

KI

Musterlösung 6. Übung

1. Aufgabe

Jeder weiß, dass mindestens einer der Punkte weiß ist.

$$\Box_{\text{fool}}(ws_a \vee ws_b)$$

Hat einer einen weißen Punkt, kann der andere diesen sehen.

$$\Box_{\text{fool}}(ws_a \Rightarrow \Box_b ws_a)$$

$$\Box_{\text{fool}}(ws_b \Rightarrow \Box_a ws_b)$$

Hat einer einen schwarzen Punkt, kann der andere diesen sehen.

$$\Box_{\text{fool}}(\neg ws_a \Rightarrow \Box_b \neg ws_a)$$

$$\Box_{\text{fool}}(\neg ws_b \Rightarrow \Box_a \neg ws_b)$$

Wenn etwas Allgemeinwissen ist, dann wissen es auch a und b .

$$(\Box_{\text{fool}} p) \Rightarrow (\Box_a p)$$

$$(\Box_{\text{fool}} p) \Rightarrow (\Box_b p)$$

Wenn eine Person etwas weiß/nicht weiß, dann weiß die andere Person, dass diese es weiß/nicht weiß.

$$(\Box_a p) \Rightarrow (\Box_b \Box_a p)$$

$$(\Box_b p) \Rightarrow (\Box_a \Box_b p)$$

$$(\neg \Box_a p) \Rightarrow (\Box_b \neg \Box_a p)$$

$$(\neg \Box_b p) \Rightarrow (\Box_a \neg \Box_b p)$$

Die erste Person weiß nicht ob ihr Punkt schwarz oder weiß ist.

$$\neg \Box_a ws_a$$

Die zweite Person weiß nun, dass ihr Punkt weiß ist.

$$\Box_b ws_b$$

\Box_{fool} wird als S4 Operator modelliert. (Nicht notwendig, wenn man die S4 Ableitungsregeln anwendet)

$$(\Box_{\text{fool}} p) \Rightarrow p$$

$$(\Box_{\text{fool}} p) \Rightarrow \Box_{\text{fool}} \Box_{\text{fool}} p$$

\Box_a, \Box_b werden durch die Ableitungsregeln als K Operatoren modelliert (geht nicht so einfach mit Axiomen).

2. Aufgabe

a.


$\Diamond(p \Rightarrow \Box p)$ in T

1:	(1) $\neg \Diamond(p \Rightarrow \Box p)$	
2:	(1) $\neg(p \Rightarrow \Box p)$	$T(1)$
3:	(1) p	$\neg \Rightarrow (2)$
4:	(1) $\neg \Box p$	$\neg \Rightarrow (2)$
5:	(1.1) $\neg p$	$\neg \Box (4)$
6:	(1.1) $\neg(p \Rightarrow \Box p)$	$\neg \Diamond (1)$
7:	(1.1) p	$\neg \Rightarrow (6)$
8:	(1.1) $\neg \Box p$	$\neg \Rightarrow (6)$

$5 + 7 \not\Rightarrow \Diamond(p \Rightarrow \Box p)$ in T gilt.

b.


$(\Box p \wedge \Box q) \Rightarrow \Box(\Box p \wedge \Box q)$ in K4

1:	(1) $\neg((\Box p \wedge \Box q) \Rightarrow \Box(\Box p \wedge \Box q))$	
2:	(1) $\Box p \wedge \Box q$	$\neg \Rightarrow (1)$
3:	(1) $\neg \Box(\Box p \wedge \Box q)$	$\neg \Rightarrow (1)$
4:	(1) $\Box p$	$\wedge (2)$
5:	(1) $\Box q$	$\wedge (2)$
6:	(1.1) $\neg(\Box p \wedge \Box q)$	$\neg \Box (3)$
		
7:	(1.1) $\neg \Box p$	$\neg \wedge (6)$
9:	(1.1) $\Box p$	$4(4)$
8:	(1.1) $\neg \Box q$	$\neg \wedge (6)$
10:	(1.1) $\Box q$	$4(5)$

$7 + 9, 8 + 10 \not\Rightarrow (\Box p \wedge \Box q) \Rightarrow \Box(\Box p \wedge \Box q)$ in K4 gilt.

c.

$\Box(p \Rightarrow q) \vee \Box \neg \Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$ in S5

1:	(1) $\neg(\Box(p \Rightarrow q) \vee \Box \neg \Box(\neg q \Rightarrow \neg p))$	
2:	(1) $\neg \Box(p \Rightarrow q)$	$\neg \vee (1)$
3:	(1) $\neg \Box \neg \Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$	$\neg \vee (1)$
4:	(1.1) $\neg(p \Rightarrow q)$	$\neg \Box (2)$
5:	(1.1) p	$\neg \Rightarrow (4)$
6:	(1.1) $\neg q$	$\neg \Rightarrow (4)$
7:	(1.2) $\neg \neg \Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$	$\neg \Box (3)$
8:	(1.2) $\Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$	$\neg \neg (7)$
9:	(1) $\Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$	$4r(8)$
10:	(1.1) $\neg q \Rightarrow \neg p$	$\Box (9)$
		
11:	(1.1) $\neg \neg q$	$\Rightarrow (10)$
13:	(1.1) q	$\neg \neg (11)$
12:	(1.1) $\neg p$	$\Rightarrow (10)$

$6 + 13, 5 + 12 \not\Rightarrow \Box(p \Rightarrow q) \vee \Box \neg \Box(\neg q \Rightarrow \neg p)$ in S5 gilt.