Analiza Algorytmów, lab 3

Adrian Mucha, Politechnika Wrocławska, WPPT 25/04/2020

Zad 9

Generowane multizbiory (każdy eksperyment, dla każdego n) zawierają zdarzenia niezależne od siebie. Każdy element posiada unikalne `id`, które są kolejnymi liczbami naturalnymi.

Wartości cech λ_i są generowane według zdefiniowanych parametryzowanych strategii, które zostały podzielone na sekcje i opisane poniżej.

Do uzyskania losowości funkcji haszującej rzutującej na zbiór $[0, 1]$ użyto funkcji `md5`, `sha1`, `sha3`. Zbadano wyniki dla różnych wartości parametru m oznaczającego ilość rejestrów.

Zgodnie z intuicją, obserwujemy że im większy parametr m, tym dokładniejsze są wartości aproksymacji sumy.

Dobrane funkcje haszujące nie dają różnicy pomiędzy eksperymentami. Należy jednak zaznaczyć, że ich odporność na kolizje ma znaczący wpływ na ogólną precyzję algorytmu.

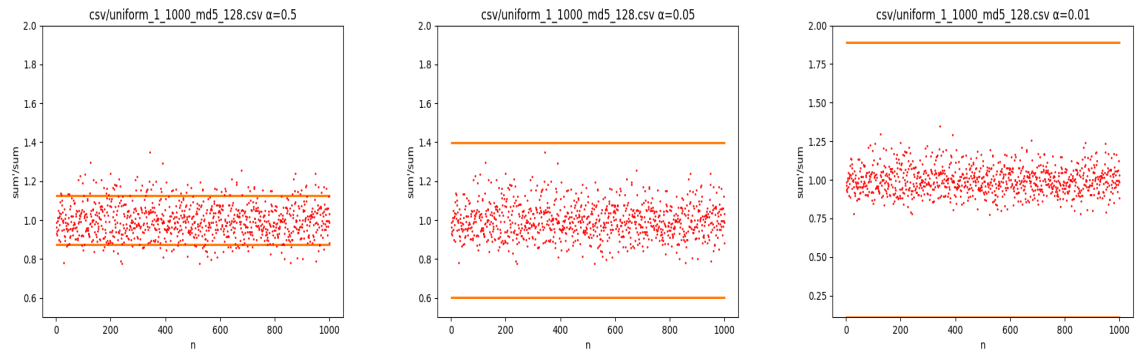
Nierówność Czebyszewa

$$P(|X - \mathbb{E}(X)| < \delta) > 1 - \alpha$$

$$X = \frac{\hat{\Lambda}}{\Lambda}, \mathbb{E}(X) = 1$$

$$\alpha = \frac{\mathsf{Var}(\frac{\hat{\Lambda}}{\Lambda})}{\delta^2}, \mathsf{Var}(\frac{\hat{\Lambda}}{\Lambda}) = \frac{1}{m-2}$$

$$\alpha = \frac{\frac{1}{m-2}}{\delta^2}, \delta = \sqrt{\frac{1}{\alpha(m-2)}}$$

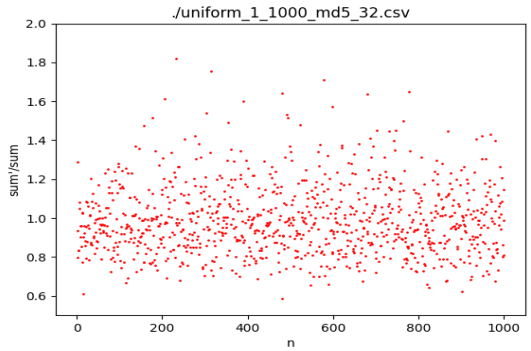


(a) $\alpha = 0.5$ (b) $\alpha = 0.05$ (c) $\alpha = 0.1$

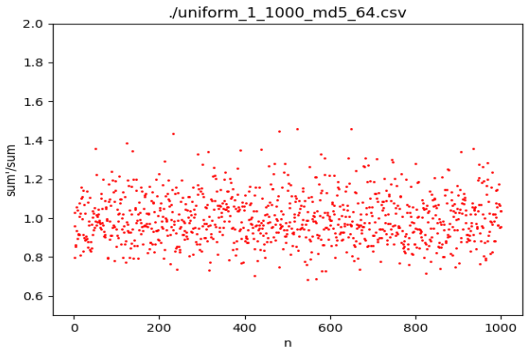
Figure 1: Wykresy przedstawiają nierówności Czebyszewa nałożone na wykresy z różnymi parametrami α. Możemy zaobserwować, że ograniczenia uzyskane z nierówności prawidłowo odzwierciedlają otrzymane wyniki.

