A ∧ B “und“ *Schnittmenge* | A ∨ B “oder“ *Vereinigungsmenge* | A xor B “entweder“ | ¬ A “nicht“

A \ B “ohne“ *Differenzmenge* | ¬ (A∧B) “nand“ | ¬ (A∨B) “nor“ | *Bsp. Funktionsvorschrift = v (w,f) = f* |

A ∩ B “und“ Durchschnittsmenge | A ∪ B “oder“ *Vereinigungsmenge* | A \ B “ohne“ *Differenzmenge*

A ⊂ B “Teilmenge“ *A ist Teilmenge von B* | A ⊄ B “keine Teilmenge“ |

x ∈ B “Element“ *x ist Element von B* | x ∉ B “kein Element“

A	B	A ⇒ B	A ⇐ B	A ⇔ B
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

(N) Natürliche Zahlen
(Z) Ganze Zahlen
(Q) Rationale Zahlen
(R) Reelle Zahlen
(C) Komplexe Zahlen

$\mathbb{N}_{[0]}$ [0] ; 1 ; 2 ; 3 ; …
$\mathbb{Z}$ … ; -3 ; -2 ; -1
$\mathbb{Q}$ -7.25 ; -½ ; 2¾ ; 0.244
$\mathbb{R}$ π ; e ; √2
$\mathbb{C}$ 5+3i ; 4-5i ; 6.7i

Zahlensyst. | Dezimalsystem (B=10) Bsp. $71 = 1 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^1$ | Dualsystem (B=10) Bsp. $71 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 = 1000111$

von Dez. in Oktal | $1089_{(10)} = ?_{(8)}$ | 1089 : 8 = 136,125 ($0.125 = \frac{1}{8}$) | 136 : 8 = 17 ($\frac{0}{8}$) | 17 : 8 = 2.125 ($0.125 = \frac{1}{8}$) | 2 : 8 = 0.25 ($0.25 = \frac{2}{8}$) | Zähler von unten nach oben ↑ = $2101_{(8)}$

von (5) in Dez. | $142_{(5)} = ?_{(10)}$ | $142_{(5)} = 1 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 25 + 20 + 2 = 47_{(10)}$ | Kontrolle TR: ⇨ [2nd] + [9]

Kommastellen | *Bsp. Binär* 0.625 <> $\frac{5}{8} = \frac{101\,(2)}{2^3} = 101_{(2)} \cdot 2^{-3} = 0{,}101_{(2)}$ | *Bsp. Octal* 0.203125 <> $\frac{13}{64} = \frac{15\,(8)}{8^2} = 15_{(8)} \cdot 8^{-2} = 0{,}15_{(8)}$ | **Hex.** 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F (F = 15)

Lineare Funktionen | $y = f(x) = a \cdot x + b$ | $b = y - (a \cdot x)$ | $x = \frac{y-b}{a}$ | a = Steigung, a > 0 (Gerade steigt), a < 0 (Gerade sinkt), a = 0 (Gerade parallel x-Achse)

|Schnittpunkt = abw. 0 für x und y einsetzen | tan^{-1} (a) = α (°)

(a·x) = *var. Kosten*, (a) = *var. Stückkosten*, (+b) = *Fixkosten* | $a = \frac{y2-y1}{x2-x1} = \frac{y-y1}{x-x1}$

TR: [data] | x,y Werte eingeben | [2nd]+[data], 4↓LinReg | enter,enter… = Lösung |

abgeschlossenes Intervall	[a, b] = {x ∈ ℝ | a ≤ x ≤ b}		
offenes Intervall	(a, b) = {x ∈ ℝ | a < x < b}	oder	]a, b[
halboffenes Intervall	[a, b) = {x ∈ ℝ | a ≤ x < b}	oder	[a, b[
halboffenes Intervall	(a, b] = {x ∈ ℝ | a < x ≤ b}	oder	]a, b]

Ableitungen | Bsp. $y = x^3 - 2x$ / $y' = 3x^2 - 2$ / $y'' = 6x$ |

Steigung = $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ = f'(x) = $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}$ (Differentialquotient) | f'(x) = $\frac{df}{dx}$ = TR: $d/_{dx}\ (f)|\ x$

Grenzkosten K'(x) = Taschenrechner [Table] + 2 | Formel eingeben | [2nd] + quit | [2nd] + $d/_{dx}$ ☐ | Werte eingeben | = (x Wert ist Stelle auf x-Achse)

