

Quantum: Physics & Computation

Lucas Santana e Mateus Hiro Nagata

LAMFO



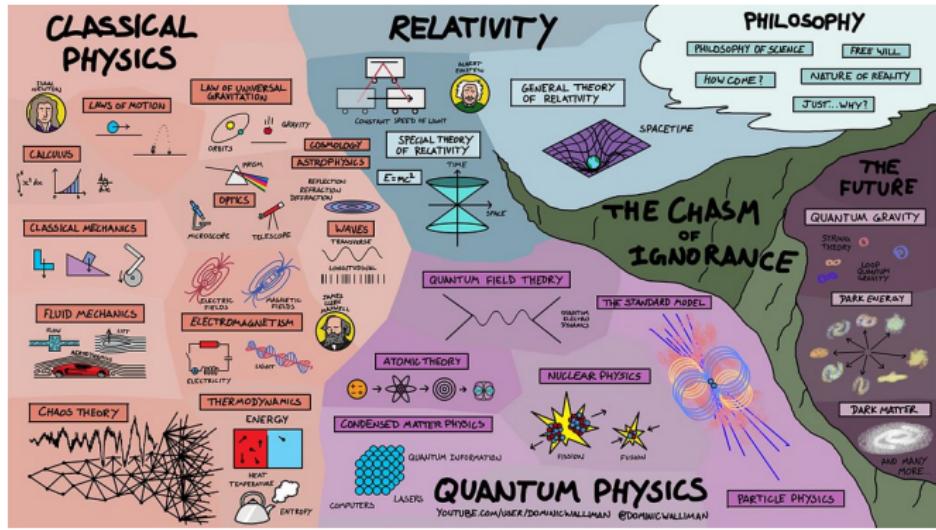
Outline

- 1 Welcome to Quantum World
 - A Teoria de Tudo e Todas as Teorias
 - A Física de Schrödinger
 - 2 A Mídia e o Quantum
 - 3 Teclando além do 0 e 1
 - A Hegemonia do 0 e 1
 - Qbits e Superposição
 - 4 A Humilde Supremacia Quântica
 - Proof left as an exercise to the reader
 - Tópicos Extras





Aonde tudo se encaixa? Um mapa de toda a Física



Mas e a Física Quântica?

- Concentra-se em estudar o "microuniverso";
- Surgiu com o objetivo de explicar muitos fenômenos:
 - 1 Efeito fotoelétrico;
 - 2 Irradiação de um corpo negro;
 - 3 Estabilidade da matéria.



Breve Resumo Histórico da Física Quântica...

- **Planck** supôs a resposta para radiação do corpo negro e a catástrofe do violeta

$$E = n \cdot h \cdot \nu$$

- **Einstein** explicou o efeito fotoelétrico, explicando o caráter corpuscular da luz

$$E = h \cdot \nu$$

- **De Broglie** trouxe, finalmente, a noção da dualidade onda partícula



Princípio da Incerteza

- Quanto maior a certeza da posição de uma partícula, menor é a incerteza sobre a quantidade de movimento ou velocidade:

$$\Delta X \cdot \Delta Q \leq \frac{h}{4\pi}$$

- Então, não podemos determinar com precisão a posição e a velocidade de um elétron ao mesmo tempo.