Rozkład jednostajny na $[1, 1000]$

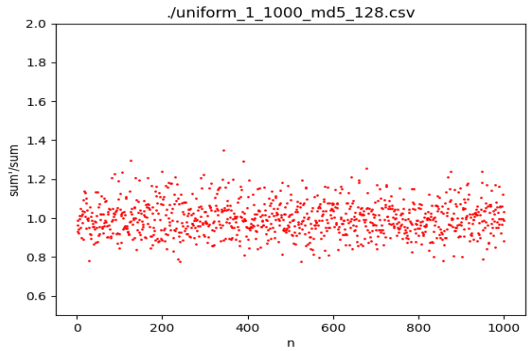
Strategia generowania cech, to próbkowanie z zakresu $[1, 1000]$.



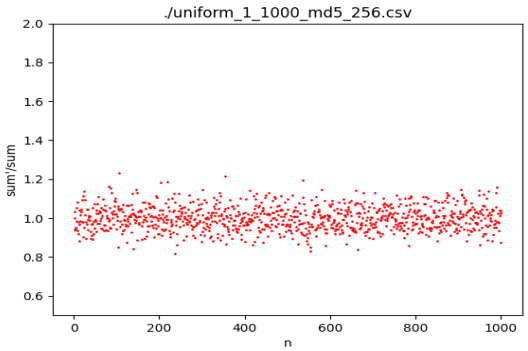
(a) $m = 32$



(b) $m = 64$

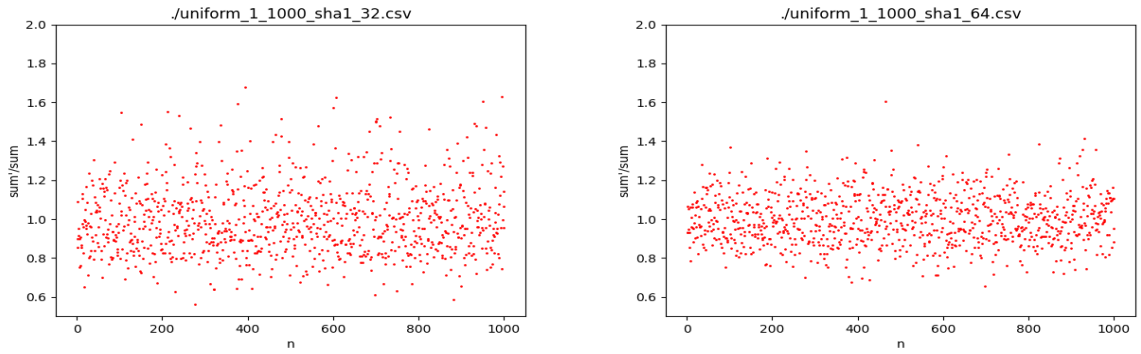


(c) $m = 128$

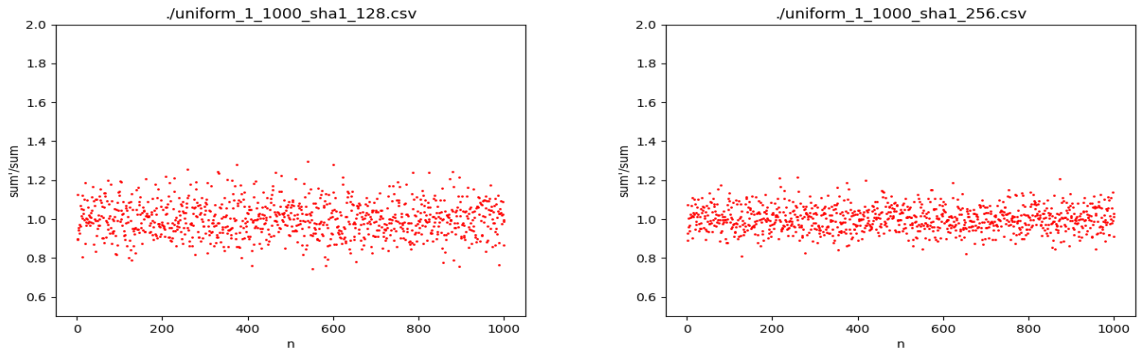


(d) $m = 256$

Figure 2: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[1, 1000]$. Wykorzystany algorytm: `md5`.

