선형방정식 ($a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$) p1

위 식은 선형방정식의 일반적인 형태이며, $x + y = 7$은 선형 방정식이고, $xy = 2$는 아니다.

선형연립방정식 p2

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

위 식과 같이 선형방정식이 두 개 이상 나열된 것.

동차선형연립방정식(=제차선형연립방정식) p2

선형연립방정식에서, $b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0$인 선형연립방정식.

첨가행렬 p4

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

선형연립방정식에서 미지수 $x_1,\ x_2,\ \cdots, x_n$을 제외하고 남은 수를 직사각형 모양으로 나열한 행렬.

계수행렬 p4

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

선형연립방정식에서 미지수 $x_1,\ x_2,\ \cdots, x_n$들의 계수만을 나열한 행렬

기본행(열) 연산(=연립방정식의 세 가지 기본작용) p5

(1) 한 행(열)에 0이 아닌 수를 곱한다.

(2) 두 행(열)을 서로 교환한다

(3) 한 행(열)의 상수배를 다른 방정식에 더한다.

위 세가지 작용은 연립방정식의 해를 변하게 하지 않는다.

계단행렬, 기약계단행렬p8

(1) 0이 아닌 수를 포함하는 행에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 수는 1이다.

(2) 아래의 행에서 처음으로 나타나는 1은 위의 행에서 처음으로 나타나는 1보다 오른쪽에 놓는다.

(3) 모두 0으로 이루어진 행은 0이 아닌 수를 포함하는 행보다 아래에 놓인다.

계단 행렬이 다음 조건을 만족 할 때* ***기약계단행렬**이라 부른다.*

(4) 각 행에서 처음으로 나타나는 1위의 모든 수가 0이다.

다음은 모두 계단행렬들이고, 특히, 첫 번째와 두 번째 행렬은 기약계단행렬이다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

계수(=rank)($\boldsymbol{rank(A)}$) p9

주어진 행렬 A의 계단행렬형에서 0이 아닌 수를 포함하는 행의 개수.

동차선형연립방정식 해의 수 p9

동차선형연립방정식은 항상 해를 가지며

무수히 많은 해: 방정식의 수가 미지수의 수보다 작을 때.

오직 하나의 해: 계수행렬의 rank와 첨가행렬의 rank가 미지수의 수와 같을 때.

자명해, 비자명해 p10

동차선형연립방정식은 항상 $x_i = 0$인 해를 가진다. 이를 **자명해**라 하고, 나머지 해를 **비자명해**라 한다.

행렬의 요소 ($\boldsymbol{a_{ij} = ent_{ij}(A)}$) p18

대칭행렬 ($\boldsymbol{a_{ij} = a_{ji}}$) p18

대각선에 대하여 서로 대칭인 위치에 있는 요소가 서로 같은 행렬.

교대행렬 ($\boldsymbol{a_{ij} = -a_{ji}}$) p18

대각선에 대하여 서로 대칭인 위치에 있는 요소의 절대값이 같고 부호가 서로 반대인 행렬.

기본행렬 p29

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

항등행렬에 기본행연산을 한번 시행하여 얻어지는 행렬.

행동치 p30

행렬 A에서 유한 번의 기본행연산을 수행하여 행렬 B를 얻을 수 있으면, A와 B는 행동치이다.

전치행렬 ($\boldsymbol{ent_{ij}(A^T) = a_{ij} = ent_{ji}(A)}$) p33

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

행렬식 ($\boldsymbol{det(A) = |\mathrm{A}|}$) p41

행렬 A에 실수를 대응시키는 방법.