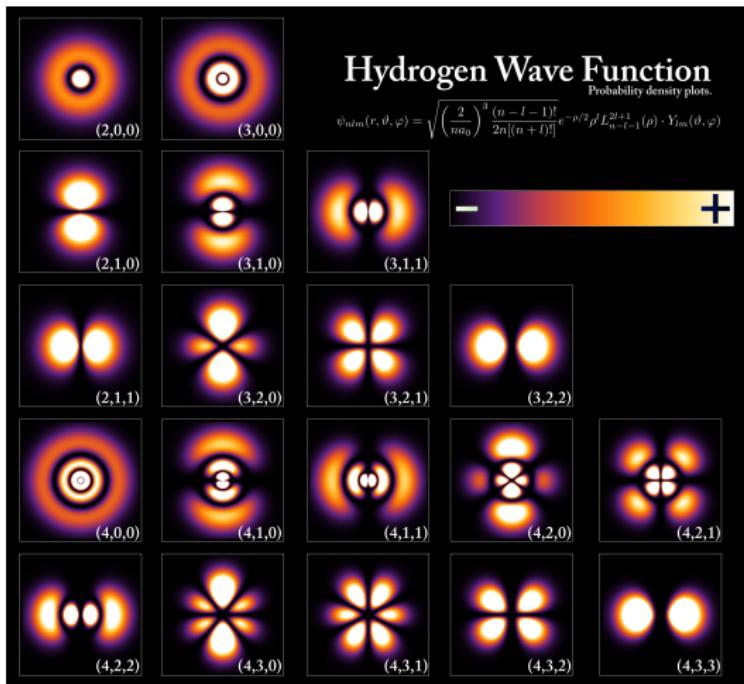


Equação de Schrödinger

- Baseando-se em seus níveis de energia, as soluções da Equação de Schrödinger, servem, basicamente para descrever as regiões de probabilidade de se encontrar um elétron.
- Em outras palavras, consegue-se com essa equação descrever-se a evolução de um estado quântico de um sistema no tempo

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

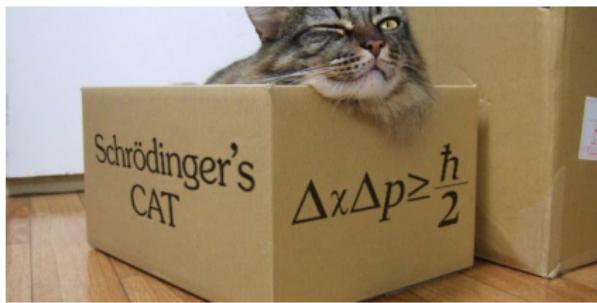
Função de Onda para o átomo de hidrogênio





Superposition: E como o está o gato de Schrödinger?

- Schrödinger desenvolveu uma experiência mental para explicar o seu conceito, o famoso gato Schrödinger.



- A conclusão é que na realidade o gato está vivo e morto ao mesmo tempo dentro da caixa fechada.
- Mas o que isso tem a ver com computação?**

Definindo a Computação Quântica

- A computação tradicional trabalha com valores definidos de bits (0 e 1)
- O grande trunfo da computação quântica, é que os qbits podem seguir os estados quânticos de um elétron
- Assim como o gato de Schrödinger, os qbits podem assumir 0 e 1, ao mesmo tempo

Outline

- 1 Welcome to Quantum World
 - A Teoria de Tudo e Todas as Teorias
 - A Física de Schrödinger
 - 2 A Mídia e o Quantum
 - 3 Teclando além do 0 e 1
 - A Hegemonia do 0 e 1
 - Qbits e Superposição
 - 4 A Humilde Supremacia Quântica
 - Proof left as an exercise to the reader
 - Tópicos Extras



Mitos Quânticos e como superá-los

- 1 Computador Quântico é um Computador Paralelo Infinito
- 2 Algoritmos de 100 qbits precisam só de uma máquina de 100 qbits
- 3 Amanhã todas as minhas senhas vão ser roubadas
- 4 Vai algum dia funcionar?
- 5 Supremacia Quântica

Outline

1 Welcome to Quantum World

- A Teoria de Tudo e Todas as Teorias
- A Física de Schrödinger

2 A Mídia e o Quantum

3 Teclando além do 0 e 1

- A Hegemonia do 0 e 1
- Qbits e Superposição

4 A Humilde Supremacia Quântica

- Proof left as an exercise to the reader
- Tópicos Extras

Álgebra Linear

Um bit com valor 0, também escrito como $|0\rangle$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Um bit com valor 1, também escrito como $|1\rangle$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$





A Hegemonia do 0 e 1



Operações Clássicas com bits (cubits)

Operations on one classical bit (cbit)