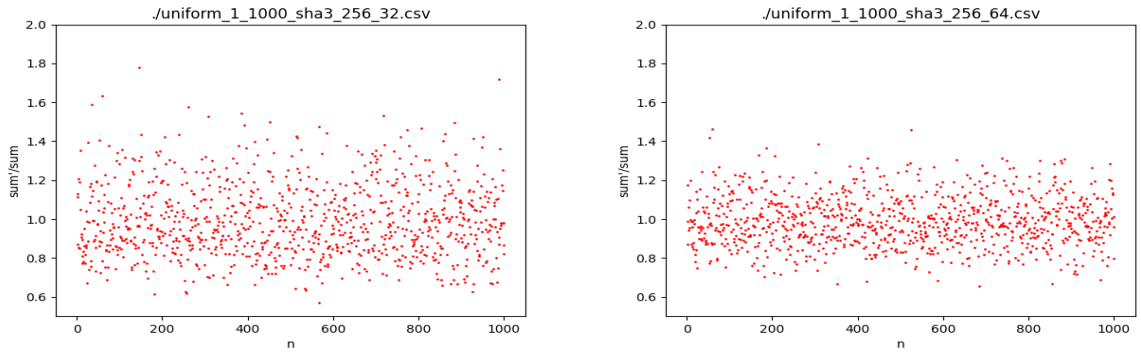


(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

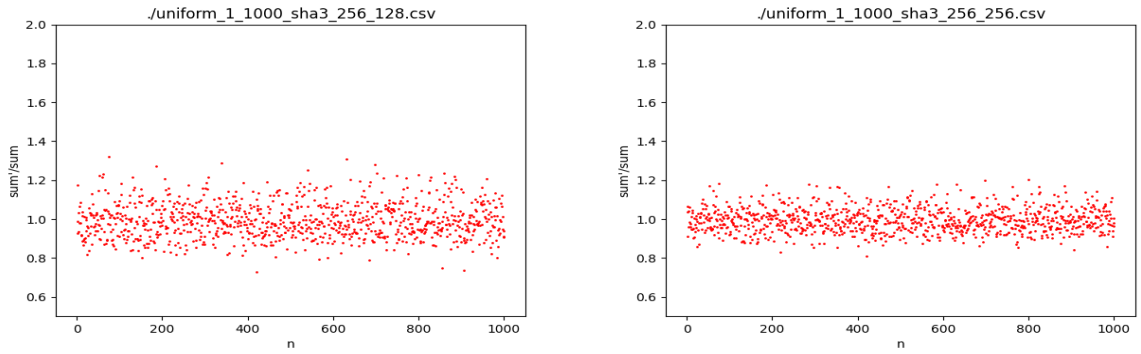


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 3: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[1, 1000]$. Wykorzystany algorytm: `sha1`.



(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

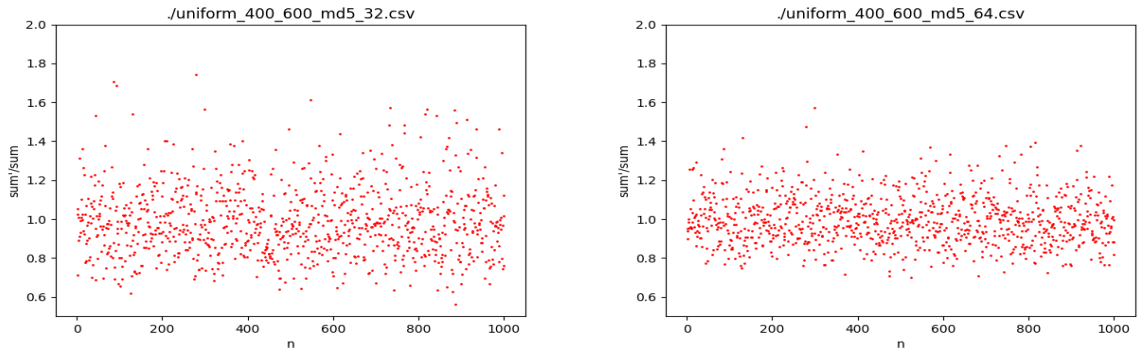


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

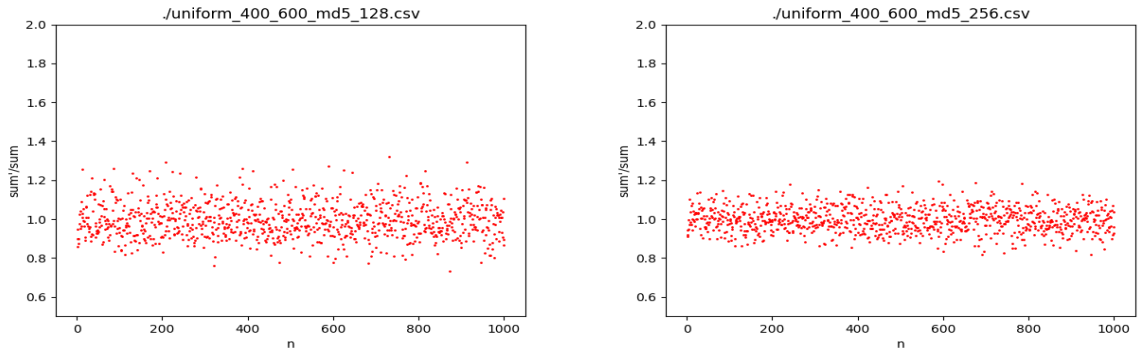
Figure 4: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[1, 1000]$. Wykorzystany algorytm: `sha3`.

Rozkład jednostajny na $[400, 600]$

Strategia generowania cech, to próbkowanie z zakresu $[400, 600]$. Brak znaczących różnic w porównaniu do zbioru $[1, 1000]$.

