

Métrica para Evaluación de Emboscadas Utilizando A*mbush

K. Fernandes^{1,2} y C. Chang¹

¹Departamento de Computación y Tecnología de la Información, Universidad Simón Bolívar, Venezuela

²INESC TEC, Porto, Portugal

RESUMEN

En el área de Inteligencia Artificial para videojuegos, A es un algoritmo ampliamente utilizado para generar caminos a ser utilizados por agentes autónomos. En muchos juegos se espera que los agentes exhiban comportamientos tácticos grupales inteligentes. A*mbush y sus variantes resuelven el problema de generación de emboscadas para un grupo de agentes basado en A*. En este trabajo se presenta una métrica sólida para evaluar el resultado de estos algoritmos con respecto al grado de emboscada. Además, se realiza una evaluación extensa de la eficacia de estos algoritmos bajo diversas circunstancias. Se muestra que la métrica planteada presenta mayor solidez que la métrica original, así como también, se valida la solidez de estos algoritmos.*

ABSTRACT

In the area of Artificial Intelligence for Videogames, A is a broadly used algorithm for path-finding by autonomous agents. In several games, it is expected to observe complex behaviors that involve group tactics. A*mbush and its variations solve the ambush generation problem for a group of agents using A*. This work presents a new robust metric to assess the performance of these algorithms regarding the ambush rate. Furthermore, the effectiveness of these algorithms is extensively proved under different conditions. It is shown that the proposed metric is more robust than the original one. Also, it is demonstrated the soundness of A*mbush and its variations.*

Keywords: A*, estrategias grupales, búsqueda de caminos, grafos.

1. Introducción

La generación de conductas inteligentes ha sido un reto constante en el área de Inteligencia Artificial para Videojuegos [MF09], frecuentemente derivado en el desarrollo de acciones preestablecidas que el usuario puede fácilmente identificar después de varias ejecuciones del juego. Esta característica se evidencia, más comúnmente, cuando se trata de la generación de movimientos tácticos y estratégicos grupales, los cuales suelen ser sumamente complejos de implementar.

Un problema muy tratado en la literatura es la búsqueda de caminos a un punto común por parte de grupos de agentes dentro de un juego [MF09]. Este punto suele venir dado por un lugar en el mapa de juego, potencialmente la posición del oponente. El esquema regularmente utilizado es generar caminos de costo mínimo [HNR72] [RN93] hacia este punto sobre el grafo inducido por el mapa del juego. Es muy probable que estos caminos confluyan, evitando la diversidad de rutas y exploración del mapa.

Al efectuar una persecución al oponente, la utilización de caminos óptimos como estrategia deja muchos espacios de escapatoria libres, por lo que es de especial interés generar mecanismos de diversificación de rutas que generen situaciones de emboscada.

Anteriormente, fue propuesta una solución para este problema utilizando variantes del algoritmo de A* [FGC12a] [FGC12b], las cuales muestran ser efectivas en el cálculo de rutas de emboscada. El presente trabajo pretende demostrar que dicho enfoque se adapta bien ante diversos tipos de grafos de distinto tamaño. Para realizar esta evaluación, se propone una nueva métrica para validar la calidad de una emboscada, incorporando más información que la métrica planteada originalmente. Esta nueva métrica incluye información de alcanzabilidad por parte de los agentes, los cuales pretenden realizar la emboscada a las salidas dejadas como escapatoria. Esto, con el fin de no penalizar casos en los cuales el nivel de emboscada alcanzado es el máximo posible dadas las condiciones iniciales.

El resto de este artículo está organizado como sigue. En la sección 2 se presentan distintas soluciones de la literatura para este problema; en la sección 3 se muestra la definición formal del problema, en conjunto con la métrica anterior y la planteada en el presente trabajo para medir la calidad de una estrategia de emboscada. A continuación, en la sección 4 son mostrados los algoritmos de A*mbush y sus variantes, anteriormente presentados con mayor detalle por Fernández y colaboradores [FGC12a] [FGC12b]. Los experimentos re-

alizados se incluyen en la sección 5 y, finalmente, las conclusiones y trabajo futuro son presentados en la sección 6.

2. Trabajos Relacionados

Este trabajo se centra en el estudio del método expuesto previamente por Fernández y colaboradores [FGC12a] [FGC12b]. Enfoques alternativos a éste fueron propuestos por Silver [Sil06] y por van Toll y colaboradores [vTCG12].

En el trabajo propuesto por Silver [Sil06], denominado *Space-Time A**, se plantea una variante de A^* donde se tiene un grafo no dirigido en forma de cuadrícula, con función de costos común para todos los agentes y constante entre cada par de nodos. El objetivo principal de dicho trabajo es evitar el paso de dos agentes por un mismo nodo en un instante de tiempo dado. La variación planteada incluye una extensión en el número de dimensiones de A^* . Se considera, además de la posición de los agentes, el tiempo transcurrido. Dicha variación tiene un costo añadido en tiempo y memoria considerable debido a que se incrementa el tamaño del espacio de búsqueda. Aunque el objetivo final de la solución es diferente, la estudiada en el actual trabajo presenta una clara ventaja sobre *Space-Time A** en varios aspectos. En primer lugar, resuelve con un algoritmo de menor complejidad de cómputo problemas más generales, debido a que permite la utilización de grafos dirigidos con costos de arcos variables. Asimismo, se puede trabajar con agentes que tengan grafos distintos entre sí. Por otro lado, en el caso de tener agentes con distintas velocidades, *Space-Time A** genera un espacio de búsqueda en extremo denso, cuando la velocidad relativa entre los elementos del juego es alta. En cambio, A^*mbush no se ve afectado por la diferencia de velocidades entre los agentes. Asignando costos homogéneos para cada arco e incremento infinito sobre nodos o arcos ocupados, el problema que resuelve A^*mbush se reduce al problema planteado para *Space-Time A**.

