

Übungsblatt 5

Aufgabe 2

a)

\overline{A} ist entscheidbar

$$A \Rightarrow x \mapsto \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

$$\overline{A} \Rightarrow x \mapsto \begin{cases} 1, & x \notin A \\ 0, & x \in A \end{cases}$$

b)

$A \cup B$ ist entscheidbar

$$\mathcal{X}_{A \cup B}(w) = \mathcal{X}_A(w) \cup \mathcal{X}_B(w)$$

\Rightarrow Charakteristische Funktion ist berechenbar, also entscheidbar

c)

AB ist entscheidbar

$$\mathcal{X}_{AB}(w) = \max \left\{ \underbrace{\mathcal{X}_A(y) \wedge \mathcal{X}_B(z)}_{=1 \text{ oder } 0} \mid \underbrace{x = yz}_{:=b1} \text{ und } y, z \in \Sigma^* \right\}$$

Nur 1, wenn y in A **und** z in B liegt mit Bedingung $b1$

\Rightarrow Charakteristische Funktion ist berechenbar, also entscheidbar

d)

A^* ist entscheidbar

$$A^* := \bigcup_{n \geq 0} A^n$$

$$A^n := \{w \mid w = w_1, w_2, \dots, w_n \text{ mit } w_i \in A\}$$

$$\mathcal{X}_{A^*}(x) = \bigvee_{n=1}^{|x|} \bigvee_{x=x_1, \dots, x_n} \bigwedge_{i=1}^n \mathcal{X}_A(x_i)$$

e)

$A \cup B$ ist entscheidbar