Grenzkosten K'(x) = $\frac{f(x+\varepsilon) - f(x-\varepsilon)}{2 \cdot \varepsilon}$ | Bsp. K'(7) = $\frac{f(7+\varepsilon) - f(7-\varepsilon)}{2 \cdot \varepsilon}$ | G(x) = E(x) – K(x) | E(x) = Preis · Menge | E (Erlös), K (Kosten), G (Gewinn)

f(x) = c ⇒ f(x) = 0x+b ⇒ f'(x) = 0 | $f(x) = x^{\frac{7}{4}}$ ⇒ $f'(x) = \frac{7}{4} \cdot x^{\frac{7}{4} - \frac{4}{4}} = \frac{7}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ | $\mathbf{f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}}$

f(x) = x ⇒ f(x) = 1x+b ⇒ f'(x) = 1 | $f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x^1}$ | $f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x^1}$ | $f(x) = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{x^1}}$ |

f(x) = ax+b ⇒ f(x) = ax+b ⇒ f'(x) = a | $f(x) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ | $f(x) = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$ | $f(x) = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ |

Steigung ⇒ f'(x) berechnen ⇒ wert für x einsetzen

Nullpunkte x/y berechnen ⇒ f'(x) berechnen ⇒ mit Steigung gleichsetzen und nach 0= umformen ⇒ TR: poly-solv = x_1 / x_2 ⇒ je x_1 und x_2 in f(x) einsetzen = y_1 / y_2

Funktion berechnen ⇒ y berechnen (x in f(x) einsetzen) ⇒ Steigung berechnen (siehe oben) ⇒ in ax+b, x und a eintragen und ausrechnen, differenz zwischen Resultat und y = b,

Faktorregel ⇒ f (x) = c · g(x) ⇒ f'(x) = c · g'(x)

Produkteregel ⇒ f(x) = v(x) · w(x)

v(x) = x^2 + v'(x) = 2x
w(x) = x-1 w'(x) = 1

f'(x) = v'(x) · w(x) + v(x) · w'(x)

f'(x) ⇒ 2x · (x-1) + x² · 1

Quotientenregel ⇒ f(x) = $\frac{v(x)}{w(x)}$

v(x) = 2x+1 – v'(x) = 2
w(x) = x-1 w^2 w'(x) = 1

f'(x) ⇒ $\frac{v'(x) \cdot w(x) - v(x) \cdot w'(x)}{w(x)^2}$

f'(x) ⇒ $\frac{2 \cdot (x-1) - (2x+1) \cdot 1}{(x-1)^2}$

Kettenregel ⇒ $f(u_x) = \sqrt{x^2 + 1}$

f(u) = $\sqrt{u}$

u(x) = x² + 1

f'(u) = $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{u}}$
u'(x) = 2x

f'(x) ⇒ f'(u) · u'(x) (y = f(x) = f(u(x)))

f'(x) ⇒ $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{u}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{u}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(Bsp. f(x) = $(x^3 + 1)^{10}$ = f'(x) = 10 $(x^3 + 1)^9$ · 3x²)

---

f'(x) = const · f(x) ⇒ const = $\frac{f'(x)}{f(x)}$ ⇒ TR: [table] 2 ⇒ $\frac{d/_{dx}\ (f)|\ x}{f(x)}$

Differential (df) | f'(x) = $\frac{df}{dx}$ ⇒ df = f'(x_0) · dx (angenäherte Funktionsänderung)

Δf ⇒ Bsp. $\Delta k = k_{(x_0 \mp dx)} - k_{(x_0)}$ (exakte Funktionsänderung)

Exponentialfunktion | f (x) ⇒ y = k · a^x | (y=a^x hat keine Nullstelle!)