El segundo trabajo mencionado, desarrollado por van Toll y otros [vTCG12], muestra un enfoque basado en densidades para generar diversidad de caminos. Sin embargo, la diversificación de caminos es dada sólo al alcanzar un gran número de agentes atravesando una misma área, por lo que se torna infactible en los casos estudiados en este trabajo, donde se pretende alcanzar emboscadas utilizando el mínimo número de agentes posible.

3. Definición Formal del Problema

Sea $G = (V, E)$ un grafo (dirigido o no), donde V es el conjunto de nodos y E el conjunto de arcos. Sea A un conjunto de agentes interesados en alcanzar un punto común $t \in V$. Se tiene que cada agente $a \in A$, se encuentra en algún nodo del grafo denotado $pos(a)$. Además, se define para a la función de costos de su desplazamiento por el grafo $\lambda_a : E \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$. Se considera, sin pérdida de generalidad, que V y E son comunes para todos los agentes, con el fin de no generar inconsistencias en la información compartida entre estos. Sin embargo, cada agente puede tener función de costos distintas, adaptadas a sus restricciones. Sea $path(a)$ con $a \in A$, el camino que está siguiendo el agente a hasta el nodo t .

Previamente, el grado de emboscada (1) efectuado por el conjunto de agentes A al nodo t se definió como [FGC12a] [FGC12b]:

$$\Phi(t) = \frac{|\{i : path(j) = \langle pos(j), \dots, i, t \rangle, j \in A\}|}{\min(|\{ \langle i, t \rangle : \langle i, t \rangle \in E \}|, |A|)} \quad (1)$$

Esta métrica define la emboscada como la proporción de nodos adyacentes al nodo objetivo desde los cuales algún agente está alcanzándolo. Acotando este valor con respecto al máximo número de nodos adyacentes a t mediante los cuales, con el número de agentes disponibles, podría éste ser alcanzado. Por lo tanto, $0 \leq \Phi(t) \leq 1$. Bajo estas condiciones, el objetivo de un algoritmo de generación de emboscadas es maximizar el valor de $\Phi(t)$, dando prioridad a la diversidad de los caminos considerados por el conjunto de agentes sobre su optimalidad.

En la figura 1, se pueden observar en el grafo superior dos agentes situados en los nodos izquierdos. Los caminos seleccionados por los agentes hasta el destino t se presentan con una línea continua, mientras que los arcos no seleccionados se presentan con una línea segmentada. El número de nodos adyacentes al destino es de cuatro, de los cuales, sólo dos están siendo considerados en los caminos de los agentes. Sin embargo, es el máximo grado de emboscada alcanzable con el número de agentes implicados. En el escenario inferior se están utilizando dos agentes para cubrir una única escapatoria, por lo que la emboscada no es óptima.

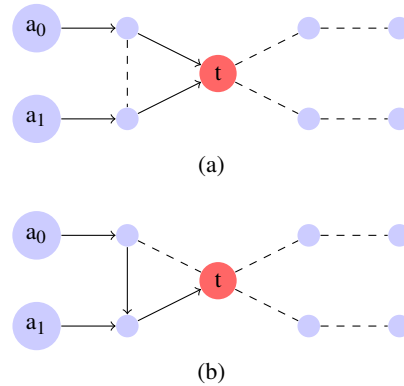


Figure 1: Ejemplos de emboscadas con dos agentes con valores de Φ de 1.0 para (a) dado que cubre dos caminos y 0.5 para (b) dado que cubre un camino. En el caso (b), se considera apenas un predecesor del nodo t de los dos predecesores posibles.

Sin embargo, esta métrica penaliza casos donde no es posible alcanzar una mejor emboscada, aún cuando se cuenta con suficientes agentes, debido a la configuración del grafo y a las posiciones iniciales de estos. Ejemplos de estos casos pueden ser observados en la figura 2. En la situación superior, se observa que a pesar de contar con cuatro agentes, las dos salidas restantes no son alcanzables por estos sin pasar antes por el nodo objetivo. Por otra parte, en la situación inferior, a pesar de que todas las salidas son alcanzables por los agentes, no es posible lograr una configuración de caminos capaz de cubrir todas las salidas. Para ambos casos, a pesar de que la asignación de caminos es la mejor dadas las condiciones iniciales, la métrica originalmente planteada reporta resultados subóptimos.

Por lo tanto, es necesario utilizar una nueva medida de emboscada para poder discriminar correctamente entre las

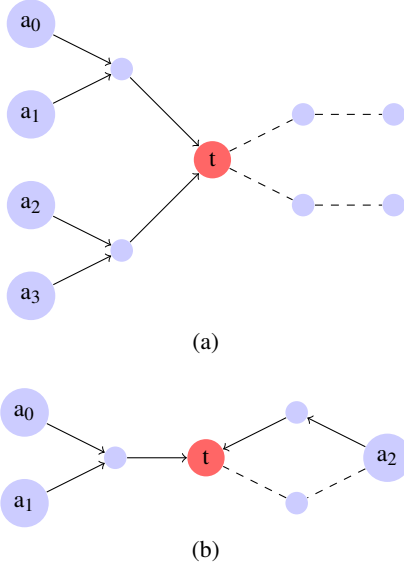


Figure 2: Casos en los cuales la métrica original penaliza emboscadas óptimas. (a) Caso de no alcanzabilidad, dado que los agentes no podrían alcanzar a los nodos a la derecha de t sin pasar por él. (b) Caso de no existencia de mejor asignación posible, dado que a pesar de contar con tres agentes, no es posible asignar caminos que alcancen a t a través de predecesores distintos a los agentes a_0 y a_1 .