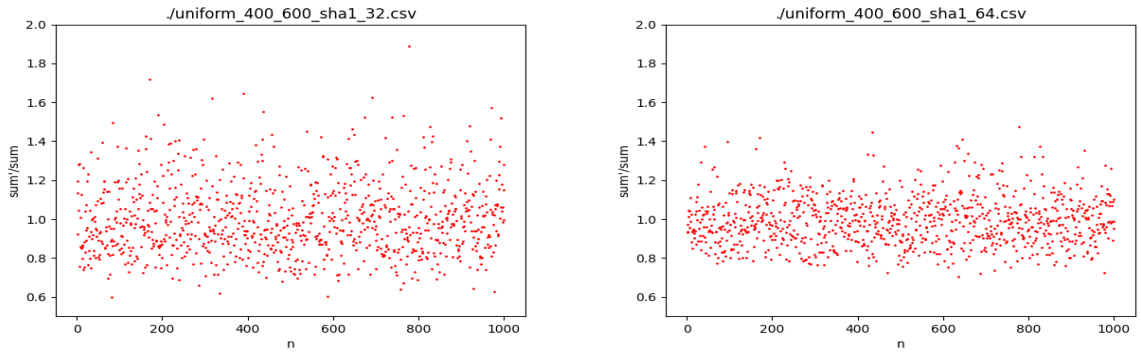


(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

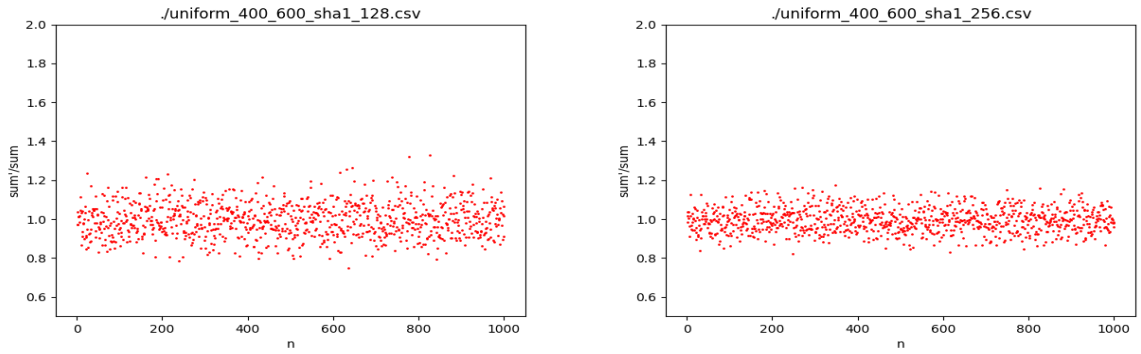


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 5: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[400, 600]$. Wykorzystany algorytm: `md5`.

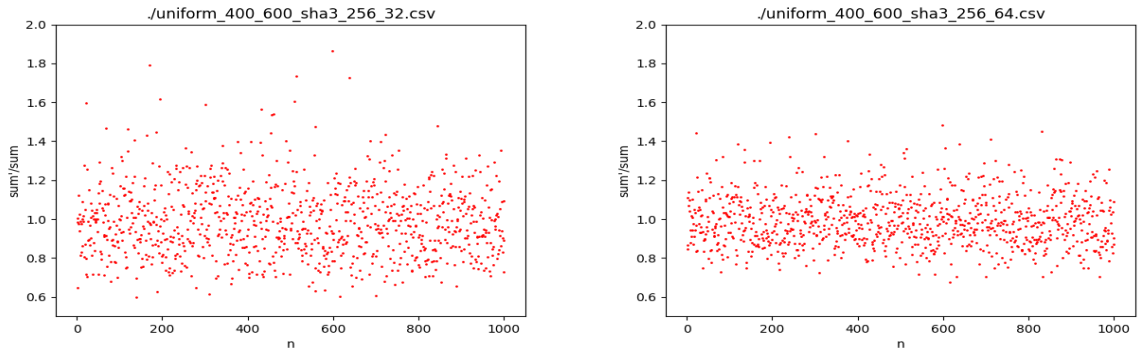


(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

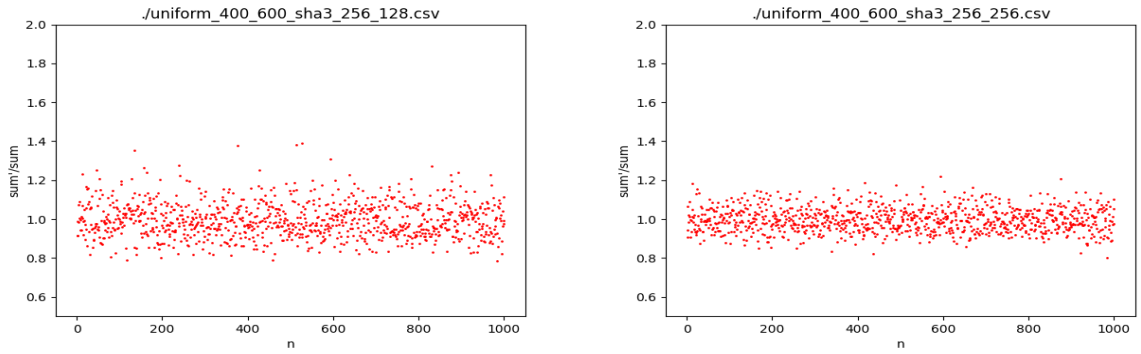


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 6: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[400, 600]$. Wykorzystany algorytm: `sha1`.