(1) 단위행렬의 행렬식은 1이다. $det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1$

(2) 두 행을 서로 교환하면 행렬식은 부호가 반대가 된다. $det\begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix} = -det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

(3) $det\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b \\ c & d \end{pmatrix} = \alpha det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

(4) $det\begin{pmatrix} a + a' & b + b' \\ c & d \end{pmatrix} = det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + det\begin{pmatrix} a' & b' \\ c & d \end{pmatrix}$

(5) 삼각행렬 A의 행렬식은 대각선 요소의 곱 $a_{11}a_{22}\dots a_{nn}$ *이다.*

(6) 정사각행렬 A가 역행렬을 가질 필요충분조건은 $\mathrm{det}(A) \neq 0$ *이다.*

(7) 임의의 두 n차 정사각행렬 A, B에 대하여, $|AB| = |A||B|$ *이다.*

(8) 정사각행렬 A에 대하여, $|A^T| = |A|$, $|\mathrm{A}^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

(9) $\begin{vmatrix} 1 & * & \cdots & * \\ 0 & a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & a_{n2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$

Sarrus 의 방법 p49

3 차 행렬식은 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$이라 할때,

$|\mathrm{A}| = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31})$

소행렬식 ($\boldsymbol{D_{ij}}$) p53

$$D_{ij} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1(j-1)} & a_{1j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{(i-1)1} & \cdots & a_{(i-1)(j-1)} & a_{(i-1)(j+1)} & \cdots & a_{(i-1)n} \\ a_{(i+1)1} & \cdots & a_{(i+1)(j-1)} & a_{(i+1)(j+1)} & \cdots & a_{(i+1)n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n(j-1)} & a_{n(j+1)} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

n 차 정사각행렬 A 에 대하여, A 의 제 i 행과 j 열을 제외한 (n-1)차의 행렬식을 원소 a_{ij} 에 대한 소행렬식이라고 한다.

여인수($\boldsymbol{A_{ij}} = (-\mathbf{1})^{i+j}\boldsymbol{D_{ij}}$) p53

A_{ij}를 원소 a_{ij}에 대한 여인수라고 한다.

여인수로의 n 차 행렬식 표현 p54

$$\begin{aligned} |A| &= a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} = a_{i1}(-1)^{i+1}D_{i1} + a_{i1}(-1)^{i+2}D_{i2} + \cdots + a_{in}(-1)^{i+n}D_{in} \\ &= a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} = a_{1j}(-1)^{1+j}D_{1j} + a_{1j}(-1)^{2+j}D_{2j} + \cdots + a_{nj}(-1)^{n+j}D_{nj} \end{aligned}$$

수반행렬 ($\boldsymbol{adjA}$) p60

$$adjA = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} = \left(A_{ij}\right)^T, \qquad A^{-1} = \frac{1}{|A|}adjA, \qquad adj(adjA) = A$$

Cramer 의 공식 p65

$\begin{cases} \mathrm{a}_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \mathrm{a}_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ \mathrm{a}_{\mathrm{m}1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ 의 계수행렬 $A = (a_{ij})$가 정칙이면, 임의의 $\mathrm{i} = 1, 2, \cdots, \mathrm{n}$에 대하여

$$x_i = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(i-1)} & b_1 & a_{1(i+1)} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(i-1)} & b_2 & a_{1(i+1)} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n(i-1)} & b_n & a_{n(i+1)} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

동차연립방정식 해의 조건 p66

$|A| \neq 0$일 때 자명해 만을 가진다.

$|A| = 0$일 때 비자명해를 가진다.

내적 ($\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \rangle = \|\boldsymbol{u}\|\|\boldsymbol{v}\| \boldsymbol{cos\theta}$) p81

정사영 ($\boldsymbol{Proj_u v = \frac{u \cdot v}{\|u\|} \frac{u}{\|u\|}}$)

외적 ($\boldsymbol{u \times v}$) p85

$\|u \times v\| = \|u\|\|v\| sin\theta$

$|\langle u, v, w \rangle|$는 u, v, w를 이웃하는 세모서리로 하는 평행육면체의 체적이다.

$$u \times v \equiv \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

직선의 방정식 ($\boldsymbol{\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}}$) p91

평면의 방정식 ($\boldsymbol{ax + by + cz + d = 0}$) p92

공간상의 한 점$\boldsymbol{P_0(x_0, y_0, z_0)}$와 한 평면 사이의 거리 ($\boldsymbol{D = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$) p93