escapatorias que podrían ser cubiertas por algún agente y aquellas que no. Esta nueva medida, denotada por Φ^* (2), busca normalizar a los agentes utilizando el tamaño de la máxima asociación de estos a los nodos predecesores del objetivo capaces de ser alcanzados. Se define Φ^* como:

$$\Phi^*(t) = \frac{|\{i : \text{path}(j) = \langle \text{pos}(j), \dots, i, t \rangle, j \in A\}|}{|\{y : (x, y) \in \text{MaxMatching}(\text{BipG}(G, A, t))\}|} \quad (2)$$

donde $\text{BipG}(G, A, t)$ define el grafo bipartito que asocia a agentes con los predecesores del nodo objetivo alcanzables por ellos (3). Este grafo se construye considerando como nodos el conjunto de los agentes y el conjunto de los nodos predecesores alcanzables por algún agente (4). Por otra parte, los arcos provienen de la matriz de alcanzabilidad entre agentes y predecesores (5).

En la definición del grafo mencionado, se hace uso de las funciones auxiliares *Reduced*, *Reachable*, *Scope* y *ScopeXY*. La función *Reduced* retorna el grafo resultante de extraer un nodo al grafo dado como argumento. Las funciones *Reachable* y *Scope* definen los nodos alcanzables por un agente y desde un vértice específico respectivamente. Finalmente, el predicado *ScopeXY* determina si el agente x es capaz de alcanzar al nodo y sin pasar por t . Estas funciones son definidas formalmente a continuación.

$$\text{BipG}(G, A, t) = (A \cup \text{Dst}(G, A, t), \text{Edges}(G, A, t)) \quad (3)$$

$$\text{Dst}(G, A, t) = \text{Reachable}(\text{Reduced}(G, t), A) \quad (4)$$

$$\text{Edges}(G, A, t) = \{(x, y) : x \in A \wedge y \in \text{Dst}(G, A, t) \wedge \text{ScopeXY}(G, A, t, x, y)\} \quad (5)$$

$$\text{Reduced}((V, E), t) = (V - \{t\}, E - \{\langle x, y \rangle : x = t \vee y = t\})$$

$$\text{Reachable}(G, A) = \bigcup_{a \in A} \text{Scope}(G, \text{pos}(a))$$

$$\text{Scope}(\{\{ \}, E), v) = \{ \}$$

$$\text{Scope}(G, v) = \{v\} \cup \bigcup_{w \in \text{succ}(G, v)} \text{Scope}(\text{Reduced}(G, v), w)$$

$$\text{ScopeXY}(G, A, t, x, y) = x \in A \wedge y \in \text{Scope}(\text{Reduced}(G, t), \text{pos}(x))$$

Asumiendo que el operador *argmax* retorna el conjunto de mayor tamaño que evalúe como cierta la condición expuesta, se define la máxima asociación de un grafo como (6)

$$\text{MaxMatching}((V, E)) = \text{argmax}_{m \subseteq E} (\text{AtMostOnceSrc}(m) \wedge \text{AtMostOnceDst}(m)) \quad (6)$$

Una implementación real de esta métrica debe usar un algoritmo de cálculo de apareamiento en grafos bipartitos en tiempo polinomial [W*01]. La definición acá planteada en términos de generación de subconjuntos es utilizada únicamente por motivos de definición formal. En cualquier caso, el costo asociado a calcular la calidad de la emboscada no se ve reflejado en el cálculo de las rutas para los agentes, dado que esto es un procedimiento de validación experimental y no forma parte del algoritmo de A*mbush ni de sus variantes.

4. A*, A*mbush y sus Variantes

En esta sección se muestra el conjunto de adaptaciones realizadas al algoritmo de A*, presentadas anteriormente en el artículo [FGC12a], para el cálculo de emboscadas. Esta sección se presenta por fines de completitud del trabajo planteado para un mayor entendimiento de los experimentos realizados.

4.1. A*

El algoritmo de A* [HNR72] [RN93] [MF09] es una variación del algoritmo de Dijkstra [CLRS09] para cómputos de caminos de costo mínimo. Consiste en un algoritmo de búsqueda informada [RN93], basado en los siguientes elementos:

- g : Es el costo acumulado desde el nodo inicial a un nodo actual v .
- \hat{h} : Estimado del costo desde el nodo actual v a la meta.
- $\hat{f} = g + \hat{h}$: Estimado del costo desde el nodo inicial a la meta, pasando por v .

Para garantizar optimalidad, la heurística \hat{h} debe ser admisible [HNR72], es decir, no debe estimar costos mayores

al óptimo del grafo. El algoritmo actúa de forma voraz, expandiendo el siguiente nodo no explorado con menor costo estimado \hat{f} . Este proceso continúa hasta llegar a la meta.

En este caso, la complejidad asintótica en tiempo del algoritmo de A* es de $\mathcal{O}(|V|\log(|V|) + |V|*h + |E|)$, con h el costo de cómputo de la función \hat{h} , suponiendo que se cuenta con una implementación eficiente de cola de prioridades tal como un Fibonacci heap [CLRS09] (estructura de montículo que permite acceder al mínimo elemento del montículo y agregar un elemento en tiempo constante; además de eliminar uno en tiempo logarítmico amortizado) y que estamos computando el costo heurístico de cada nodo una sola vez.