Ableitungen: f(x) = e^x ⇒ f'(x) = e^x (nur e^x bleibt falls $e^{x+\cdots}$ = e^u und Kettenregel anwenden)

f(x) = e^{-x} ⇒ f'(x) = $e^{-x} \cdot (-1)$

f(x) = a^x ⇒ f'(x) = ln(a) · a^x

Logarithmusfunktion | Exponentialfunktion f, Logarithmusfunktion f^{-1} (Umkehrfunkton von Exponentialfunktion)

Ableitungen: f(x) = ln(x) ⇒ f'(x) = $\frac{1}{x}$ f(x) = ln(1x) ⇒ f'(x) = $\frac{1}{x} \cdot x' = \frac{1}{x} \cdot 1$

f(x) = log_a(x) ⇒ f'(x) = $\frac{1}{x \cdot \ln(a)}$ (wenn etwas anderes wie x, Kettenregel anwenden!)

f(x) = lg (x) ⇒ f'(x) = $\frac{1}{x \cdot \ln(10)}$

Basis a = 3 y = f(x) = 3^x x = f^{-1}(y) = log_3(y) (lg b^n = n · lg b)

Basis a = 10 y = f(x) = 10^x x = f^{-1}(y) = lg (y) (10-er Logarithmus) (lg $\sqrt[v]{b^u}$ = $\frac{u}{v}$ · lg b)

Basis a = e y = f(x) = e^x x = f^{-1}(y) = ln (y) (natürlicher Logarithmus)

Polynomfunktionen | $y = a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \cdots + a_2\, x^2 + a_1\, x + a_0$ (Polynomfunktion n-ten Grades)

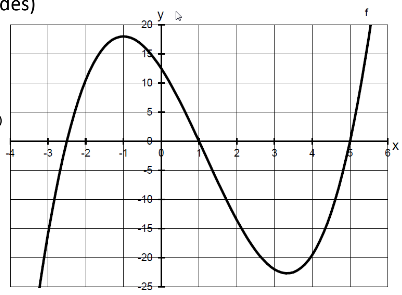
Eigenschaften: ⇒ Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt P (0 / a_0)

⇒ Der Graph von f schneidet die x-Achse höchstens n Mal
(Eine Polynomfunktion von Grad n besitzt höchstens n Nullstellen)

⇒ Grad der Polynomfunktion ergibt sich aus höchstem Exponenten $x^{n\ (Grad\ der\ Polynomfunktion)}$

⇒ Der Graph von f schneidet bei ungeradem n die x – Achse min. einmal!
(Polynomfunktion von ungeradem Grad besitzt min. eine Nullstelle!)

$f(x) = x^3 - 3.5x^2 - 10x + 12.5$ $D_f = \mathbb{R}$



Eigenschaften:

- Der Graph schneidet die y-Achse im Punkt $P_1(0/12.5)$ (TR: `f(0)`)
- Nullstellen: $x_1 = -2.5$ $x_2 = 1$ $x_3 = 5$ (TR: `poly-solv`
- lokales Maximum zwischen x = –2 und x = 0 (TR: `table`)
- lokales Minimum zwischen x = 2 und x = 4 resp. zwischen x = 3.2 und x= 3.4 (TR: `table`)

quadratische Funktion **f(x) = ax^2 + bx + c** (a ≠ 0) ⇒ Polynomfunktion 2. Grades

a > 0	die Parabel ist nach oben geöffnet
a < 0	die Parabel ist nach unten geöffnet
P (0/c)	die Parabel schneidet die y-Achse
Scheitelpunkt	höchster bzw. tiefster Punkt der Parabel
Scheitelpunkt S	$S_x = -\frac{b}{2a}$ | $S_y = c - \frac{b^2}{4a}$ resp. $\frac{4ac-b^2}{4a}$
Nullstellen	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (ax^2 + bx + c = 0)
Diskriminante	D = b^2 – 4ac

D > 0 zwei versch. reelle Lösungen

D = 0 eine Lösung

D < 0 keine reelle Lösung ($\sqrt{<0}$) = keine Lösung

Hyperblen | $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ | n gerade ⇒ Hyperbel im pos. Bereich, n ungerade ⇒ Hyperbel im neg. Bereich |

def. Asymptote ⇒ Gerade, der sich der Graph von f gegen das Unendliche hin beliebig ändert

horizontale Asymptote ⇒ $\frac{4x\ldots}{2x\ldots}$ ⇒ 2 | keine horiz. Asymptote ⇒ $\frac{.\,x^2\ldots}{.\,x\ldots}$ | x-Achse = Asymptote ⇒ $\frac{.\,x\ldots}{.\,x^2\ldots}$

vertikale Asymptote ⇒ $\frac{4x\ldots}{2x+3}$ ⇒ 2 · -1,5 + 3 = 0 ⇒ -1.5 | (Brüche gleichnamig machen = 2 + $\frac{4}{x}$ = $\frac{2x+4}{x}$)