(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

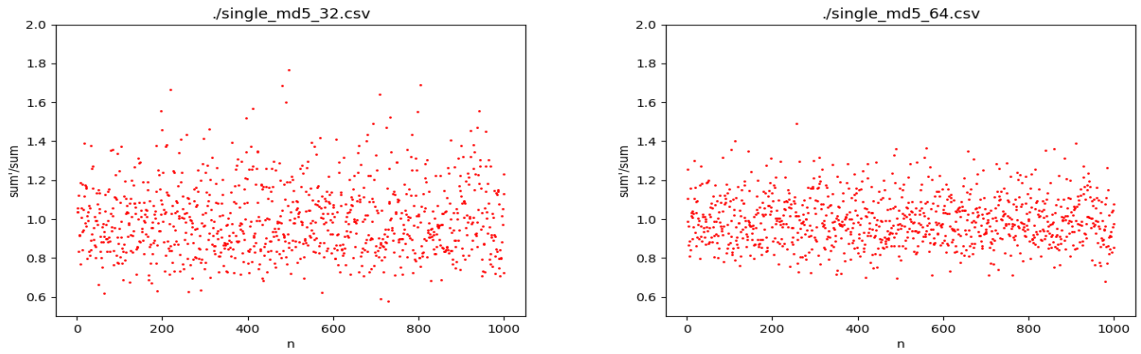


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 7: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech pochodzą z rozkładu jednostajnego na przedziale $[400, 600]$. Wykorzystany algorytm: `sha3`.

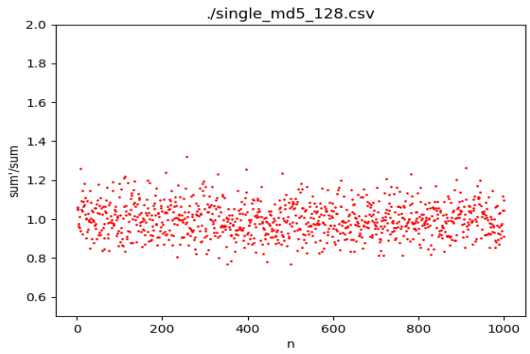
Jednakowe cechy

W tej strategii wszystkie cechy są ustawione na 1. W tym przypadku algorytm zachowuje się podobnie jak `MinCount` i zlicza unikalne wystąpienia, lecz daje gorsze wyniki.