4.2. A*mbush

A*mbush, presentado como una variación de A* para el cálculo de emboscadas [FGC12a], consiste en una modificación de la función g , que favorezca la diversidad de caminos, denominada g' . Esta modificación busca penalizar aquellos nodos/arcos a través de los cuales pasen más agentes, asumiendo que estos pueden establecer comunicación total entre ellos para obtener información compartida del cálculo de los caminos.

Sea $\Psi(v, i) = 1 + (\#j : j \in A \wedge v \in \text{path}(j))$, el número de agentes distintos al agente i , que contienen al nodo v en sus caminos hasta t . Se considera como nulo los caminos aún no computados de los otros agentes. Para el nodo inicial, se considera $g'(\text{pos}(i), i) = 0$. Sea $\langle v, w \rangle$ el siguiente arco a considerar en la expansión del nodo v en una iteración cualquiera del algoritmo, se considera $g'(w, i) = g'(v, i) + \lambda_i(\langle v, w \rangle) \cdot \Psi(w, i)^2$.

Dado que $\Psi(v, i) \geq 1$, el camino obtenido por A*mbush es óptimo sobre la nueva definición de g' , por lo que las propiedades de A* se mantienen [HNR72]. Sin embargo, sobre la función original de costos, el camino obtenido no es necesariamente óptimo. En términos de eficiencia del algoritmo, si se precomputa la función de incremento de costos Ψ , el costo de computar g' es asintóticamente igual al de g , por lo tanto, la única variación en el costo del algoritmo con respecto a A*, viene dada por el cómputo inicial de la función Ψ , dando como complejidad en tiempo $\mathcal{O}(|V|\log(|V|) + |V|*h + |E| + |A|*|V|)$.

En el campo específico de los videjuegos, los grafos de interés vienen dados por la división en polígonos del mapa (regularmente con pocos lados), según las regiones transitables de éste o cuadrículas y sus adyacencias [MF09] [CS11]. Dado que los polígonos tienen un número reducido de lados, estos grafos suelen ser poco densos; es decir, $|E| \in \mathcal{O}(|V|)$, por lo que el tiempo de ejecución de este método, sobre los grafos de interés en el área de videojuegos, viene dado por $\mathcal{O}(|V|(\log(|V|) + h + |A|))$.

4.3. P-A*mbush

Los caminos calculados por A*mbush pueden verse más o menos naturales dependiendo del orden en el cual los agentes computan las rutas. Por ejemplo, si un agente cercano al oponente escoge su camino de último, este procederá a recorrer una ruta larga dando prioridad a la diversificación, mientras que agentes alejados, por los cuales el jugador no suele tener un foco de atención alto, toman rutas óptimas hacia el objetivo. P-A*mbush se trata de una

variación de A*mbush que considera el orden del cómputo de los caminos de acuerdo a un método de asignación de prioridades P . Este método puede considerar no sólo la distancia, sino también otros factores dependientes de la aplicación particular. En este trabajo se considera la prioridad de acuerdo a la distancia al destino.

Otra ventaja, al considerar este método de prioridades, es que P-A*mbush alcanza siempre la meta en el menor tiempo posible por al menos uno de los agentes. A pesar de que el costo de calcular P-A*mbush con distancia real es mayor que el costo de A*mbush para un único agente, el costo amortizado del cálculo de todos los agentes es el mismo que el de A*mbush. Se sugiere utilizar otro tipo de distancias como la euclidiana en caso de ser necesario disminuir los tiempos de respuesta.

4.4. R-A*mbush

Buscando minimizar el incremento en el costo de los caminos, se presentó R-A*mbush, el cual plantea ejecutar A*mbush una vez alcanzada una cierta distancia mínima al objetivo (R) y, antes de alcanzar este punto, utilizar A*. De esta forma, se evita que los agentes escojan rutas innecesariamente largas desde un inicio.

Sin embargo, esta solución es menos general que la original, dado que requiere la incorporación del radio R , el cual es variable para cada posible mapa de juego y disposición de los agentes. Es por esto que se plantea la variante SAR-A*mbush, la cual incorpora la selección del mejor radio R a partir del cual los agentes comienzan a ejecutar A*mbush.

4.5. SAR-A*mbush

SAR-A*mbush es la última variación estudiada, la cual resuelve el problema de selección del radio R para el algoritmo de R-A*mbush. Su nombre proviene de Self Adaptive R-A*mbush. Este método hace calcular inicialmente a cada agente su camino hasta el destino utilizando A*. Luego, un conjunto de puntos es escogido de entre los nodos recorridos en el camino mínimo como posibles candidatos para establecer el valor de R . El algoritmo escoge como mejor R aquel con mínimo radio que incremente el grado de emboscada. En caso de empates, el algoritmo considera el balance de los agentes (7) a través de los predecesores del nodo objetivo ($\text{pred}(i)$), con el fin de lograr una distribución más equilibrada de éstos. En la fórmula presentada (7), n representa el número de agentes que ya han calculado el camino y $\text{num}(i)$ es el número de agentes que alcanzan a t a través de i . La escogencia del menor radio se centra en empezar el camino subóptimo tan tarde como sea posible. Es importante notar que R-A*mbush se comporta exactamente igual A* cuando $R = 0$ y como A*mbush cuando R es mayor o igual que la distancia a la meta del agente.