Identity

$$f(x) = x$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Negation

$$f(x) = \neg x$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Constant-0

$$f(x) = 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Constant-1

$$f(x) = 1$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



A Hegemonia do 0 e 1



Computação Reversa

- Reversível: dado a operação e o resultado, sabemos o input
→ Álgebra Linear
 - Para $Ax = b$, dado b e A , conseguimos chegar a um único x



Operações Clássicas com bits (cubits)

Operations on one classical bit (cbit)

Identity

$$f(x) = x$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Negation

$$f(x) = \neg x$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Constant-0

$$f(x) = 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Constant-1

$$f(x) = 1$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



A Hegemonia do 0 e 1



Produto Tensorial

Review: tensor product of vectors

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & (y_0) \\ x_1 & (y_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0y_0 \\ x_0y_1 \\ x_1y_0 \\ x_1y_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0y_0z_0 \\ x_0y_0z_1 \\ x_0y_1z_0 \\ x_0y_1z_1 \\ x_1y_0z_0 \\ x_1y_0z_1 \\ x_1y_1z_0 \\ x_1y_1z_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Múltiplos cbits

Representing multiple cbits

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|01\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|4\rangle = |100\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- We call this tensored representation the **product state**
- We can **factor** the product state back into the **individual state** representation
- The product state of n bits is a vector of size 2^n

Operação CNOT

Opera em 2 bits que são o "bit de controle" e o "bit objetivo"

Control bit = 1 → gira o Target bit

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C |10\rangle = |11\rangle$$

$$C |11\rangle = |10\rangle$$

$$C |01\rangle = |01\rangle$$

$$C |00\rangle = |00\rangle$$

Advanced Topic

Operations on multiple cbits: CNOT

$$C|10\rangle = C\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |11\rangle$$

$$C|11\rangle = C\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

Atenção!

ATENÇÃO O GATO DE SCHRÖDINGER ESTÁ NO PRÓXIMO SLIDE



A Hegemonia do 0 e 1



Eis o Gato

■ qbit = $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

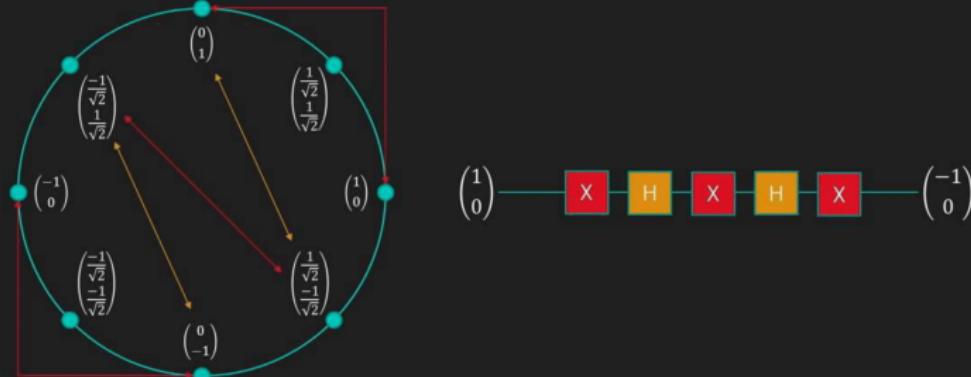
Eis o Gato

- qbit = $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ tal que a,b são complexos e $||a||^2 + ||b||^2 = 1$

○

Qbits e Superposição

The unit circle state machine





Superposição

- Como bit pode ser 1 e 0 ao mesmo tempo?
- Quando mensuramos o valor colapsa pra 0 ou 1
- Se qbit tem valores $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, então colapsa pra 0 com probabilidade $||a||^2$ e pra 1 com probabilidade $||b||^2$
 - Então $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ tem $||\frac{1}{\sqrt{2}}||^2$ chance de ser 0 e de ser 1 (cara-ou-coroa)
 - Também $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ tem 100% de chance de colapsar para 1



Operações em Qbits

A ideia é manipular os qbits antes de mensurá-los.