Engelfunktionen | $Y(x) = \frac{a \cdot X + b}{X + c}$ | a ⇒ horizontale Asymptote, X ⇒ x - Wert (Y = Einkommen), Y ⇒ y - Wert (C = Konsum) |

c ⇒ kann man berechnen wenn man einen beliebigen Punkt der Funktion für x / y einsetzt

$c = \frac{a \cdot X + b - Y \cdot X}{Y}$ b ⇒ wenn a · X + b = 0, ist Y = 0 ($\frac{0}{X+c} = 0$) | bei Y = 0 x-Wert (vom Punkt wo y= 0) einsetzen (X)

Umkehrfunktionen | f (x) ⇒ y = a · x + b // *x / y Werte vertauschen und TR: LinReg (oder von Hand), siehe Lineare Funktionen*

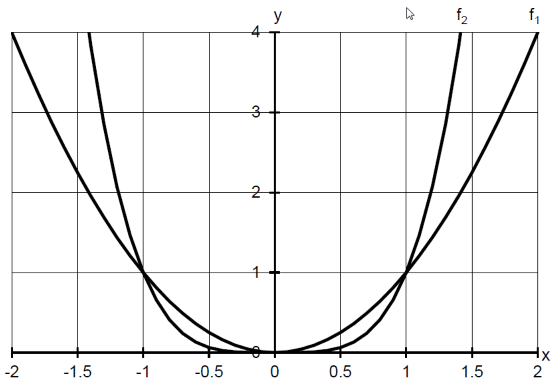
f^{-1} (y) ⇒ x = a · y + b // *oder Formel umformen (bspw. nach y)*

Zinsformeln |

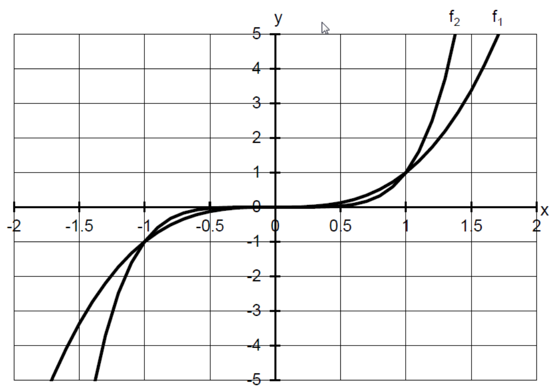
K_n	=	$K_0 \cdot (1 + \frac{p}{100})^n$	K_0	=	Anfangskapital (Kapital zum Zeitpunkt 0) / PV present value (Barwert)
K_n	=	$K_0 \cdot (1 + i)^n$	K_N	=	Kapital nach n Jahren / FV future value
$1 + i$	=	$\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$	p	=	Jahreszinsfuss
n	=	$\log_{(1+i)} \cdot (\frac{K_n}{K_0})$	n	=	Anzahl Jahre
K_0	=	$\frac{K_n}{(1+i)^n} = K_n \cdot (1+i)^{-n}$	i	=	interest rate i = $\frac{p}{100}$

Potenzfunktionen | y = a · x^n (Potenfunktion n-ten Grades)

n gerade Beispiele: $f_1 : x \to y = x^2$ $f_2 : x \to y = x^4$



n ungerade Beispiele: $f_1 : x \to y = x^3$ $f_2 : x \to y = x^5$



Algebra |

$a^m \cdot a^n$	=	a^{m+n}	$(a+b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	$\sqrt[n]{a \cdot b}$	=	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\lg(a \cdot b)$ =	$\lg(a) + \lg(b)$
$(a \cdot b)^n$	=	$a^n \cdot b^n$	$(a-b)^2$	=	$a^2 - 2ab + b^2$	$a \cdot \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{a^n \cdot b}$	$\lg\frac{a}{b}$ =	$\lg(a) - \lg(b$
$(a^m)^n$	=	$a^{m \cdot n}$	$a^2 - b^2$	=	$(a+b) \cdot (a-b)$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	=	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\lg b^n$ =	$n \cdot \lg b$
$\frac{a^m}{a^n}$	=	a^{m-n}				$(\sqrt[n]{a})^x$	=	$\sqrt[n]{a^x}$	$\lg \sqrt[v]{b^u}$ =	$\frac{u}{v} \cdot \lg b$
$(\frac{a}{b})^n$	=	$\frac{a^n}{b^n}$	$\sqrt[n]{a+b} = 2$	⟺	$a + b = 2^n$					