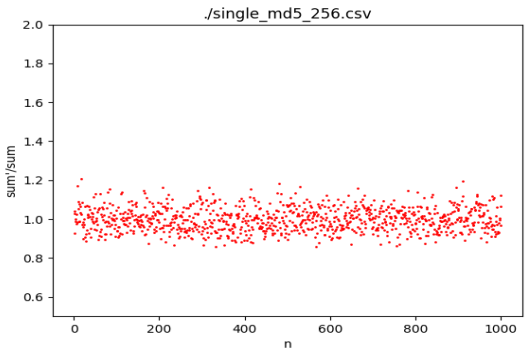


(a) $m = 32$

(b) $m = 64$

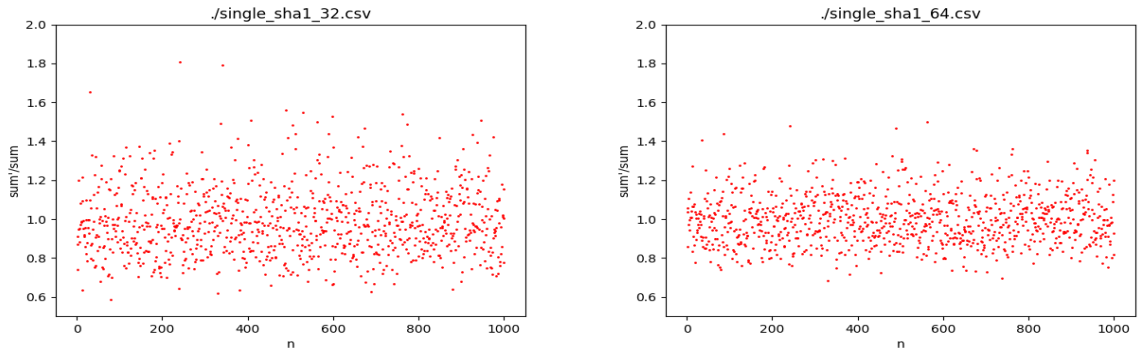


(c) $m = 128$

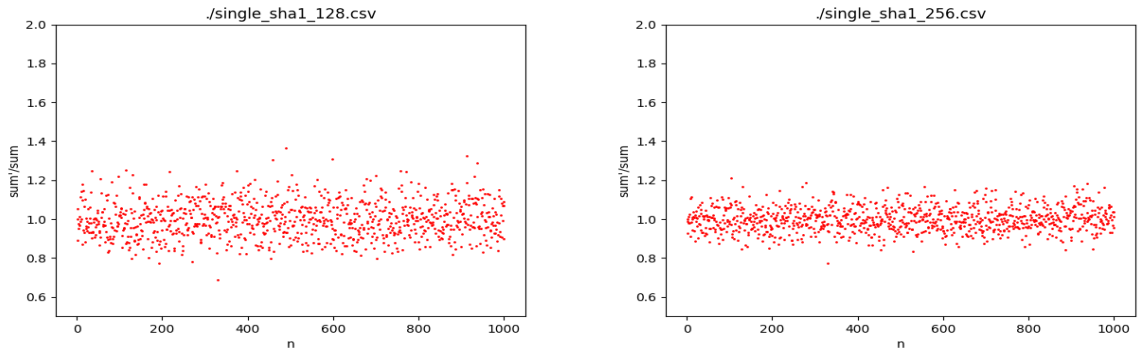


(d) $m = 256$

Figure 8: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są jednakowe (wynoszą 1). Wykorzystany algorytm: `md5`.

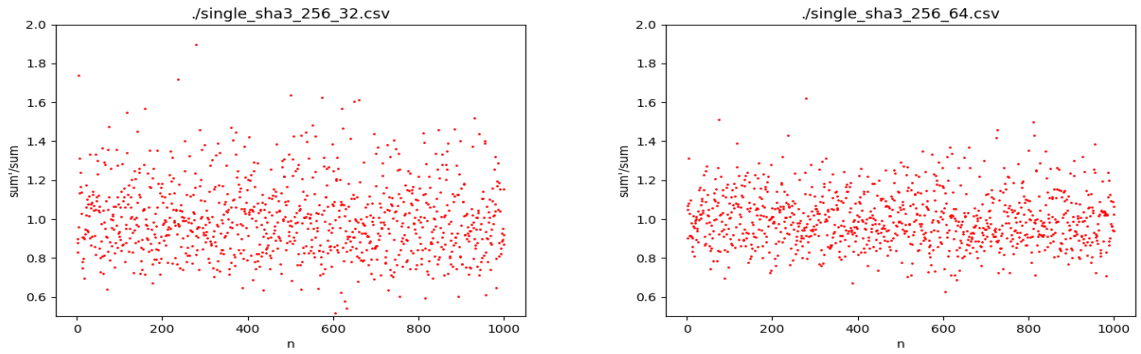


(a) $m = 32$ (b) $m = 64$



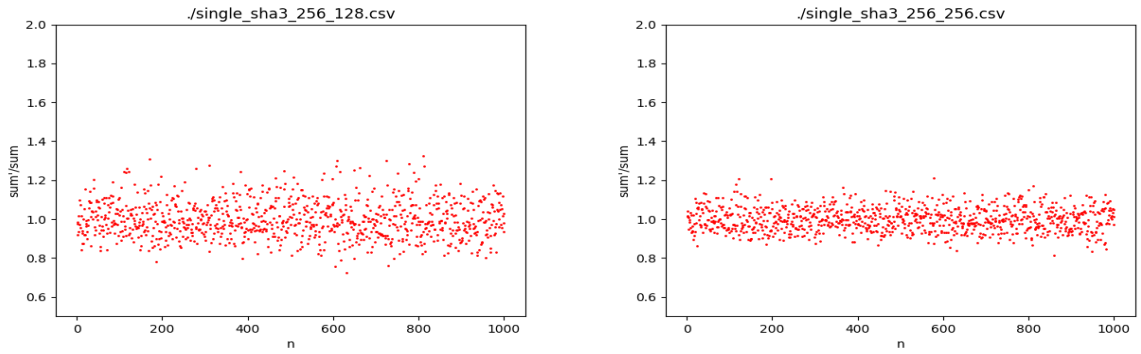
(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 9: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są jednakowe (wynoszą 1). Wykorzystany algorytm: `sha1`.



(a) $m = 32$

(b) $m = 64$



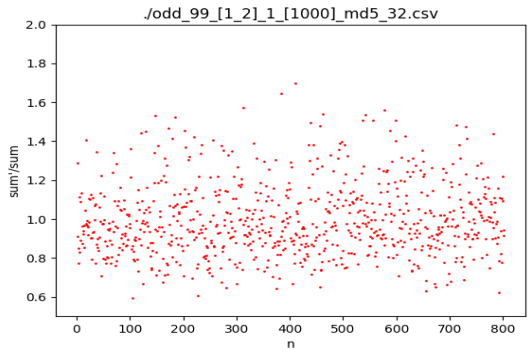
(c) $m = 128$

(d) $m = 256$

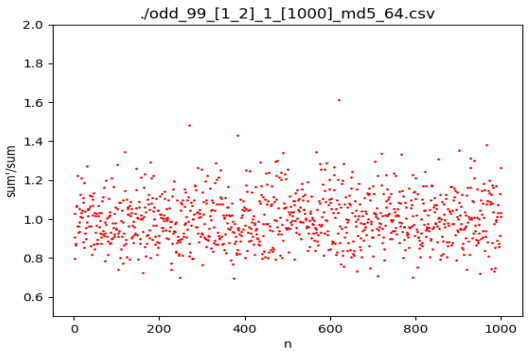
Figure 10: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są jednakowe (wynoszą 1). Wykorzystany algorytm: `sha3`.

