

Übungsblatt 5

Aufgabe 2

a)

\overline{A} ist entscheidbar

$$A \Rightarrow x \mapsto \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

$$\overline{A} \Rightarrow x \mapsto \begin{cases} 1, & x \notin A \\ 0, & x \in A \end{cases}$$

b)

$A \cup B$ ist entscheidbar

$$\mathcal{X}_{A \cup B}(w) = \mathcal{X}_A(w) \cup \mathcal{X}_B(w)$$

\Rightarrow Charakteristische Funktion ist berechenbar, also entscheidbar

c)

AB ist entscheidbar

$$\mathcal{X}_{AB}(w) = \max \left\{ \underbrace{\mathcal{X}_A(y) \wedge \mathcal{X}_B(z)}_{=1 \text{ oder } 0} \mid \underbrace{x = yz}_{:=b1} \text{ und } y, z \in \Sigma^* \right\}$$

Nur 1, wenn y in A **und** z in B liegt mit Bedingung $b1$

\Rightarrow Charakteristische Funktion ist berechenbar, also entscheidbar

d)

A^* ist entscheidbar

$$A^* := \bigcup_{n \geq 0} A^n$$

$$A^n := \{w \mid w = w_1, w_2, \dots, w_n \text{ mit } w_i \in A\}$$

$$\mathcal{X}_{A^*}(x) = \bigvee_{n=1}^{|x|} \bigvee_{x=x_1, \dots, x_n} \bigwedge_{i=1}^n \mathcal{X}_A(x_i)$$

e)

$C \cup D$ ist semi-entscheidbar

Sei M_C der Entscheidungsalgorithmus für die Sprache C , analog für die Sprache D

Algorithm 1: $C \cup D$ ist semi-entscheidbar

Data: Input x

```
1 for  $s = 1, 2, \dots$  do
2   if  $M_C$  hält bei Eingabe  $x$  in  $s$  Schritten then
3     Output 1;
4     Stop;
5   end
6   if  $M_D$  hält bei Eingabe  $x$  in  $s$  Schritten then
7     Output 1;
8     Stop;
9   end
10 end
```

\Rightarrow Hier muss nur entweder M_C oder M_D 1 sein, wegen der Semi-Entscheidbarkeit

f)

$C \cap D$ ist semi-entscheidbar

Sei M_C der Entscheidungsalgorithmus für die Sprache C , analog für die Sprache D

Algorithm 2: $C \cap D$ ist semi-entscheidbar

Data: Input x

```
1 for  $s = 1, 2, \dots$  do
2   if  $M_C$  hält bei Eingabe  $x$  in  $s$  Schritten then
3     if  $M_D$  hält bei Eingabe  $x$  in  $s$  Schritten then
4       Output 1;
5       Stop;
6     end
7   end
8 end
```

\Rightarrow Hier muss der Algorithmus für M_C und M_D in abzählbar vielen Schritte mit der Eingabe x halten, sodass der Algorithmus eine 1 ausgibt

Aufgabe 3

Zu zeigen: $f(n)$ berechenbar und L entscheidbar