Wirtschaftliche Faktoren |

Preis / Marktpreis (Menge)	⇒	p(x)	=		⇒	GE / ME	
Menge (Preis)	⇒	x(p)	=		⇒	ME	x'(p) ⇒ ME / (GE/ME) | wird der Preis bei p= (Zahl) GE/ME um 1 GE/ME
Gesamtkosten	⇒	K(x)	=	K_F + K_V(x)	⇒	GE	erhöht, verringert sich …. (Bsp. die Nachfrage) um ca. -(Ergebnis) ME
Produktions- Output- funktion	⇒	x(r)			⇒	r_0 (ist Nullstelle $x_{(r)}$) bekommt man wenn man $x_{(r)}$ = 0 setzt	
Input / Faktoreinsatzmenge	⇒	r			⇒	MEr	
Stückkosten	⇒	k(x)	=	$\frac{K(x)}{x}$	⇒	$\frac{GE}{ME}$	(Kosten pro Stück)
Durchschnittskosten	⇒	$\bar{K}$(x)	=	$\frac{K(x)}{x}$	⇒	$\frac{GE}{ME}$	
Durchschnitts -output / -ertrag	⇒	$\bar{x}$(r)	=	$\frac{x(r)}{r}$	⇒	$\frac{GE}{ME}$	
Fixe Kosten	⇒	K_F	=	x = 0	⇒	GE	⇒ (wenn man kein Stück produziert)
variable Kosten	⇒	K_V(x)	=	K(x) - K_F	⇒	GE	
Erlös	⇒	E(x)	=	p(x) · x	⇒	GE	
		E(p)	=	x(p) · p	⇒	GE	
Gesamtgewinn	⇒	G(x)	=	E(x) - K(x)	⇒	GE	
Gewinn pro Stück | Stückgewinn	⇒	g(x)	=	$\frac{G(x)}{x} = \frac{E(x)-K(x)}{x}$	⇒	$\frac{GE}{ME}$	
Gesamtdeckungsbeitrag	⇒	GD(x)	=	E(x) - K_V(x)	⇒	GE	
Sparfunktion / Sparquote	⇒	S(Y)	=	Y - C(Y)	⇒	GE	
Konsum	⇒	C(Y)			⇒	GE	
Einkommen	⇒	Y			⇒	GE	

f	⇒ Wendepunkt	→ bei f'	max. oder min.
		→ bei f''	Nullstelle
f	⇒ Max od. Min.	→ bei f'	Nullstelle
		→ bei f''	(Ableitung zeichnen)
f'	⇒ Wendepunkt	→ bei f''	max. oder min.
f'	⇒ Max. od. Min	→ bei f''	Nullstelle

y = f'(x) = -2 → Steigung = -2 ⇒ mit Lineal Steigung simulieren (auf Skala achten) mit verschieben Anz. Kontaktpunkte = Anz. Lösungen f'

f'(x) > 0 ⇒ f ist wachsend (f ↑) | mit Lineal Funktion nachfahren,
f'(x) < 0 ⇒ f ist fallend (f ↓) | wenn Stift ↓ fallend wenn ↑ steigend

f''(x) > 0 ⇒ f konvex | Funktion beurteilen ob an dieser Stelle
f''(x) < 0 ⇒ f konkav | konvex oder konkav

Begriffe:

Grenz … / Marginal …	⇒	**Ableiten** ⇒	**Anstieg … / Änderung … / Tangentensteigung …**
Kosten Minimal (K'')	⇒	K'(x) = 0 ⇒ K''(Zahl) = ….	if > 0 = Minimum | if < 0 = Maximum
Grenzkosten **Minimal**	⇒	K''(x) = 0 ⇒ K'''(Zahl) = ….	if > 0 = Minimum | if < 0 = Maximum
Nachfrageüberhang	⇒	Differenz von N (Nachfrage) und A (Angebot) = N – A	
Gleichgewichtsmenge x_G	⇒	N – A = 0 (TR: Numsolv)	
Kostenersparnis	⇒	(p_0 - p) · x	p_0 = Ausgangspreis

Masseinheit von ⇒ $\frac{df}{dx}$ [bzw. f'(x)] = $\frac{Masseinheit\ von\ f}{Masseinheit\ von\ x}$ ⇒ **f'(x) = $\frac{df}{dx}$**

Masseinheiten:

Grenzkosten | K'(x)	⇒	$\frac{GE}{ME} = \frac{dK}{dx}$		⇒ bei einer Prod.menge von x= (Zahl) ME gilt: wird der Output um 1 ME erhöht, so steigen die Kosten um ca. (Ergebnis) GE
Grenzstückkosten | k'(x)	⇒	$\frac{GE/ME}{ME}$	⇒ $\frac{dk}{dx}$	⇒ k''(x) = $\frac{d^2k}{dx^2}$
Grenzerlös | E'(x)	⇒	$\frac{GE}{ME} = \frac{dE}{dx}$		⇒ bei einer Prod.menge von x= (Zahl) ME gilt: wird die Prod. Menge um 1 ME erhöht, so steigt der Erlös um ca. (Ergebnis) GE
Grenzerlös | E'(p)	⇒	$\frac{GE}{GE/ME} = \frac{dE}{dp}$		⇒ wird der Preis bei p= (Zahl) GE/ME um 1 GE/ME erhöht, verringert sich der Erlös um ca. (Ergebnis) GE
Grenzgewinn | G'(x)	⇒	GE/ME		
Grenzoutputfunktion | x'(r)	⇒	$\frac{MEx}{MEr}$	⇒ $\frac{dx}{dr}$	
marginale Sparquote | S'(Y)	⇒	GE/GE		⇒ Bsp. Ergebnis = 0,8 ⇒ 80% jeder zusätzlichen GE werden gespart
durchschnittliche Konsumquote $\bar{C}$(Y)	⇒	1/Y		⇒ Bsp. Ergebnis = 0,7 ⇒ Bei einem Einkommen von (Zahl) GE beträgt der Konsum 70% des Einkommens
durchschnittliche Sparquote | $\bar{S}$(Y)	⇒	$\frac{1}{Y}$		
Kosten(änderung)	⇒	GE		
Grenzdeckungsbeitrag | G'D(x)	⇒	$\frac{GE}{ME}$		
Stückdeckungsbeitrag | gD(x)	⇒	$\frac{GE}{ME}$		
Grenzstückgewinn | g'(x)	⇒	$\frac{GE/ME}{ME}$		
Grenzstückdeckungsbeitrag | g'D(x)	⇒	$\frac{GE/ME}{ME}$		

⇒ bei einem Output von (Zahl) ME gilt: wird die Prod. Menge um 1 ME erhöht, so sinkt der Stückdeckungsbeitrag um ca. (Ergebnis) GE / ME

a) linearer Kostenverlauf:

K' = $\frac{dK}{dx} > 0$; $\frac{d^2K}{dx^2} \equiv 0$

b) degressiver Kostenverlauf:

K' = $\frac{dK}{dx} > 0$; $\frac{d^2K}{dx^2} < 0$ (konkav)

c) progressiver Verlauf:

K' = $\frac{dK}{dx} > 0$; $\frac{d^2K}{dx^2} > 0$ (konvex)

d) ertragsgesetzlicher Kostenverlauf

erst degressive Zunahme, dann progressive Zunahme:

K' = $\frac{dK}{dx} > 0$; $\frac{d^2K}{dx^2} \begin{cases} < 0 & \text{für } x < x_S \\ > 0 & \text{für } x > x_S \end{cases}$.

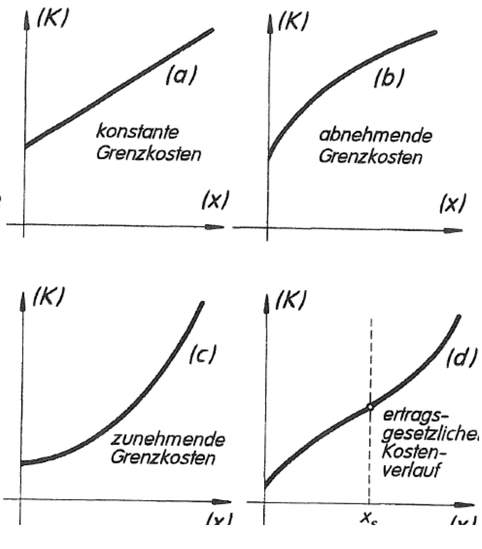


Abb. 6.3.3

Monotonie

- eine **Funktion** die überall eine **positive Steigung** besitzt, **wächst** auch überall **streng monoton (↑)** und umgekehrt

wenn $x_2 > x_1$ gilt: streng monoton steigend ↑ ⇒ f(x_2) > f(x_1) | f'(x) > 0 ⇒ f ist streng monoton wachsend (f ↑)

streng monoton fallend ↓ ⇒ f(x_2) < f(x_1) | f'(x) < 0 ⇒ f ist streng monoton fallend (f ↓)