- Bit flip/Negação → Trocar a ordem dos bits

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

- CNOT → Trocar o último bit de dois bits se...
- Constant-0, Constant-1, Identidade, Negação...



Porta de Hadamard

- Porta de Hadamard pega input de 0 ou 1 bit e coloca em superposição iguais

$$H |0\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$H |1\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Porta de Hadamard

- Agora a inversa também tem uma função análoga

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Podemos sair da superposição sem mensuração!
 - Podemos estruturar a computação quântica deterministicamente ao invés de probabilisticamente



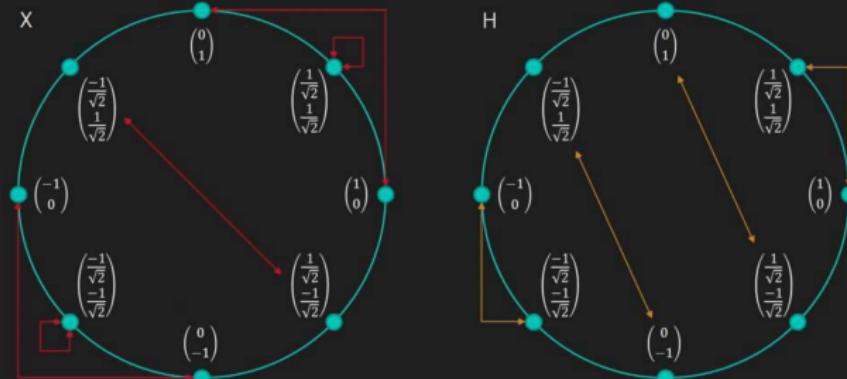


Qbits e Superposição



Bit Flip e Porta de Hadamard

The unit circle state machine



Outline

- 1** Welcome to Quantum World
 - A Teoria de Tudo e Todas as Teorias
 - A Física de Schrödinger
 - 2** A Mídia e o Quantum
 - 3** Teclando além do 0 e 1
 - A Hegemonia do 0 e 1
 - Qbits e Superposição
 - 4** A Humilde Supremacia Quântica
 - Proof left as an exercise to the reader
 - Tópicos Extras



A pergunta de 1 milhão de dólares

O que há dentro da caixa preta?

- 1** Identidade
- 2** Negação
- 3** Constant-1
- 4** Constant-0

A pergunta de 1 milhão de dólares 2.0

O que há dentro da caixa preta?

Variável

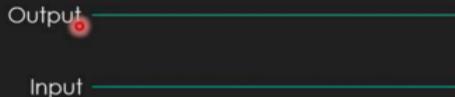
- 1** Identidade
- 2** Negação

Constante

- 1** Constant-1
- 2** Constant-0

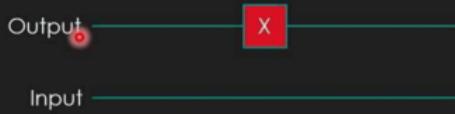
Deutsch Oracle

The Deutsch oracle: constant-0



Deutsch Oracle

The Deutsch oracle: constant-1



Deutsch Oracle

The Deutsch oracle: identity



Deutsch Oracle

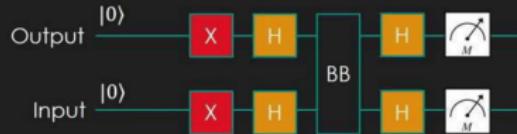
The Deutsch oracle: negation



Deutsch Oracle: Está provado a supremacia quântica

The Deutsch oracle

- How do we solve it on a quantum computer in one query?