$$1 - \frac{\left(\sum_i i \in \text{pred}(t) \wedge \text{num}(i) > \left\lceil \frac{n}{|\text{pred}(t)|} \right\rceil : \text{num}(i) - \left\lceil \frac{n}{|\text{pred}(t)|} \right\rceil \right)}{n - \left\lceil \frac{n}{|\text{pred}(t)|} \right\rceil} \quad (7)$$

La eficiencia de esta variante esta condicionada al número de nodos considerados como candidatos a radio. Con el fin

Table 1: Calidad de emboscada para los grafos $g1$ y $g2$ utilizando distinto número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

g1 (60 polígonos)								
#	A*		A*mbush		P		SAR	
	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
2	0.71	0.73	0.82	0.84	0.82	0.84	0.83	0.84
5	0.89	0.90	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00
10	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
20	0.97	0.99	0.98	1.00	0.98	1.00	0.98	1.00

g2 (85 polígonos)								
#	A*		A*mbush		P		SAR	
	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
2	0.65	0.67	0.87	0.89	0.87	0.89	0.88	0.90
5	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	0.95	0.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
20	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

g1 (60 polígonos)								
#	A*		A*mbush		P		SAR	
	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
2	0.50	0.50	0.81	0.81	0.81	0.81	0.83	0.83
5	0.48	0.48	0.97	0.98	0.97	0.98	0.97	0.98
10	0.46	0.46	0.96	0.96	0.96	0.96	0.94	0.95
20	0.47	0.48	0.98	0.99	0.98	0.99	0.97	0.98

g2 (85 polígonos)								
#	A*		A*mbush		P		SAR	
	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
2	0.50	0.50	0.81	0.81	0.81	0.81	0.87	0.87
5	0.46	0.46	0.94	0.94	0.94	0.94	0.96	0.96
10	0.46	0.46	0.98	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97
20	0.47	0.47	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98

de demostrar el potencial máximo del algoritmo, se considera cada posible nodo como candidato. Sin embargo, para implementación con casos reales, se aconseja utilizar un número fijo constante o utilizar algún criterio como selección de los nodos que se encuentran en las posiciones que son potencia de dos; de esta forma, se busca minimizar el impacto de recomputar el camino para cada uno.

5. Experimentos

Para cada experimento se estudian cuatro algoritmos: una implementación base de A* que sirve de referencia, A*mbush, P-A*mbush (P) con mecanismo de prioridad determinado por la distancia real de los agentes a la meta y, finalmente, SAR-A*mbush (SAR).

Se utilizaron diversas topologías de grafos, para las cuales se generan grafos aleatoriamente de distintos tamaños. Para cada experimento se efectúan 100 disposiciones distintas de agentes y del nodo objetivo. En los casos donde se referencia que todos los agentes parten de la misma posición inicial, ésta es común para todos ellos, sin embargo, su disposición es aleatoria. Para cada uno de estos algoritmos se muestra el valor de emboscada utilizando la métrica originalmente propuesta y utilizando la métrica propuesta en el presente trabajo. Se probó variar el número de agentes con el fin de mostrar su impacto en el grado de emboscada. Además, se muestran resultados con las dos instancias de mapas ($g1$ y $g2$) presentadas en el trabajo previo [FGC12b] con 60 y 85 nodos respectivamente. Estos mapas provienen de la polig-

Table 2: Calidad de emboscada para grafos tipo langosta con n nodos y número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.76	1.00	0.76	1.00	0.76	1.00	0.76	1.00
	5	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00
	10	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00
	20	0.85	1.00	0.85	1.00	0.85	1.00	0.85	1.00
10^3	2	0.75	1.00	0.75	1.00	0.75	1.00	0.75	1.00
	5	0.72	1.00	0.72	1.00	0.72	1.00	0.72	1.00
	10	0.77	1.00	0.77	1.00	0.77	1.00	0.77	1.00
	20	0.81	1.00	0.81	1.00	0.81	1.00	0.81	1.00
10^4	2	0.71	1.00	0.71	1.00	0.71	1.00	0.71	1.00
	5	0.69	1.00	0.69	1.00	0.69	1.00	0.69	1.00
	10	0.77	1.00	0.77	1.00	0.77	1.00	0.77	1.00
	20	0.78	1.00	0.78	1.00	0.78	1.00	0.78	1.00

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.65	1.00	0.65	1.00	0.65	1.00	0.65	1.00
	5	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00
	10	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00
	20	0.59	1.00	0.59	1.00	0.59	1.00	0.59	1.00
10^3	2	0.64	1.00	0.64	1.00	0.64	1.00	0.64	1.00
	5	0.56	1.00	0.56	1.00	0.56	1.00	0.56	1.00
	10	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00	0.57	1.00
	20	0.59	1.00	0.59	1.00	0.59	1.00	0.59	1.00
10^4	2	0.70	1.00	0.70	1.00	0.70	1.00	0.70	1.00
	5	0.61	1.00	0.61	1.00	0.61	1.00	0.61	1.00
	10	0.56	1.00	0.56	1.00	0.56	1.00	0.56	1.00
	20	0.58	1.00	0.58	1.00	0.58	1.00	0.58	1.00

onalización de mapas de juego en polígonos. Este tipo de grafos son ampliamente utilizados en juegos [MF09].