Krümmungsverhalten

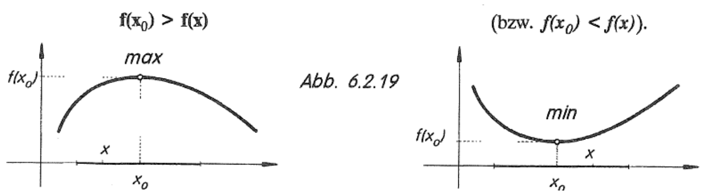
f''(x) > 0 ⇒ f' ist streng monoton wachsend (f ↑) ⇔ f ist **konvex** gekrümmt 

f''(x) < 0 ⇒ f' ist streng monoton fallend (f ↓) ⇔ f ist **konkav** gekrümmt 

Extremwerte

relatives (lokales) Maximum / Minimum ⇒ an einer bestimmten Stelle

absolutes (globales) Maximum / Minimum ⇒ höchster / tiefster Punkt im gesamten Definitionsbereich



wenn **f'(x_0) = 0** gilt: ein realtives **Minimum**, wenn ausserdem gilt: **f''(x_m) > 0** (zweite Ableitung!!)

ein realtives **Maximum** wenn ausserdem gilt: **f''(x_m) < 0** (zweite Ableitung!!)

Bsp. f(x) = $\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + 2x + 3$ ⇒ f'(x) = 0,5 x^2 - 2,5x + 2 = **0** / sationäre Stellen, x = 1 , x = 4 (poly-solv)

f''(x) = x - 2,5

f''(1) = 1 - 2,5 = < 0 ⇒ f(x) hat ein relatives Maximum an der Stelle x=1 ($x_{max} = f_{(x_m)}$)

f''(4) = 4 - 2,5 = > 0 ⇒ f(x) hat ein relatives Minimum an der Stelle x=4 Einheit (bspw. ME) nicht vergessen!

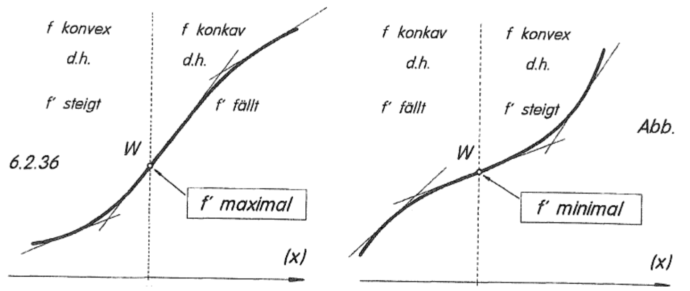
Wendepunkte

Wendepunkt = Nahtstelle zw. konvexem und konkavem Funktionsbereich
(Wechsel Linkskrümmung / Rechtskrümmung oder umgekehrt)

Wendepunkt von f = relative Extrema von f'

⇒ in einem **konkav / konvex - Wendepunkt** ist **f' minimal**

⇒ in einem **konvex / konkav - Wendepunkt** ist **f' maximal**



f hat einen Wendepunkt wenn gilt:

f''(x_w) = 0

und zusätzlich

f'''(x_w) ≠ 0

⇒ **konkav / konvex** - Wendepunkt **f''(x_w) = 0** und **f'''(x_w) > 0**

⇒ **konvex / konkav** - Wendepunkt **f''(x_w) = 0** und **f'''(x_w) < 0**

Bsp. f(x) = $\frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 1$ ⇒ f'(x) = $\frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{3}{2}x$

f''(x) = 0,5 x^2 - 2x + 1,5

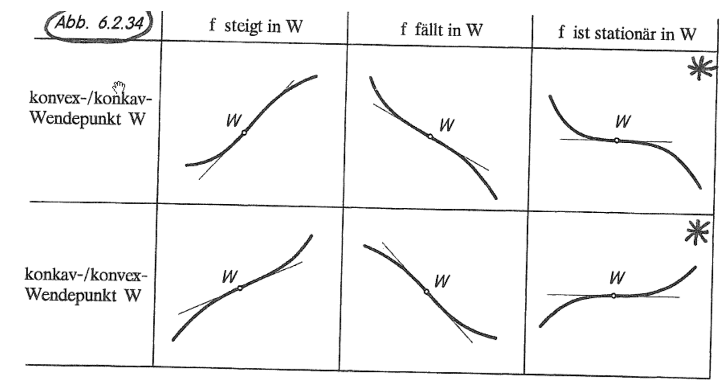
⇒ 0,5 x^2 - 2x + 1,5 = **0** / x = 1 , x = 3 (poly-solv)