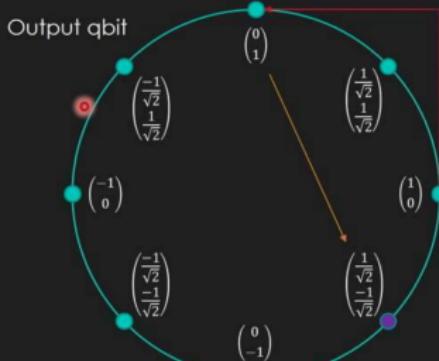
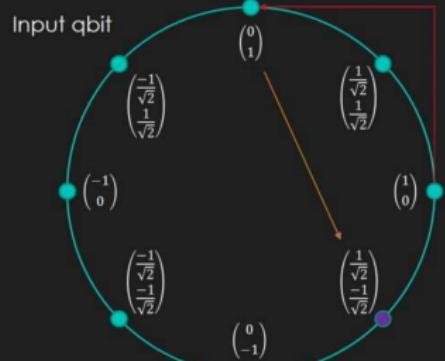
- If the black-box function is constant, system will be in state $|11\rangle$ after measurement
- If the black-box function is variable, system will be in state $|01\rangle$ after measurement



Proof left as an exercise to the reader

Preprocessamento

The Deutsch oracle: preprocessing

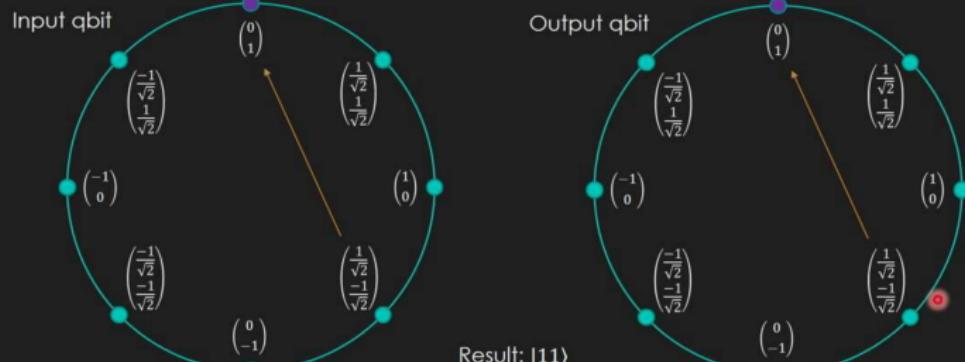




Proof left as an exercise to the reader

Se a caixa preta for Constant-0?

The Deutsch oracle: constant-0

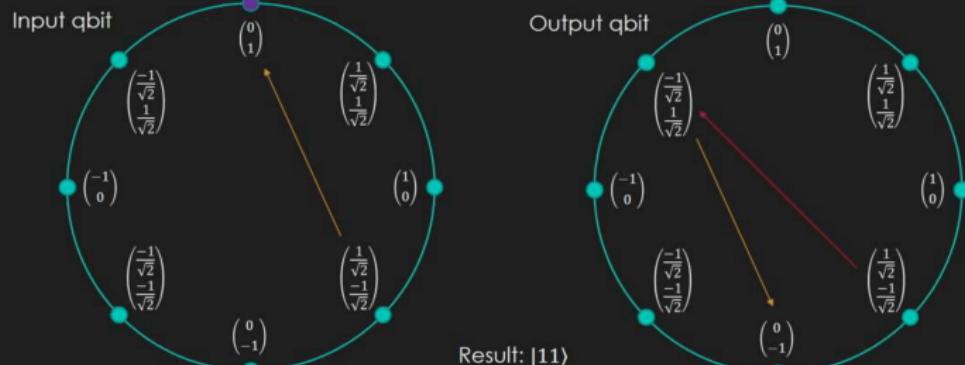




Proof left as an exercise to the reader

Se a caixa preta for Constant-1?