Wartości odstające

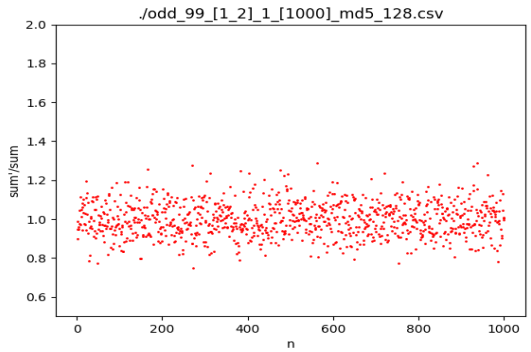
Wartość cechy losowana jest ze zbioru $[1, 2, 1, 2, \ldots]$, którego 1% stanowi wartość odstająca (duża liczba, np. 1000).



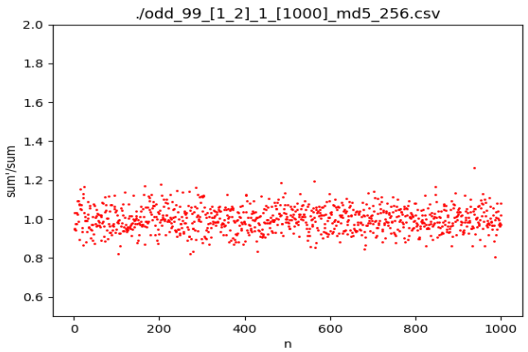
(a) $m = 32$



(b) $m = 64$

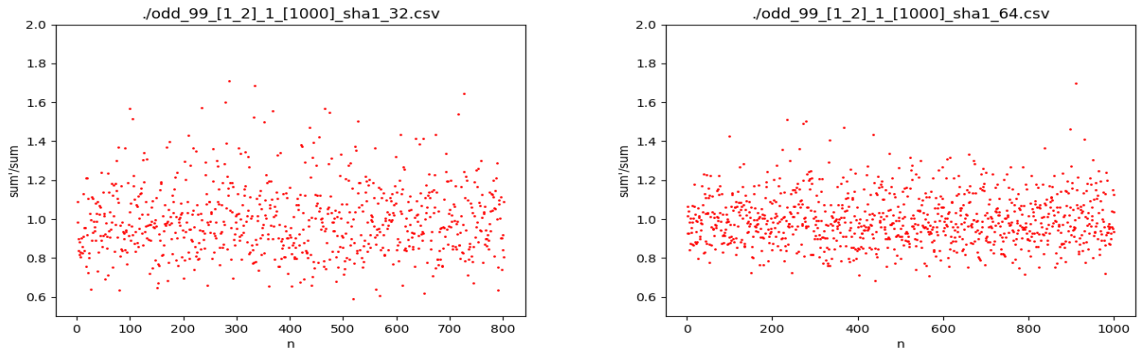


(c) $m = 128$

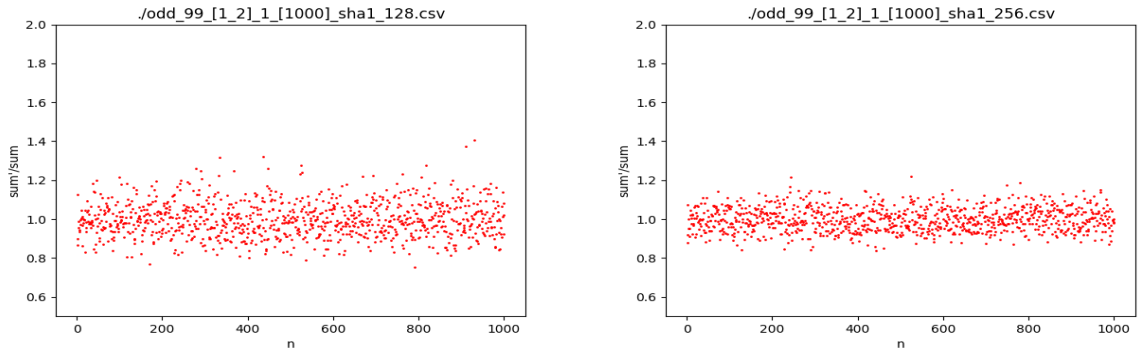


(d) $m = 256$

Figure 11: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są w większości podobne, lecz zawierają wartości odstające. Wykorzystano stosunek, 1%. Wykorzystany algorytm: `md5`.

