Künstliche Intelligenz - Übung 6

Julian Dobmann, Kai Kruschel

5.6.2015

Aufgabe 1

The two wise men:

w_i soll bedeuten, w hat einen weißen Punkt, $\neg w_i$ demnach, w hat keinen weißen/einen schwarzen Punkt.

Wir begreifen $\Box_i \delta$ als *i weiß, dass δ wahr ist*

Es gibt 2 weise Männer w_1 und w_2 und mindestens einer hat einen weißen Punkt, also:

offensichtliche Formeln:

1 $w_1 \vee w_2$

2 $w_1 \Rightarrow \Box_2 w_1$

3 $w_1 \Rightarrow \Box_2 w_1$

4 $\neg w_1 \Rightarrow \Box_2 \neg w_1$

5 $\neg w_2 \Rightarrow \Box_1 \neg w_2$

Da auf jeden Fall ein weißer Punkt existieren muss:

6 $\Box_1 \neg w_2 \Rightarrow \Box_1 w_1$

7 $\Box_2 \neg w_1 \Rightarrow \Box_2 w_2$

Aus 7. und 8. folgt auch, dass wenn der jeweils andere nicht

8 $\neg(\Box_1 w_1) \Rightarrow \neg(\Box_1 \neg w_2)$

9 $\neg(\Box_2 w_2) \Rightarrow \neg(\Box_2 \neg w_1)$

Der erste Weise weiß nicht, dass(ob) er einen weißen Punkt hat:

Der erste Weise weiß nicht, dass(ob) er einen weißen Punkt hat.

10 $\neg(\Box_1 w_1)$

also folgt mit 8:

11 $\neg(\Box_1 \neg w_2)$

wir können die Implikation 5 umstellen zu $\neg(\Box_1 \neg w_2) \Rightarrow \neg(\neg w_2) \equiv w_2$

Aus $\neg(\Box_1 \neg w_2) \Rightarrow \neg(\neg w_2)$ und $\neg(\Box_1 \neg w_2)$ folgt offensichtlich w_2

Aufgabe 2

a)

Beweise $A = \diamond(P \Rightarrow \Box P)$ in Logik T

$$\underline{(1)\neg \diamond (P \Rightarrow \Box P)}_{T}$$

$$\underline{(1)\neg(P \Rightarrow \Box P)}_{\neg\Rightarrow}$$

$$(1)P$$

$$\underline{(1)\neg\Box P}_{\neg\Box}$$

$$(1.1)\neg P$$

$$(1.1)P$$

Tableau ist geschlossen, da in allen Pfaden gegensätzliche Formeln mit gleichem Präfix enthalten sind.

$\Rightarrow A$ ist erfüllbar.

b)

Beweise $B = (\Box P \wedge \Box Q) \Rightarrow \Box(\Box P \wedge \Box Q)$ in Logik K4

$$1 : \underline{(1)\neg((\Box P \wedge \Box Q) \Rightarrow \Box(\Box P \wedge \Box Q))}_{\neg\Rightarrow}$$

$$2 : (1)\Box P \wedge \Box Q$$

$$3 : (1)\neg\Box(\Box P \wedge \Box Q)$$

$$4 : (1)\Box P \quad \wedge (2)$$

$$5 : (1)\Box Q \quad \wedge (2)$$

$$5 : (1)\Box Q \quad \wedge(2)$$

$$6 : \underline{(1.1)\neg(\Box P \wedge \Box Q)}_{\neg\wedge} \quad \neg\Box(3)$$

$$7 : (1.1)\neg\Box P \;\mid\; 8 : (1.1)\neg\Box Q$$

$$9 : (1.1)\Box P \quad 4(4) \;\mid\; 10 : (1.1)\Box Q \quad 4(5)$$

Tableau ist geschlossen, da in allen Pfaden gegensätzliche Formeln mit gleichem Präfix enthalten sind.

$\Rightarrow$ B ist erfüllbar.

c)

Beweise $C = \Box(P \Rightarrow Q) \vee \Box\neg\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P)$ in Logik S5

$$1 : \underline{(1)\neg(\Box(P \Rightarrow Q) \vee \Box\neg\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P))}_{\neg\vee}$$

$$3 : (1)\neg\Box(P \Rightarrow Q)$$

$$4 : (1)\underline{\neg\Box\neg\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P)}_{\neg\Box}$$

$$5 : \underline{(1.1)\neg\neg\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P)}_{\neg\neg}$$

$$6 : \underline{(1.1)\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P)}_{4r}$$

$$7 : \underline{(1)\Box(\neg Q \Rightarrow \neg P)}_{\Box}$$

$$8 : \underline{(1.1)\neg Q \Rightarrow \neg P}_{\Rightarrow}$$

$$9 : (1.1)\neg\neg Q \;\mid\; 10 : (1.1)\neg P$$

$$11 : (1.1)Q \quad \neg\neg(9)$$

$$12 : \underline{(1.2)\neg(P \Rightarrow Q)}_{\neg\Rightarrow} \quad \neg\Box(3)$$

$$13 : (1.2)P$$

$$14 : (1.2)\neg Q$$

Tableau ist geschlossen, da in allen Pfaden gegensätzliche Formeln mit gleichem Präfix enthalten sind.

$\Rightarrow$ C ist erfüllbar.