The Deutsch oracle: constant-1

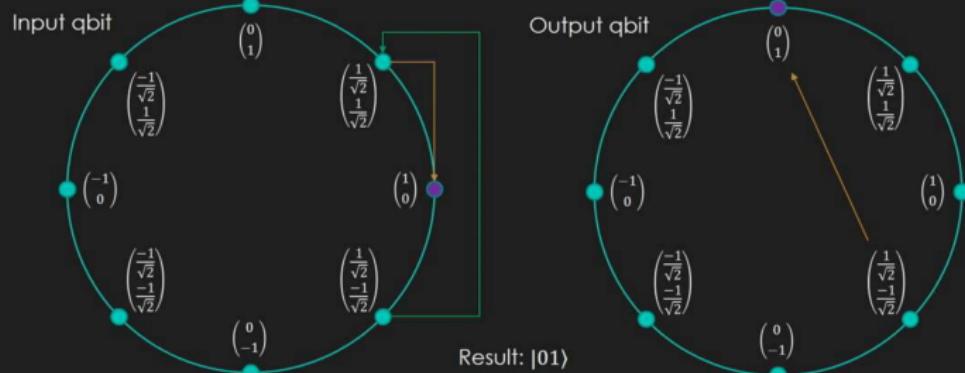




Proof left as an exercise to the reader

Se a caixa preta for Identidade?

The Deutsch oracle: identity

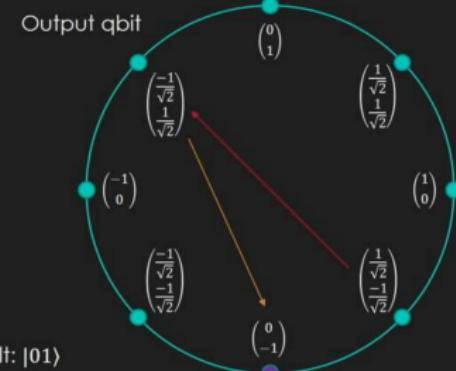
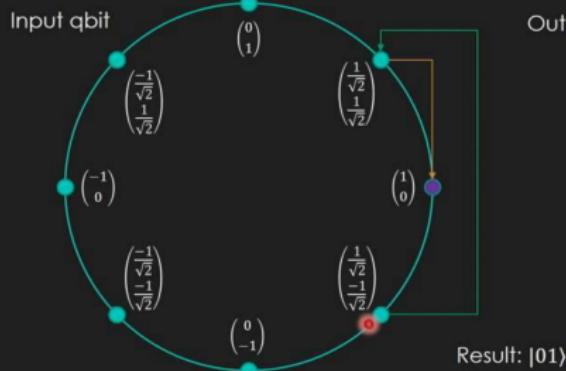




Proof left as an exercise to the reader

Se a caixa preta for Negação?

The Deutsch oracle: negation





Tópicos Extras



Entrelaçamento Quântico e Teletransporte

Entanglement

- If the product state of two qubits cannot be factored, they are said to be **entangled**

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

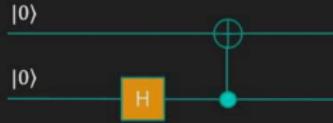
$$\begin{aligned} ac &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ ad &= 0 \\ bc &= 0 \\ bd &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

- The system of equations has no solution, so we cannot factor the quantum state!
- This has a 50% chance of collapsing to $|00\rangle$ and 50% chance of collapsing to $|11\rangle$

Entrelaçamento Quântico e Teletransporte

Entanglement

How can we reach an entangled state? Easy!



$$c_{H_1} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = c \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Entrelaçamento Quântico e Teletransporte

Entanglement

- What's going on here? The qubits seem to be coordinating in some way
 - Measuring one qbit also collapses the other in a correlated state
- This coordination happens even across vast stretches of space
- The coordination even happens faster than the speed of light! It is instantaneous.
 - A 2013 experiment measured particles within 0.01% of the travel time of light between them
- Surely the qubits "decided" at the time of entanglement what they would do?
 - No! This is called "hidden variable" theory and was disproved by John Bell in 1964
- This does indeed break locality through faster-than-light coordination
 - However – and this is the critical part – *no information can be communicated*



Tópicos Extras



Logo aí Links Clicáveis

- [Quantum Computing for Computer Scientists](#)
- [Map of Physics](#)
- [Quantum Experience IBM](#)
- [Five Common Misconceptions](#)
- [Computing Hackathon](#)
- [qiskit](#)

Quantum: Physics & Computation

Lucas Santana e Mateus Hiro Nagata

LAMFO

