

Introducción a la Investigación Operativa y Optimización (LCD)

Trabajo Práctico Final

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Licitaciones Combinatorias

Integrante	LU	Correo electrónico
Ponce, Ezequiel	730/21	ezequielponcepe11@gmail.com
Machulsky, Joaquin	521/21	joaquinmachulsky2001@gmail.com
Wainstock, Alejandro	765/21	alewain@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

1. Introducción: Licitaciones Combinatorias

1.1. La Consigna

Hemos revisado el siguiente documento académico:

Bonomo, F., Catalán, J., Durán, G., Epstein, R., Guajardo, M., Jawtuschenko, A., Marengo, J. (2017). An asymmetric multi-item auction with quantity discounts applied to Internet service procurement in Buenos Aires public schools. *Annals of Operations Research*, 258, 569-585.

De acuerdo a ello, resolvimos la siguiente consigna: "Generar tres instancias para las 709 escuelas con ofertas por parte de un conjunto de empresas ficticias (A, B, C, etc). Geolocalizar las escuelas en algún rectángulo pre-definido. Correr el modelo básico de la licitación para cada una de las instancias. Correr también el modelo que permite saber si hay más de un óptimo alternativo. Asegurar que alguna de las instancias tiene más de una empresa ganadora en alguna de las unidades de competencia (UC) generadas y correr ahí el algoritmo greedy de asignación de las escuelas en esa UC"

1.2. La obtención de los Datos y Preprocesamiento

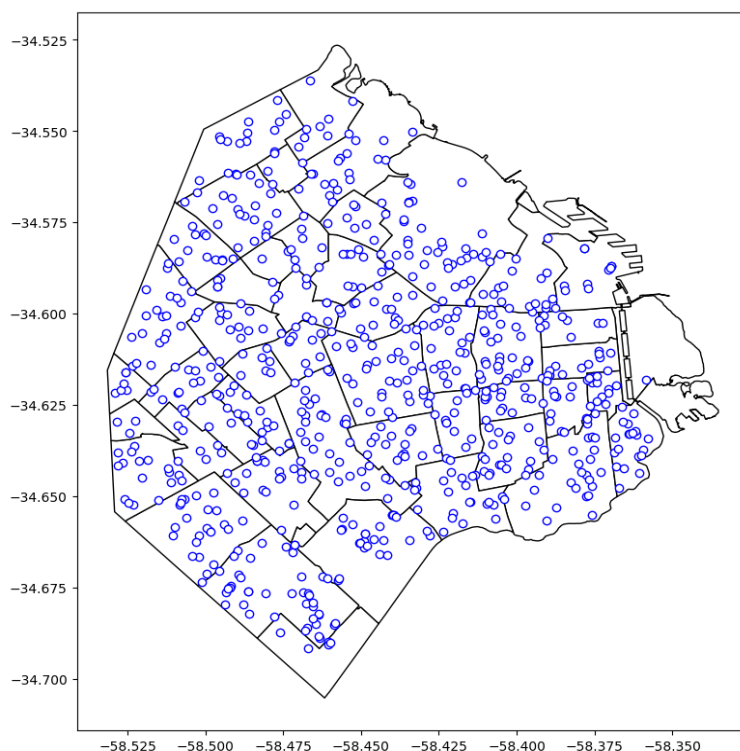
Para adquirir los datos necesarios, nos conectamos directamente desde Python a las fuentes oficiales del Gobierno de la Ciudad. Esta operación nos permitió obtener dos archivos GeoJSON esenciales para nuestro estudio.

El primer archivo proporciona información geográfica detallada sobre barrios, comunas y sus respectivas posiciones geográficas. Mientras que, el segundo archivo, proveniente del Ministerio de Educación de la Ciudad, contiene información exhaustiva sobre todas las instituciones educativas.

Durante la fase de preprocesamiento, aplicamos varios filtros para garantizar la calidad de nuestros modelos. Primero, excluimos las escuelas privadas para centrarnos únicamente en instituciones de gestión estatal. Luego, nos aseguramos de tener únicamente puntos geográficos únicos, eliminando duplicados que podrían surgir de edificios compartidos.

Además, para enfocarnos en escuelas de interés, nos limitamos a considerar aquellas que son clasificadas como primarias o secundarias.

De aproximadamente 2000 escuelas que habia originalmente obtuvimos 742



1.3. Unidades de Competencia

Las Unidades de Competencia se definen a partir de las intersecciones máximas de los conjuntos de escuelas por los cuales cada participante ha presentado ofertas.

