1. Considerar el problema de valor inicial.
$$y' = f(t, y) = -2t^3 + 12t^2 - 20t + 8.5; y(0) = 1.$$
Supongamos que $h = 0.1$. Encontrar la solución para el método de *Euler* modificado en los puntos 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5.

2. Usa el método de *Euler* modificado para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas:
   (a) $y' = te^{3t} - 2y$, $t \in [0, 1]$, $y(0) = 0$, $h = 0.2$,
   (b) $y' = 1 + (t - y)^2$, $t \in [2, 3]$, $y(2) = 1$, $h = 0.1$.

3. Usa el método de *Taylor* de orden dos para aproximar las soluciones de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial:
   (a) $y' = \left(\frac{y}{t}\right)^2 + \left(\frac{y}{t}\right)$, $t \in [1, 1.4]$, $y(1) = 1$, $h = 0.1$,
   (b) $y' = sen(t) + e^{-t}$, $t \in [0, 1.0]$, $y(0) = 0$, $h = 0.25$.

4. Considerar el problema de valor inicial:
$$y' = f(t, y) = 4e^{0.8t} - 0.5y, t \in [0, 4], y(0) = 2.$$
Supongamos que $h = 0.1$. Encontrar la solución hasta $t = 0.4$ por el método de *Runge-Kutta* de segundo orden.

5. L poblacoón de ciertas especies crece a una velocidad que es proporcional a la población presente y que responde a un problema de valor inicial como el siguiente:
$$y' = 0.02y \text{ con } y(0) = 5000.$$
Aplique la ecuación para calcular la aproximacin de *Euler* modificado a $y(5)$ usando un tamaño de paso $h = 1$.

6. Si se drena el agua desde un tanque cilndrico vertical por medio de abrir una vlvula en la base, el lquido fluir rpido cuando el tanque est lleno y despacio conforme se drene. Como se ve, la tasa a la que el nivel del agua disminuye es:
$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y} \tag{1}$$
donde k es una constante que depende de la forma del agujero y del rea de la seccin transversal del tanque y agujero de drenaje. La profundidad del agua y se mide en metros y el tiempo t en minutos. Si $k = 0.06$, determine cunto tiempo se requiere para vaciar el tanque si el nivel del fluido se encuentra en un inicio a 3 m. Resuelva con la ecuacin de *Euler* modificado. Utilice un paso de 0.5 minutos.

7. Si se supone que el arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad, se puede modelar la velocidad de un objeto que cae, como un paracaidista, por medio de la ecuacin diferencial siguiente:
$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c_d}{m}v^2 \tag{2}$$
donde v es la velocidad (m/s), t es el tiempo (s), g es la aceleracin de gravedad ($9.81m/s^2$), c_d=coeficiente de arrastre de segundo orden (kg/m), y m es la masa (kg). Resuelva para la velocidad y distancia que recorre un objeto de 90 kg con coeficiente de arrastre de 0.225 kg/m. Si la altura inicial es de 1 km, determine en qu momento choca con el suelo. Obtenga la solucin con
   (a) el mtodo de *Euler* modificado
   (b) mtodo de RK de cuarto orden.

8. Un paracaidista salta desde un avión. Hasta el momento en que abre el paracaídas; la resistencia del aire es proporcional a $v^{3/2}$ (v representa la velocidad). Supongamos que el intervalo temporal es $[0, 3]$ y que la ecuación diferencial para la velocidad de descenso es:
$$v' = 10 - 0.01v^{3/2} \text{ en } [0, 3] \text{ con } v(0) = 0.$$
Use el método de *Euler* modificado con $h = 0.05$ para estimar $v(6)$.

9. En el modelo de una epidemia, se tiene una comunidad de L personas que contiene inicialmente P personas contagiadas y Q sin contagiar. Sea $y(t)$ el número de personas contagiadas en un instante t. Si la engfermedad no es muy grave, como el resfriado común, todo el mundo continúa en activo y la epidemia se extiende. Puesto que hay PQ posibles contactos entre personas de uno y otro grupo, la velocidad de cambio de $y(t)$ es proporcional PQ, así que el problema puede modelarse mediante el problema de valor inicial:
$$y' = ky(L-y) \text{ con } y(0) = y_0$$
Tomando $L = 25,000$, $k = 0.00003$ y $h = 0.2$ con la condición inicial $y(0) = 250$, use la aprovimación de *Euler* modificado para estimar el valor de $y(1)$.

10. Un cierto sistema de muelles sobre el que se ejerce una fuerza externa periódica se modela mediante la ecuación:
$$x''(t) + 25 * x(t) = 8sen(5t) \text{ con } x(0) = 0 \text{ y } x'(0) = 0.$$
Usando el método de Runge-Kutta para resolver la ecuación diferencial en el intervalo $[0, 2]$ usando $M = 40$ paso con $h = 0.05$.