f'''(x) = x - 2

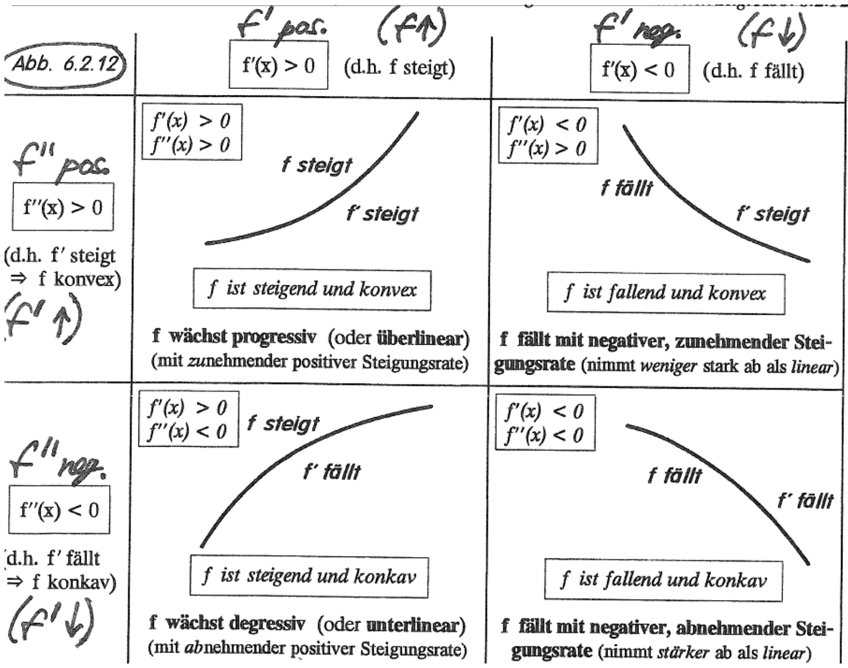
f'''(1) = 1 - 2 = < 0 ⇒ konvex-konkaver Wendepunkt bei x=1

f'''(3) = 3 - 2 = > 0 ⇒ konkav-konvexer Wendepunkt bei x=3

Ausserdem ist f'(3) = 0. Der Wendepunkt bei X = 3 ist also ein Sattelpunkt.



Bemerkung 6.2.35: Ein **Wendepunkt** *mit* **waagerechter Tangente** *(siehe Abb. 6.2.34, dritte Spalte) heißt* ***Sattelpunkt*** *(auch: Stufenpunkt, Terassenpunkt).*



Lineare Gleichungssysteme ⇒ TR: sys-solv

Funktionsgleichung = ?

Bsp. $K_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1. ⇒ Fixkosten betragen 16 GE
2. ⇒ Gesamtkosten bei Produktion von 1 ME betragen 38 GE
3. ⇒ Gesamtkosten bei Produktion von 4 ME betragen 56 GE
4. ⇒ Grenzkosten bei Produktion von 1 ME betragen 15 GE/ME

$K'_{(x)} = 3ax^2 + 2bx^1 + c$

1. ⇒ $K_{(f)} = K_{(0)}$ = 16 ⇒ d = 16
2. ⇒ $K_{(1)}$ = 38 ⇒ $a1^3 + b1^2 + c1 + d$ = 38
3. ⇒ $K_{(4)}$ = 56 ⇒ $a4^3 + b4^2 + c4 + d$ = 56
4. ⇒ $K'_{(1)}$ = 15 ⇒ $3a1^2 + 2b1^1 + c$ = 15

⇒ 16 für d einsetzen

$1a + 1b + 1c$ = 22 |

$64a + 16b + 4c$ = 40 | ⇒ $K_{(x)} = x^3 - 9x^2 + 30x + 16$

$3a + 2b + 1c$ = 15 | (wenn bsp. c fehlt c =0 in TR eingeben!)