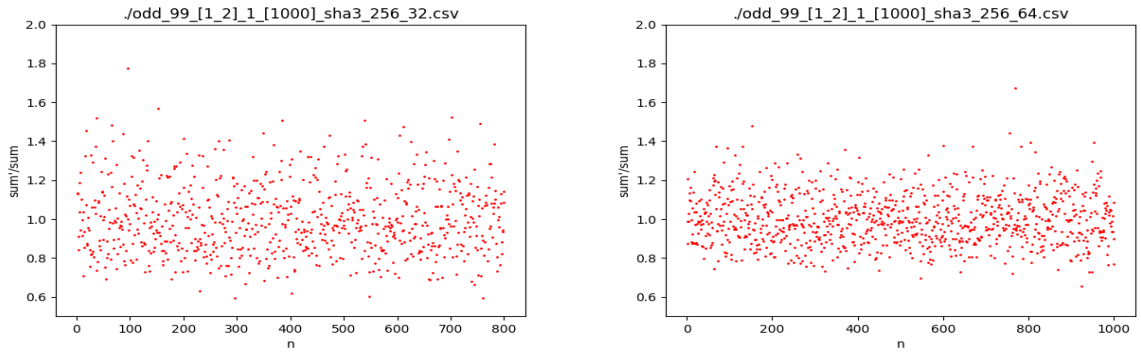


(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

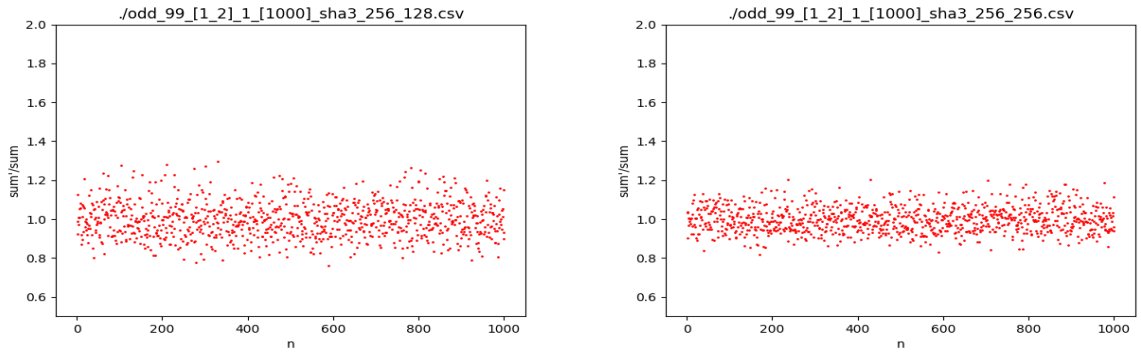


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 12: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są w większości podobne, lecz zawierają wartości odstające. Wykorzystano stosunek, 1%. Wykorzystany algorytm: `sha1`.



(a) $m = 32$ (b) $m = 64$

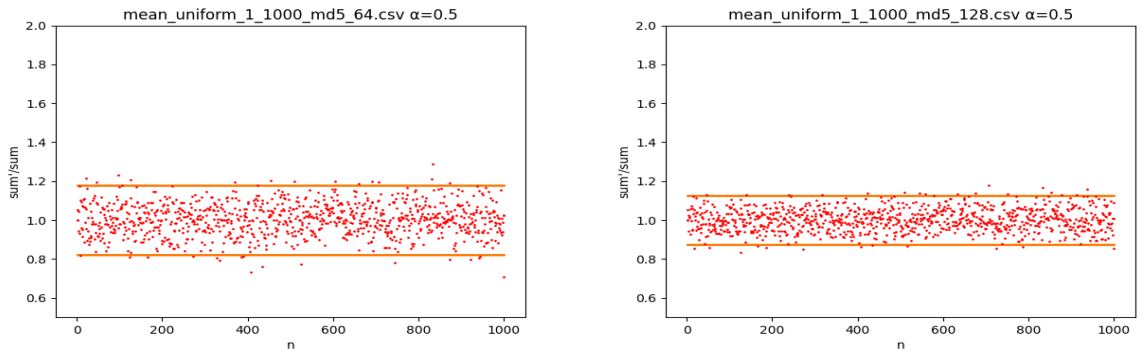


(c) $m = 128$ (d) $m = 256$

Figure 13: Wykresy przedstawiają wyniki algorytmu dla różnej ilości rejestrów gdy wartości cech są w większości podobne, lecz zawierają wartości odstające. Wykorzystano stosunek, 1%. Wykorzystany algorytm: `sha3`.

Zad 10

Średnią wartość cech λ_i wyliczamy następująco. Możemy zauważyć, że gdy $\forall i \lambda_i = 1$, to aproksymacja ich sumy staje się aproksymacją liczebności unikalnych elementów $\hat{n}$. Modyfikujemy więc pierwotny algorytm i dodatkowo przetrzymujemy tablicę wartości $-log(u)$ ($\lambda_i = 1$). Wartość zwracaną przez pierwotny algorytm dzielimy przez liczność elementów i otrzymujemy aproksymację $\frac{\hat{\Lambda}}{\hat{n}}$ średniej wartości cechy λ_i.



(a) $\alpha = 0.5$, $m = 64$ (b) $\alpha = 0.05$, $m = 128$

Figure 14: Wykresy przedstawiają wyniki aproksymacji średniej wartości cechy λ_i.