Para los experimentos con los grafos iniciales ($g1$ y $g2$), se mostró la efectividad de las tres variantes propuestas con respecto a A*. Adicionalmente, se evidencia en este y otros experimentos la mejora al evaluar el grado de emboscada utilizando la métrica nueva, dado que la original subevalúa varios casos de emboscada. Los resultados de este experimento se pueden evidenciar en la tabla 1. Asimismo, en este y en los experimentos subsiguientes, se puede apreciar como en los casos donde los agentes parten de una misma posición inicial, las diversas variantes de A*mbush logran efectivamente mejorar el grado de emboscada, incluso con un número bajo de agentes involucrados.

Para demostrar la necesidad de la creación de esta nueva métrica, se procedió a probar la efectividad del algoritmo utilizando grafos con poca diversidad posible de caminos, en los cuales, no es posible generar emboscadas totales en muchos casos. Para esto, se utilizaron grafos tipo langosta (Lobster graphs) [Gal09] y grafos generados bajo el modelo propuesto por Erdős y Rényi (grafos binomiales) [ER59], siendo éstos convertidos a grafos dirigidos con el fin de reducir el número de componentes fuertemente conexas. Los experimentos sobre grafos tipo langosta representan el peor caso para la métrica originalmente propuesta; dado que estos son árboles, existe sólo un camino entre cualquier par de nodos, por lo que no es posible cubrir aquellos nodos escapatoria sin pasar por el nodo objetivo. En la tabla 2 se mues-

Table 3: Calidad de emboscada para grafos tipo Erdős-Rényi con n nodos, probabilidad de conexión 0.7 y número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.39	0.98	0.41	1.00	0.41	1.00	0.41	1.00
	5	0.32	0.93	0.35	0.98	0.35	0.98	0.35	0.98
	10	0.34	0.88	0.38	0.95	0.38	0.95	0.38	0.95
	20	0.49	0.89	0.53	0.94	0.53	0.94	0.53	0.94
10^3	2	0.50	1.00	0.50	1.00	0.50	1.00	0.50	1.00
	5	0.43	0.96	0.45	0.99	0.45	0.99	0.45	0.99
	10	0.42	0.92	0.47	0.99	0.47	0.99	0.47	0.99
	20	0.40	0.82	0.47	0.94	0.47	0.94	0.47	0.94
10^4	2	0.47	0.99	0.48	1.00	0.48	1.00	0.48	1.00
	5	0.44	0.99	0.45	1.00	0.45	1.00	0.45	1.00
	10	0.44	0.95	0.47	1.00	0.47	1.00	0.47	1.00
	20	0.44	0.87	0.50	0.98	0.50	0.98	0.50	0.98

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.43	0.68	0.69	0.94	0.69	0.94	0.69	0.94
	5	0.27	0.52	0.59	0.92	0.59	0.92	0.60	0.92
	10	0.25	0.52	0.54	0.96	0.54	0.96	0.54	0.96
	20	0.20	0.49	0.48	0.93	0.48	0.93	0.47	0.92
10^3	2	0.40	0.63	0.74	0.97	0.74	0.97	0.74	0.97
	5	0.15	0.52	0.56	0.93	0.56	0.93	0.56	0.93
	10	0.09	0.47	0.49	0.93	0.49	0.93	0.48	0.91
	20	0.06	0.46	0.42	0.93	0.42	0.93	0.39	0.89
10^4	2	0.22	0.81	0.38	0.97	0.38	0.97	0.38	0.97
	5	0.10	0.64	0.39	0.92	0.39	0.92	0.39	0.92
	10	0.05	0.65	0.32	0.94	0.32	0.94	0.32	0.94
	20	0.02	0.69	0.22	0.96	0.22	0.96	0.20	0.94

tran los resultados obtenidos utilizando este tipo de grafos. Análogamente, en la tabla 3 se muestran los resultados para el modelo Erdős-Rényi. Para este tipo de grafos, dada la existencia de múltiples caminos entre un par de nodos, no sólo se evidencia una mejora de la nueva métrica con respecto a la anterior, sino también de las variantes de A*mbush con respecto a A*. La mejora aportada por A*mbush parece casi imperceptible al ser estudiada con la métrica original, sin embargo, al ser analizado con la nueva métrica, se hace notar que el grado de emboscada alcanzado tiende a ser el máximo posible.

Los demás grafos utilizados son de varios tipos provenientes de la literatura. El primer tipo de grafos generados explorado son los grafos en grilla cuadrada con 8-conectividad, los cuales son muy comunes en el desarrollo de juegos debido a la eficacia en la determinación de caminos y en la ubicación del agente en una de las casillas [MF09]. Los resultados de este experimento se pueden apreciar en la tabla 4. A medida que el grafo se hace más grande, la calidad media de emboscada se hace mayor, sin embargo, aún en grafos pequeños se muestra que la emboscada se alcanza efectivamente. Para este tipo de grafos ambas métricas reportan los mismos valores dado que la grilla se encuentra completamente conectada, siendo posible alcanzar a cualquier nodo por más de una vía. De esta forma, ambos conjuntos, el de predecesores y el de asociación de agentes a nodos son el mismo, por lo que el factor de normalización actúa de la misma forma en ambas métricas. Este fenómeno no se aprecia en los otros tipos de grafos estudiados.

