

# Übungsblatt 5

### 1. Programm in Python eingeben:

```
1 import itertools
2 Ω = list(itertools.product({"K", "Z"}, repeat=5))
3 print(f"Ω={Ω}")
4 E = [ω for ω in Ω if ω.count("K") == 2]
5 print(f"E={E}")
6 print(f"#{len(E)} von #{len(Ω)}")
7 print(f"p = {len(E)/len(Ω)}")
8
```

[illegible]

**a) Textaufgabe:**

→ Eine Münze wird 5-mal geworfen. Es kann entweder Zahl oder Kopf geworfen werden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit  $p$  dafür, dass bei den fünf Würfen genau zweimal Kopf geworfen wird?

**b) Mathematische Begründung:**

- $\binom{5}{2}$  gibt alle günstigen Ereignisse, also alle möglichen Kombinationen dafür an, dass bei fünf Würfeln zweimal Kopf gewürfelt wird.

Also 5 mal wird gewürfelt und 2 mal wird Kopf geworfen.  $\binom{5}{2}$  gibt somit an auf wie viele verschiedene Arten dies passieren kann.

- $2^5$  gibt alle möglichen Ereignisse an, also wie viele verschiedene Ausgänge es bei fünf Würfeln gibt, egal wie oft dabei Kopf oder Zahl geworfen wird. Es gibt also zwei Ausgänge beim Wurf und 5 mal wird geworfen. Also gibt  $2^5$  alle möglichen Kombinationen bei den fünf Würfeln mit der Münze an.

c) **Änderung nach Einfügen einer Zeile nach der 2. Zeile:**

```
1 import itertools
2 Ω = list(itertools.product({"K", "Z"}, repeat=5))
3 Ω = {"".join(Ausgang) for Ausgang in Ω}
4 print(f"Ω={Ω}")
5 E = [w for w in Ω if w.count("K") == 2]
6 print(f"E={E}")
7 print(f"len(E) von {len(Ω)}")
8 print(f"p = {len(E)/len(Ω)}")
9
```

```
Q=[ 'KKZZZ', 'ZKKKZ', 'ZZZZZ', 'KZKZK', 'KZKKZ', 'ZKZKZ', 'KKKZZ',
    'ZZZKK', 'KZZKZ', 'KZZZZ', 'ZZKZK', 'ZKKZZ', 'ZKZKK', 'KKKKK',
    'KZZKK', 'ZZZKZ', 'KZZZK', 'ZZZZK', 'KZKKK', 'KKKZZ', 'KKZKK',
    'KKZKZ', 'ZZKZK', 'ZKKKK', 'KKZKZ', 'KZZZZ', 'ZZKKZ', 'ZKZKZ',
    'ZKKZK', 'ZZKKK', 'KKKKZ', 'ZZKZZ' ]
E=[ 'KKZZZ', 'KZZKZ', 'ZZZKK', 'KZZKZ', 'ZZKZK', 'ZKKZZ', 'ZKZKK',
    'KZZKZ', 'ZZKKZ', 'ZKZKZ' ]
10 von 32
p = 0.3125
```

→ Das Ergebnis für  $p$  und auch alle möglichen und günstigen Ereignisse bleiben gleich. Es ändert sich nur die Schreibweise der Ereignisse. Es wird nicht mehr jedes  $K$  oder  $Z$  eines Ausgangs nach den fünf Würfeln in Anführungszeichen gesetzt und ein Beistrich dazwischen geschrieben, sondern der Ausgang der fünf Würfe wird

*sozusagen als „ein Ausgang“ angesehen und nicht mehr als Kombination der Ausgänge der fünf Würfe und ohne Beistriche zusammengeschrieben. Also z.B. 'ZZKZZ' und nicht mehr ('Z','Z','K','Z','Z').*

## 2. Programm in Python eingeben:

```
1 import itertools
2 Ω = set(itertools.product({"K", "Z"}, repeat=5))
3 Erwartungswert = 0
4 for ω in Ω:
5     Erwartungswert = Erwartungswert + ω.count("K")
6 Erwartungswert = Erwartungswert / len(Ω)
7 print(f"Erwartungswert = {Erwartungswert}")
8
```

Erwartungswert = 2.5  
✚

### a) Zufallsvariable X:

→ Eine Münze wird 5-mal geworfen. Es kann entweder Zahl oder Kopf geworfen werden.

X ... Anzahl der bei den Würfeln erhaltenen Ausgänge „Kopf“

Die Zufallsvariable X gibt also an, wie oft es zu erwarten ist, dass bei den fünf Würfeln Kopf geworfen wird.

### b) Erwartungswert:

- Erwartungswert = 2,5:

→ Der Erwartungswert liegt bei 2,5, da die Wahrscheinlichkeit für jede Seite der Münze gleich ist, also für sowohl Kopf also auch Zahl bei 50% liegt.

Bei fünf Würfeln ist es also zu erwarten, dass gleich oft Kopf und Zahl geworfen wird.

Bei fünf Würfeln ist es also wahrscheinlich, dass 2,5 mal Kopf und 2,5 mal Zahl geworfen wird. → Erwartungswert für Kopf liegt bei 2,5.

- Verallgemeinerung:

→ Es ist egal wie oft geworfen wird, der Erwartungswert liegt immer bei der Hälfte der Würfe der Münzen (also der Wiederholungen in der 2. Zeile).

Also wenn repeat = a ist (in der 2. Zeile), dann ist der Erwartungswert immer gleich  $a/2$ .

### c) Programm erweitern, damit auch Varianz von X berechnet wird:

→ Leider konnte ich die Lösung nicht finden.

Wahrscheinlich müsst man vorher eine Liste aufstellen, wie oft in jeder Kombination der Eintrag Kopf vorkommt. Anschließend müsste man den Mittelwert der Anzahl an Kopf dieser Liste berechnen und aus mit Hilfe dieser Liste dann die Varianz berechnen. Leider wusste ich nicht wie man einige dieser Schritte durchführen kann.