Übungsblatt 5

Aufgabe 1a, Mögliche Textaufgabenstellung

Es soll berechnet werden, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass innerhalb 5 Münzwürfe, genau 2 mal Kopf geworfen wird (es kann entweder Zahl oder Kopf geworfen werden).

Aufgabe 1b

Bei diesem Beispiel wird mit der Laplace Annahme gerechnet. Diese bildet sich wie wir wissen aus (umgangssprachlich) „Anzahl der günstigen Ereignisse dividiert durch Anzahl der möglichen Ereignisse“. Wir möchten, dass „K“ 2/5 mal (= günstig) vorkommt. Also bilden sich unsere günstigen Ereignisse zunächst mit einer *Kombination ohne Wiederholung* von n Objekten zur Klasse k. In unserem Fall ist dann n = 5 (da es insgesamt 5 Faktoren zur Auswahl gibt), und k = 2 (weil wir wollen, dass „K“ genau 2 mal vorkommt). Die insgesamt möglichen Ereignisse werden mit einer *Variation mit Wiederholung* von wiederum n Objekten zur Klasse k berechnet wobei hier unsere n Objekte = 2 sind und k = 5. Bei den möglichen Ereignissen spielt es keine Rolle, wie oft Kopf oder Zahl vorkommt. Wichtig ist, dass es zwei Ausgänge geben kann und insgesamt wird die Münze 5 mal geworfen – also 2^5.

Aufgabe 1c

Vorher:

```python
import itertools
Ω = list(itertools.product({"K", "Z"}, repeat=5))
print(f"Ω={Ω}")
E = [ω for ω in Ω if ω.count("K") == 2]
print(f"E={E}")
print(f"{len(E)} von {len(Ω)}")
print(f"p = {len(E)/len(Ω)}")
```

```
Ω=[('Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z'), ('Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'K', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'K', 'K'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'K', 'K'), ('K', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'K', 'Z', 'K'), ('K', 'K', 'K', 'K', 'Z'), ('K', 'K', 'K', 'K', 'K')]
E=[('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'Z')]
10 von 32
p = 0.3125
```

Nacher:

```python
import itertools
Ω = list(itertools.product({"K", "Z"}, repeat=5))
Ω = {"".join(Ausgang) for Ausgang in Ω}
print(f"Ω={Ω}")
E = [ω for ω in Ω if ω.count("K") == 2]
print(f"E={E}")
print(f"{len(E)} von {len(Ω)}")
print(f"p = {len(E)/len(Ω)}")
```

```
Ω=[('Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z'), ('Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'K', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'K', 'K'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'K', 'K'), ('K', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'K', 'Z', 'K'), ('K', 'K', 'K', 'K', 'Z'), ('K', 'K', 'K', 'K', 'K')]
E=[('Z', 'Z', 'Z', 'K', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'Z', 'K'), ('Z', 'Z', 'K', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'Z', 'Z', 'K'), ('Z', 'K', 'Z', 'K', 'Z'), ('Z', 'K', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'Z', 'Z', 'Z', 'K'), ('K', 'Z', 'Z', 'K', 'Z'), ('K', 'Z', 'K', 'Z', 'Z'), ('K', 'K', 'Z', 'Z', 'Z')]
10 von 32
p = 0.3125
```

Der Output des Programms ändert sich also nicht.

Aufgabe 2a

Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft bei 5 maligen Münzwerfen der Ausgang „Kopf“ zu erwarten ist.

Aufgabe 2b

Der Erwartungswert ist deshalb 5/2 = 2,5 da beide möglichen Ausgänge (Kopf bzw. Zahl) gleich wahrscheinlich mit jeweils 50% sind.

Verallgemeinernd kann gesagt werden, dass der Erwartungswert immer die Hälfte der Anzahl an Würfen ausmacht. Wenn man die Münze also 6 mal wirft, ergibt sich als Erwartungswert 3, bei 14 Würfen ist er 7 usw.

Aufgabe 2c

Über diese Aufgabe sind lang und breit Gedanken gemacht worden, jedoch konnte leider kein Erfolg erzielt werden. Es war nicht ganz klar, wie die genauen Befehle lauten, dass zunächst der Mittelwert berechnet wird und danach die Differenz zwischen jedem einzelnem Wert und des Mittelwerts zum Quadrat.