Table 4: Calidad de emboscada para grafos tipo grilla cuadrada utilizando distinto tamaño de grilla ($n \times n$) y número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10	2	0.88	0.89	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
	5	0.65	0.65	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
	10	0.72	0.72	0.92	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93
	20	0.83	0.83	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
20	2	0.90	0.90	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.65	0.65	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
	10	0.66	0.66	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
	20	0.78	0.78	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
100	2	0.89	0.89	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.68	0.68	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.58	0.58	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	20	0.74	0.74	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10	2	0.50	0.50	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
	5	0.20	0.20	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89
	10	0.16	0.16	0.89	0.89	0.89	0.89	0.83	0.83
	20	0.16	0.16	0.91	0.91	0.91	0.91	0.82	0.82
20	2	0.50	0.50	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	5	0.20	0.20	0.96	0.96	0.96	0.96	0.97	0.97
	10	0.14	0.14	0.97	0.97	0.97	0.97	0.93	0.93
	20	0.14	0.14	0.96	0.96	0.96	0.96	0.93	0.93
100	2	0.50	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.20	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.13	0.13	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98
	20	0.13	0.13	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.98

Seguidamente se experimentó con grafos con propiedad de mundo-pequeño (Small-World Networks) [WS98]. En este tipo de grafos la mayoría de los nodos no son vecinos de los demás, sin embargo, la mayoría son alcanzables por cualquier otro utilizando caminos con un número corto de pasos. Este tipo de grafos podrían ser difíciles para un método como A*mbush debido a esta propiedad, al no ofrecer suficiente distancia para que los agentes se alejen imposibilitando así alcanzar la emboscada. Sin embargo, en las tablas 5 y 6 se muestra que el algoritmo es capaz de sobrellevar esta situación y lograr emboscadas perfectas en muchos de los casos. Los tipos de grafos con esta propiedad estudiados son los propuestos por Watts y Strogatz [WS98] y el propuesto por Kleinberg [Kle00].

Finalmente, se realizaron experimentos con el modelo de grafos propuesto por Dorogovtsev y Mendes [DM02]. El cual produce grafos planares, similares a los utilizados en el área de interés. Bajo este tipo de grafos, si bien el grado de emboscada alcanzado fue menor con respecto a los otros tipos utilizados, se mostró un incremento significativo de este con respecto al algoritmo base probado A*.

6. Conclusiones y Trabajo Futuro

A*mbush y sus variantes muestran una evidente mejora en la conducta de emboscada, con un cómputo adicional poco significativo con respecto al algoritmo base de generación de caminos mínimos A*.

Como se pudo apreciar en la sección 5, ninguna de las

Table 5: Calidad de emboscada para grafos tipo Watts-Strogatz small-world utilizando distinto número de nodos, 10 vecinos cercanos, probabilidad de reconexión 0.5 y número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.94	0.94	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.77	0.78	0.96	0.98	0.96	0.98	0.96	0.98
	10	0.68	0.68	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
	20	0.84	0.84	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10^3	2	0.95	0.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.79	0.79	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.66	0.67	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	20	0.86	0.86	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10^4	2	0.95	0.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.82	0.82	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.68	0.68	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	20	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.50	0.50	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
	5	0.20	0.20	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89
	10	0.11	0.11	0.89	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88
	20	0.10	0.10	0.80	0.80	0.80	0.80	0.78	0.78
10^3	2	0.50	0.50	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	5	0.20	0.20	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	10	0.11	0.11	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	20	0.10	0.10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10^4	2	0.50	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.20	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.11	0.11	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00
	20	0.11	0.11	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

variantes de A*mbush muestra resultados inferiores a los obtenidos por A*. Además, todas las variaciones mostraron no ser gravemente afectadas por diferencias significativas en el tamaño de los grafos y del número de agentes. Dada la diversidad de situaciones planteadas en los experimentos, se puede afirmar que A*mbush muestra un comportamiento estable y efectivo. El tipo de grafos bajo los cuales A*mbush y sus variantes presentaron menor eficacia fueron en los grafos con modelo Dorogovtsev-Mendes, en los cuales, si bien el algoritmo fue capaz de incrementar significativamente el grado de emboscada, no alcanzó los resultados obtenidos con los otros tipos de grafo.

A*mbush genera comportamientos de emboscada inteligentes para situaciones en las que múltiples agentes necesitan alcanzar un objetivo común. En contraste con estrategias preestablecidas, regularmente implementadas para situaciones específicas de cada juego que derivan en situaciones repetitivas, A*mbush logra fomentar situaciones variadas de emboscada dentro del comportamiento táctico grupal de los agentes.

En este trabajo se presentó una nueva métrica para medir el grado de emboscada que, al utilizar una mayor cantidad de información, es capaz de identificar aquellos casos en los cuales las salidas dejadas al adversario son de hecho imposible de cubrir por alguno de los agentes. La métrica propuesta evalúa de forma más estable la calidad de emboscada independientemente de la topología del grafo base. La métrica

Table 6: Calidad de emboscada para grafos tipo Navigable Small-World utilizando conexiones de corto alcance de tamaño unitario y cinco conexiones de largo alcance por nodo, número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10	2	0.93	0.94	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00
	5	0.79	0.79	0.96	0.97	0.96	0.97	0.97	0.97
	10	0.66	0.68	0.93	0.96	0.93	0.96	0.93	0.96
	20	0.77	0.81	0.96	1.00	0.96	1.00	0.96	1.00
20	2	0.93	0.94	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00
	5	0.85	0.85	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.71	0.72	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	20	0.77	0.78	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00
50	2	0.95	0.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.85	0.85	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.73	0.73	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	20	0.77	0.78	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00
100	2	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.84	0.84	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.72	0.72	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	20	0.77	0.77	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10	2	0.50	0.50	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94
	5	0.20	0.21	0.95	0.96	0.95	0.96	0.95	0.96
	10	0.10	0.11	0.85	0.86	0.85	0.86	0.85	0.86
	20	0.09	0.10	0.92	0.96	0.92	0.96	0.84	0.88
20	2	0.50	0.50	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	5	0.20	0.20	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
	10	0.10	0.10	0.93	0.94	0.93	0.94	0.93	0.94
	20	0.08	0.08	0.98	0.99	0.98	0.99	0.97	0.99
50	2	0.50	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.20	0.20	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	10	0.10	0.10	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	20	0.08	0.08	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
100	2	0.50	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	5	0.20	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10	0.10	0.10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	20	0.07	0.07	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98

propuesta en el presente trabajo es mejor que la anterior para medir el nivel de emboscada, como se refleja en la mayoría de los experimentos.