11. En un instante t, un péndulo forma un ángulo $x(t)$ con el eje vertical. Suponiendo despreciable la fricción, la ecuación del movimiento del péndulo es
$$mlx''(t) = -mgsen(x(t)),$$
donde m es la masa y l es la longitud de la cuerda. Use el médoto de Runge-Kutta para resolver la ecuación diferencial en el intervalo $[0, 2]$ usando una $h = 0.5$, sabiendo que $g = 9.8$ m/s^2, en los casos
   (a) $l = 1$m, $x(0) = 0.3$ y $x'(0) = 0$,
   (b) $l = 0.25$m, $x(0) = 0.3$ y $x'(0) = 0$.

12. El modelo matemático de un cierto circuito *RLC* (resistencia, condensador e inductancia) es:
$$Q''(t) + 20Q'(t) + 125Q(t) = 9sen(5t)$$
con $Q(0) = 0$ y $Q'(0) = 0$. Use el método de Runge-Kutta para resolver la ecuación diferencial en el intervalo $[0, 2]$ usando una $h = 0.5$.

13. En un cierto hábitat viven conejos y linces, cuyas poblaciones en un instante t denotados por $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente. El modelo depredador presa establece que $x(t)$ e $y(t)$ verifican el sistema:
$$x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \quad (3)$$
$$y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \quad (4)$$
Una simulación típica con una computadora usaría como coeficientes, por ejemplo: $A = 2$, $B = 0.02$, $C = 0.0002$ y $D = 0.8$.

    Use el método de Rungue-Kutta para resolver el sistema en el intervalo $[0, 1]$ usando una $h = 0.2$ en los siguientes casos.
   (a) $x(0) = 3000$ conejos e $y(0) = 120$ linces.
   (b) $x(0) = 5000$ conejos e $y(0) = 100$ linces.

14. Un tanque cilíndrico de 5 m de diámetro y 11 m de largo se encuentra aislado con asbesto, se carga con un líquido que está a 105 °Celcius; se deja reposar el líquido en el tanque. A partir de los datos del diseño del tanque, las propiedades térmicas y físicas del fluido y la temperatura ambiente, se determina la ecuación
$$\frac{dT}{dt} = 0.615 + 0.175cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - 0.0114T,$$
la cual relaciona la temperatura del líquido (°C) con el tiempo t en horas. Utilice el método de *Euler* Modificado para estimar el valor de la temperatura a 1.5 horas utilizando un paso de integración de 0.5 horas.

15. Emplee el método de *Runge-Kutta* de segundo orden para resolver la siguiente ecuación diferencial desde $x = 0$ hasta $x = 0.3$ utilizando un paso de integración $h = 0.1$

$$y'' + x^2y' + 2xy = 3 + x,$$

con las condiciones iniciales de $y(0) = 2, y'(0) = 0$.

16. Un balance de masa para un producto químico completamente mezclado en un reactor se escribe así

$$V\frac{dc}{dt} = F - Qc - kVc^2,$$

donde V =volumen (12 m^3), $c =$ concentración (g/m^3), $F =$ tasa de alimentación (175 g/min), $Q =$ tasa de flujo (1 m^3/min), y $k =$ tasa de reacción de segundo orden (0.15 [m^3/g]/min). Si $c(0) = 0$, resuelva la EDO hasta que la concentración alcance un nivel estable $\left(\frac{|y_{i+1} - y_i|}{y_i} \times 100 < 0.05 \text{ ó iteraciones} >= 3\right)$ mediante:

   (a) Método de *Taylor* truncado hasta el tercer término.
   (b) Método de *Euler* modificado.
   (c) Método de *Runge-Kutta* segundo orden.

   Use un incremento de $h = 0.4$ para cada método.

17. Las ecuaciones siguientes definen la concentración de tres reactivos:

$$\begin{aligned}\frac{dc_a}{dt} &= -10c_ac_c + c_b,\\ \frac{dc_b}{dt} &= 10c_ac_c - c_b,\\ \frac{dc_c}{dt} &= -10c_ac_c + c_b - 2c_c.\end{aligned}$$

Si las condiciones iniciales son de $c_a = 50$, $c_b = 0$ y $c_c = 40$, encuentre las concentraciones para los tiempos de 0 a 3×10^{-3} s con incremento de $h = 5 \times 10^{-4}$.

18. El compuesto A se difunde a través de un tubo de 4 cm de largo y reacciona conforme se difunde. La ecuación que gobierna la difusión con la reacción es

$$D\frac{d^2A}{dx^2} - kA = 0.$$

En un extremo del tubo se encuentra una fuente grande de A con concentración de 0.1 M. En el otro extremo del tubo está un material que absorbe con rapidez cualquier A y hace que la concentración sea 0 M. Si $D = 1.5 \times 10^6$ cm^2/s y $k = 5 \times 10^6$ s^1, cuál es el perfil de la la concentración de A conforme aumenta la distancia en el tubo? Realice una división de la distancia en el tubo en tres partes (extremos e intermedio). Utilice diferencias finitas.