Regresión-Interpolación

1 Resuelva los siguientes ejercicios.

1. Use la regresión por mínimos cuadrados para ajustar una línea recta a

x	6	7	11	15	17	21	23	29	29	37	39
y	29	21	29	14	21	15	7	7	13	0	3

   Además de la pendiente y la intersección, calcule el error estándar de la estimación y el coeficiente de correlación. Haga una gráfia de los datos y la línea de regresión. ¿Si otra persona hiciera una medición adicional de $x = 10$, $y = 10$, ustede pensaría, con base en una evaluación visual y el error estándar, que la medición era válida o inválida? Justifique su conclusión.

2. Emplee la regresión por mínimos cuadrados para ajustar una línea recta a

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	1.5	2	3	4	5	8	10	13

   (a) Además de la pendiente y la intersección, calcule el error estándar de la estimación y el coeficiente de correlación. Grafique los datos y la línea recta. Evalúe el ajuste.

   (b) Vuelva a hacer el cálculo del inciso (a), pero use regresión polinomial para ajustar una párabola a los datos. Compare los resultados con los del inciso (a).

3. Se hace la prueba a un material para estudiar la falla por fatiga cíclica, en la que se aplica un esfuerzo, en MPa, al material y se mide el número de ciclos ques se necesita para hacer que falle. Los resultados se presentan en la tabla siguiente. Al hacerse una gráfica log-log, de esfuerzo versus los ciclos, la tendencia de los datos presenta una relación lineal. Use regresión por mínimos cuadrados para determinar la ecuación de mejor ajuste para dichos datos.

N, ciclos	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Esfuerzo, Mpa	1100	1000	925	800	625	550	420

4. En una planta se destila aire líquido para producir oxígeno, nitrógeno y argón. Se piensa que el porcentaje de impurezas en el oxígeno se relaciona linealmente con la cantidad de impurezas en el aire, medida por el “conteo de contaminación” en partes por millón (ppm). Una muestra de los datos de operación de la planta se presenta a continuación:

   (a) Ajustar un modelo de regresión lineal a los datos.

   (b) Probar la significación de la regresión.

Pureza (%)	93.3	92	92.4	91.7	94
Conteo de contaminación (ppm)	1.1	1.45	1.36	1.59	1.08
Pureza (%)	94.6	93.6	93.1	93.2	92.9
Conteo de contaminación (ppm)	0.75	1.2	0.99	0.83	1.22
Pureza (%)	92.2	91.3	90.1	91.6	91.9
Conteo de contaminación (ppm)	1.47	1.81	2.03	1.75	1.68

5. Se piensa que la potencia al freno desarrollada por el motor del automóvil en un dinamómetro es una función de la rapidez del motor en revoluciones (rpm), el octanaje del combustible y la compresión del motor. Se llevó a cabo un experimento en el laboratorio y los datos colectados fueron:

Potencia al freno	**rpm**	**Octanaje**	**Compresión**
225	2000	90	100
212	1800	94	95
229	2400	88	110
222	1900	91	96
219	1600	86	100
278	2500	96	110
246	3000	94	98
237	3200	90	100
233	2800	88	105
224	3400	86	97
223	1800	90	100
230	2500	89	104

Ajustar un modelo de regresión múltiple a estos datos.

6. Se realizó un estudio sobre el desgaste y de un cojinete y su relación con x_1 = viscosidad del aceite y x_2 = carga. Se obtuvieron los siguientes datos:

y	**x1**	**x2**
193	1.6	851
230	15.5	816
172	22	1058
91	43	1201
113	33	1357
125	40	1115

Ajustar un modelo de regresión lineal múltiple a los datos.

7. Ajuste una ecuación cúbica a los datos siguientes:

Además de los coeficientes, determine r^2 y $S_{y/x}$.

8. Estime el logaritmo base 10 de 10 por medio de interpolación lineal. Interpole entre $log 9 = 0.9542425$ y $log 11 = 1.0413927$. Calcule el error relativo porcentual con base en el valor verdadero.

x	3	4	5	7	8	9	11	12
y	1.6	3.6	4.4	3.4	2.2	2.8	3.8	4.6

x	1.6	2	2.5	3.2	4	4.5
f(x)	2	8	14	15	8	2

9. Dados los datos

   Calcule $f(2.8)$ con el uso de polinomios de interpolación de *Newton* de grado 3. Elija la secuencia de puntos más apropiada para alcanzar la mayor exactitud posible para sus estimaciones.

10. Los datos que se enlistan en la tabla siguiente proporcionan mediciones por hora del flujo de calor q (cal/cm^2/h) en la superficie de un colector solar. El panel colector tiene un área de 150 000 cm^2 y una eficiencia de absorción e_{ab} de 45%. El calor total absorbido está dado por:

$$h = e_{ab} A \int_0^t q \, dt \tag{1}$$

   donde A es el área y q el flujo de calor.

   (a) Estimar el calor total absorbido h por un panel durante un periodo de 14 horas, usando la regla del trapecio para segmentos múltiples (revisar si son igualmente espaciados o no).

   (b) Estimar el calor total absorbido h por un panel durante un periodo de 14 horas, usando la regla del Simpson 3/8 para segmentos múltiples.

   (c) Utilice interpolación lineal para encontrar el valor del flujo de calor q cuando han transcurrido $t = 1$ horas.

   (d) Utilice interpolación de Lagrange de segundo orden para encontrar el valor del flujo de calor 1 cuando han transcurrido $t = 5$ horas.

   (e) Ajuste una línea recta, en función del tiempo, a los datos usando mínimos cuadrados.

   (f) Ajuste una curva cuadrática, en función del tiempo, a los datos usando mínimos cuadrados.

11. Un flujo desarrollado por completo que pasa a través de un tubo de 40 cm de diámetro tiene el perfil de velocidad siguiente: El flujo volumétrico Q se determina mediante la relación

$$Q = \int_0^R 2\pi r v \, dr, \tag{2}$$

Tiempo, t, horas	0	2	4	6	8	10	12	14
Flujo, q, cal/cm^2/h	0.10	5.32	7.80	8.00	8.03	6.27	3.54	0.20

Radio, r, cm	0.0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0
Velocidad, v, cm/s	91.4	89.0	84.7	79.5	71.9	54.3	42.7	20.4	0

donde r es el eje radial del tubo, R es el radio del tubo, y v es la velocidad.

(a) Encuentre la tasa de flujo volumétrico Q usando la regla del trapecio para segmentos múltiples.

(b) Encuentre la tasa de flujo volumétrico Q usando la regla del Simpson 1/3 para segmentos múltiples.

(c) Utilice interpolación lineal para encontrar el valor de la velocidad v cuando el radio $r = 1$ cm.

(d) Utilice interpolación de Newton de segundo orden para encontrar el valor de la velocidad v cuando el radio $r = 6$ cm.

(e) Ajuste una linea recta en función del radio a los datos usando mínimos cuadrados.

(f) Ajuste una curva cuadrática en función del radio a los datos usando mínimos cuadrados.