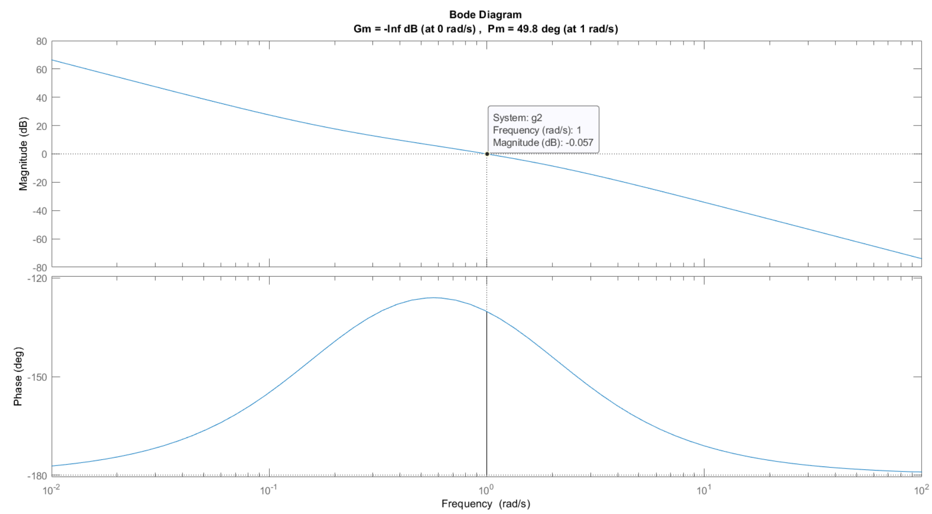


Figure 8. Diagrama de Bode 2)a) ponto2

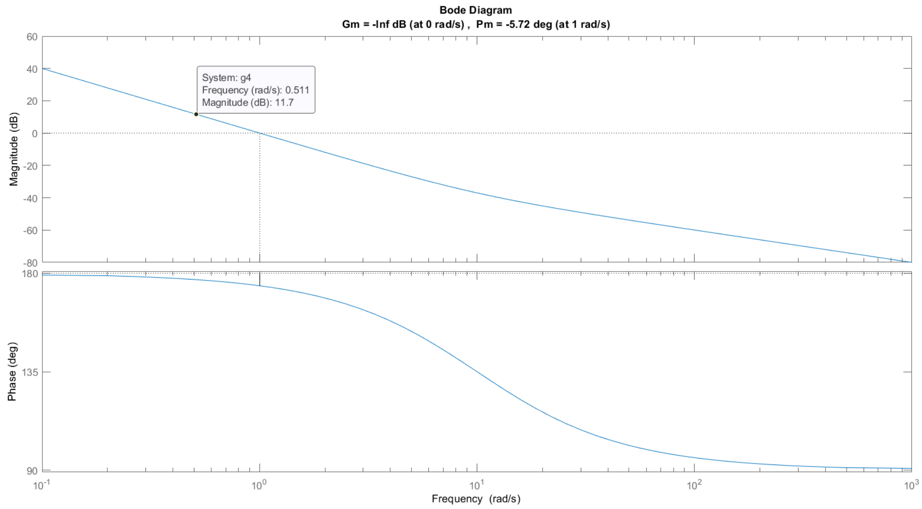


Figure 9. Diagrama de Bode 2)b) ponto1

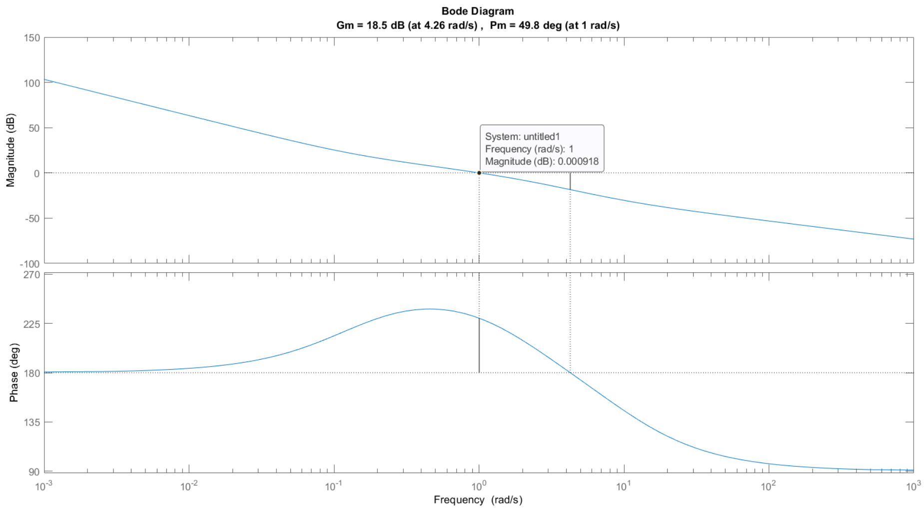


Figure 10. Diagrama de Bode 2)b) ponto2