$y[k] - 0.6y[k-1] - 0.16y[k-2] = 5f[k]$

set input: $f[k] = \delta[k]$, output: $y[k] = h[k]$

$\rightarrow h[k] - 0.6h[k-1] - 0.16h[k-2] = 5\delta[k]$

임펄스 응답은 $k \le 0$ 에서 0 이므로,

$$h[-1] = h[-2] = 0$$

set $k = 0$

$$h[0] - 0.6h[-1] - 0.16h[-2] = 5\delta[0]$$
$$\rightarrow h[0] - 0.6 \cdot 0 - 0.16 \cdot 0 = 5 \cdot 1$$

$$\therefore \boldsymbol{h[0] = 5}$$

set $k = 1$

$$h[1] - 0.6h[0] - 0.16h[-1] = 5\delta[1]$$
$$\rightarrow h[1] - 0.6 \cdot 5 - 0.16 \cdot 0 = 5 \cdot 0$$

$$\therefore \boldsymbol{h[1] = 3}$$

준식을 선행연산자 형으로 표현하면,

$$y[k+2] - 0.6y[k+1] - 0.16y[k] = 5f[k+2]$$
$$\rightarrow E^2 y[k] - 0.6Ey[k] - 0.16y[k]$$
$$= (E^2 - 0.6E - 0.16)y[k] = 5E^2 f[k]$$

특성 다항식은,

$$\gamma^2 - 0.6\gamma - 0.16 = (\gamma - 0.8)(\gamma + 0.2)$$

특성 모드는 $(0.8)^k$ 과 $(-0.2)^k$ 이다. 그러므로 **시스템의 영입력 응답**은,

$$y_0[k] = c_1(0.8)^k + c_2(-0.2)^k$$

선행연산자 형에서 $a_0 = -0.16$ 과 $b_0 = 0$ 임을 알 수 있으므로,

$$h[k] = \frac{0}{-0.16}\delta[k] + [c_1(0.8)^k + c_2(-0.2)^k]u[k]$$
$$= [c_1(0.8)^k + c_2(-0.2)^k]u[k]$$

$h[0] = 5$ 과 $h[1] = 3$ 을 이용하여,

$$\begin{cases} 5 = c_1 + c_2 \\ 3 = 0.8c_1 - 0.2c_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 4 \\ c_2 = 1 \end{cases}$$

그러므로 **임펄스 응답**

$$h[k] = [4 \cdot 0.8^k + (-0.2)^k]u(k)$$

초기조건이 $y[-1] = 0,\ y[-2] = \frac{25}{4}$ 이고, $f[k] = 4^{-k}u[k]$ 이라면, **영상태 응답**

$$y[k] = f[k] * h[k] = 4^{-\mathrm{k}}u[k] * \left[-0.2^k u[k] + 4 \cdot 0.8^k u[k]\right]$$
$$= 4^{-k}u[k] * (-0.2)^k u[k] + 4^{-k}u[k] * 4 \cdot 0.8^k u[k]$$
$$= \sum_{m=0}^{k} 0.25^m \cdot (-0.2)^{k-m} + 4\sum_{m=0}^{k} 0.25^m \cdot 0.8^{k-m}$$
$$= (-0.2)^k \sum_{m=0}^{k} \left(\frac{0.25}{-0.2}\right)^m + 4 \cdot 0.8^k \sum_{m=0}^{k} \left(\frac{0.25}{0.8}\right)^m$$
$$= \left[(-0.2)^k \frac{\left(\frac{0.25}{-0.2}\right)^{k+1} - 1}{\frac{0.25}{-0.2} - 1} + 4 \cdot 0.8^k \frac{\left(\frac{0.25}{0.8}\right)^{k+1} - 1}{\frac{0.25}{0.8} - 1}\right] u[k]$$
$$= \left[\frac{0.25^{k+1} - (-0.2)^{k+1}}{0.25 - (-0.2)} + 4\frac{0.25^{k+1} - 0.8^{k+1}}{0.25 - 0.8}\right] u[k]$$
$$= [2.22(0.25^{k+1} - (-0.2)^{k+1})$$
$$- 7.27(0.25^{k+1} - 0.8^{k+1})]u[k]$$
$$= [-5.05 \cdot 0.25^{k+1} - 2.22(-0.2)^{k+1} + 7.27 \cdot 0.8^{k+1}]u[k]$$

$$\therefore y[k] = [-1.26 \cdot 4^{-k} + 0.444(-0.2)^k + 5.81 \cdot 0.8^k]u[k]$$
$$\because \gamma^{k+1} = \gamma \cdot \gamma^k$$

영입력 응답은,

$$y_0[-1] = c_1(0.8)^{-1} + c_2(-0.2)^{-1} = 0$$

$$y_0[-2] = c_1(0.8)^{-2} + c_2(-0.2)^{-2} = \frac{25}{4}$$

$$\rightarrow \begin{cases} c_1(0.8)^{-1} + c_2(-0.2)^{-1} = 0 \\ c_1(0.8)^{-2} + c_2(-0.2)^{-2} = \dfrac{25}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 4c_2 \\ c_1 + 16c_2 = 4 \end{cases}$$

$$\therefore c_1 = 0.8, c_2 = 0.2$$

전체응답은 영입력 성분 + 영응답 성분 이므로,

$$\text{전체응답} = \mathrm{y}_0[k] + f[k] * h[k] = y_0[k] + y[k]$$
$$= 0.2(-0.2)^k + 0.8 \cdot 0.8^k - 1.26 \cdot 4^{-k} + 0.444(-0.2)^k$$
$$+ 5.81 \cdot 0.8^k, \qquad (k \ge 0)$$

전체응답을 구하는 순서

1. 특성근, 특성 모드 구하기
2. 임펄스 응답 $h[k]$ 결정
3. 영상태 응답 $y[k] = f[k] * h[k]$ 구하기