En el futuro, se pretende extender este trabajo incluyendo información de capacidad para cada nodo, de tal forma de incluir restricciones físicas del mundo en el cálculo de la ruta. Además, se pretende incluir restricciones en la comunicación que los agentes son capaces de establecer entre sí, para de esta forma poder adaptarse a situaciones en las cuales existe sólo observabilidad parcial entre los agentes.

References

- [CLRS09] CORMEN T., LEISERSON C., RIVEST R., STEIN C.: *Introduction to Algorithms*, 3rd ed. The MIT Press, 2009. 3, 4
- [CS11] CUI X., SHI H.: Direction oriented pathfinding in video games. *International Journal of Artificial Intelligence & Applications* 2 (2011). 4
- [DM02] DOROGOVTSSEV S. N., MENDES J. F.: Evolution of networks. *Advances in physics* 51, 4 (2002), 1079–1187. 6

- [ER59] ERDŐS P., RÉNYI A.: On random graphs. *Publicationes Mathematicae Debrecen* 6 (1959), 290–297. [5](#)
- [FGC12a] FERNÁNDEZ K., GONZÁLEZ G., CHANG C.: A*mbush family: A* variations for ambush behavior and path diversity generation. In *Motion in Games*. Springer, 2012, pp. 314–325. [1](#), [2](#), [3](#), [4](#)
- [FGC12b] FERNÁNDEZ K., GONZÁLEZ G., CHANG C.: A*mbush: una variación de A* para generar emboscadas y diversidad de caminos. *Memorias del II Simposio Científico y Tecnológico en Ciencias de la Computación (SCTC 2012)* (2012). [1](#), [2](#), [5](#)
- [Gal09] GALLIAN J. A.: A dynamic survey of graph labeling. *The electronic journal of combinatorics* 16, 6 (2009), 1–219. [5](#)
- [HNR72] HART P., NILSSON N., RAPHAEL B.: Correction to “a formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths”. *SIGART Newsletter* 37 (1972), 28–29. [1](#), [3](#), [4](#)
- [Kle00] KLEINBERG J.: The small-world phenomenon: An algorithmic perspective. In *Proceedings of the thirty-second annual ACM symposium on Theory of computing* (2000), ACM, pp. 163–170. [6](#)
- [MF09] MILLINGTON I., FUNGE J.: *Artificial Intelligence for Games*, 2nd ed. Morgan Kaufmann Publishers, 2009. [1](#), [3](#), [4](#), [5](#), [6](#)
- [RN93] RUSSELL S., NORVIG P.: *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 2nd ed. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993. [1](#), [3](#)
- [Sil06] SILVER D.: Cooperative pathfinding. *AI Game Programming Wisdom 3* (2006), 99–111. [2](#)
- [vTCG12] VAN TOLL W. G., COOK A. F., GERAERTS R.: Real-time density-based crowd simulation. *Computer Animation and Virtual Worlds* 23, 1 (2012), 59–69. [2](#)
- [W*01] WEST D. B., ET AL.: *Introduction to graph theory*, vol. 2. Prentice hall Upper Saddle River, 2001. [3](#)
- [WS98] WATTS D. J., STROGATZ S. H.: Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *nature* 393, 6684 (1998), 440–442. [6](#)

Table 7: Calidad de emboscada para grafos tipo Dorogovtsev-Mendes utilizando número de agentes (#) ubicados en posiciones aleatorias distintas (arriba) y compartiendo la posición inicial (abajo)

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.64	0.65	0.90	0.90	0.90	0.90	0.92	0.93
	5	0.63	0.63	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81
	10	0.65	0.65	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
	20	0.71	0.71	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
10^3	2	0.58	0.58	0.86	0.86	0.86	0.86	0.89	0.89
	5	0.52	0.52	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74
	10	0.59	0.59	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79
	20	0.54	0.54	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69
10^4	2	0.60	0.60	0.90	0.90	0.90	0.90	0.93	0.93
	5	0.48	0.48	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72
	10	0.54	0.54	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77
	20	0.53	0.53	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75

n	#	A*		A*mbush		P		SAR	
		Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*	Φ	Φ^*
10^2	2	0.50	0.50	0.88	0.88	0.88	0.88	0.96	0.96
	5	0.37	0.38	0.74	0.75	0.74	0.75	0.74	0.75
	10	0.36	0.37	0.70	0.71	0.70	0.71	0.70	0.71
	20	0.38	0.39	0.75	0.76	0.75	0.76	0.75	0.76
10^3	2	0.50	0.50	0.87	0.88	0.87	0.88	0.94	0.95
	5	0.38	0.38	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
	10	0.39	0.39	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
	20	0.34	0.35	0.68	0.69	0.68	0.69	0.68	0.69
10^4	2	0.50	0.50	0.87	0.87	0.87	0.87	0.97	0.97
	5	0.40	0.40	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79
	10	0.37	0.37	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73
	20	0.36	0.36	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72	0.72