1.4. El modelo en Zimpl

Considerando los siguientes parámetros:

I : conjunto de empresas
 J : conjunto de unidades de competencia (UC o regiones)
 $e[j]$: cantidad de escuelas en la UC j
 $i[j]$: conjunto de empresas en la UC j
 $j[i]$: conjunto de los UC en los que participa la empresa i
 T : conjunto de intervalos
 $inicio[t]$: precio mínimo del intervalo t
 $fin[t]$: precio máximo del intervalo t
 $c[i, t]$: precio por colegio de la empresa i en el intervalo t

Se utilizan las siguientes variables:

$x[i, j] \in \mathbb{Z}$: cantidad de escuelas asignadas a la empresa i en la UC j
 $y[i, t] \in \{0, 1\}$: variable binaria que define si la empresa i quedó adjudicada en el intervalo t
 $z[i, t] \in \mathbb{Z}$: cantidad total de escuelas que se adjudicó a la empresa i (en el intervalo t)

Minimizar:

$$\text{precio} = \sum_{i, t \in I \times T} c[i, t] \cdot z[i, t];$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 \text{r6: } & \forall j \in J : \sum_{i \in i[j]} x[i, j] = e[j]; \\
 \text{r7: } & \forall i, t \in I \times T : \sum_{j \in j[i]} x[i, j] \geq inicio[t] - M \cdot (1 - y[i, t]); \\
 \text{r8: } & \forall i, t \in I \times T : \sum_{j \in j[i]} x[i, j] \leq fin[t] + M \cdot (1 - y[i, t]); \\
 \text{r9: } & \forall i \in I : \sum_{t \in T} y[i, t] = 1; \\
 \text{r10: } & \forall i, t \in I \times T : z[i, t] + M \cdot (1 - y[i, t]) \geq \sum_{j \in j[i]} x[i, j]; \\
 \text{r11: } & \forall i, j \in I \times J : x[i, j] \geq 0; \\
 \text{r13: } & \forall i, t \in I \times T : z[i, t] \geq 0.
 \end{aligned}$$

1.5. Algoritmo Greedy de Asignación

En primer lugar, para cada zona geográfica se determina la máxima dispersión, ya sea en el eje horizontal o vertical. Con base en esta evaluación, se decide si la asignación se realizará de Norte a Sur (en caso de que la diferencia máxima en la coordenada vertical sea mayor que en la coordenada horizontal) o de Este a Oeste (en el caso contrario).

Posteriormente, se procede a ordenar las escuelas dentro de cada zona según la coordenada seleccionada. A continuación, se inicia el proceso de asignación a las empresas siguiendo dicho orden, y en correspondencia con la secuencia de asignación previamente determinada para las empresas. Por ejemplo, en el caso de que la zona 3 deba distribuirse

entre las empresas 2 (con 30 instituciones educativas) y la empresa 5 (con 15 instituciones educativas), se asignan inicialmente las 30 escuelas a la empresa 2 (pues 2 es menor que 5) y posteriormente se asignan las escuelas restantes a la empresa 5. Este enfoque garantiza una asignación ordenada y eficiente en función de las prioridades establecidas para cada entidad empresarial.

1.6. Búsqueda de soluciones óptimas alternativas

En cada instancia, para buscar soluciones alternativas, se agregan restricciones a los respectivos modelos, de forma tal que: a) Se pida que la función objetivo tenga el mismo valor que el obtenido en la solución original; b) A partir de variables booleanas, se pide que las variables z_{it} que se obtuvieron distintas de cero, no tengan todas el mismo valor en la nueva solución.

De esta forma, se vuelven a correr los modelos en busca de nuevas soluciones con estas nuevas restricciones.

2. Primera Instancia

2.1. Un poco de Historia

Disponemos de tres empresas de tamaño medio, cada una con áreas exclusivas de cobertura, aunque todas comparten la zona central de la capital. Al estar al tanto de las áreas de exclusividad de las demás, estas empresas tomaron la estrategia de asegurar las escuelas en esas regiones. Por otro lado, en la zona de competencia cada empresa decidió en que escuela ofertar de acuerdo a lo que considere mas rentable.

Así quedaron las zonas de cobertura de cada empresa

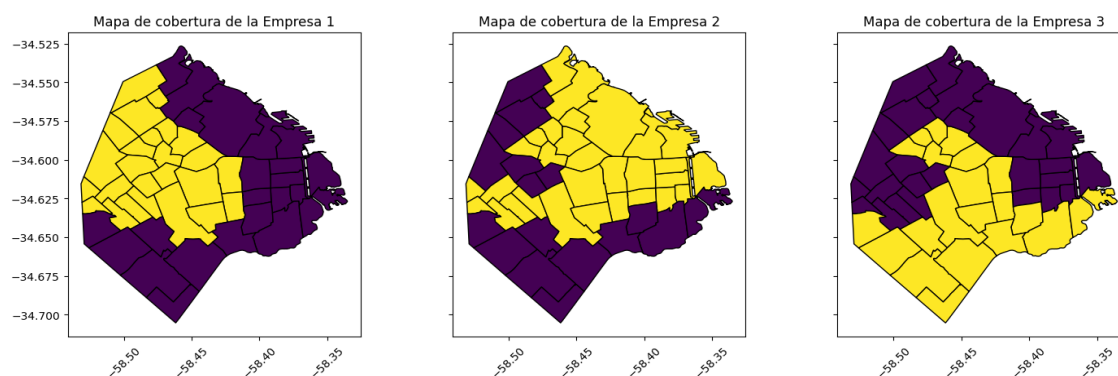


Figura 1: Amarillo: Tiene cobertura, Violeta: No tiene cobertura.

2.2. Unidades de Competencia Resultantes

- La empresa 1 ofertó por 189 escuelas
- La empresa 2 ofertó por 273 escuelas
- La empresa 3 ofertó por 280 escuelas

A continuación mostramos los precios ofertados por cada empresa incluyendo las ofertas realizadas para cada intervalo de cantidades.

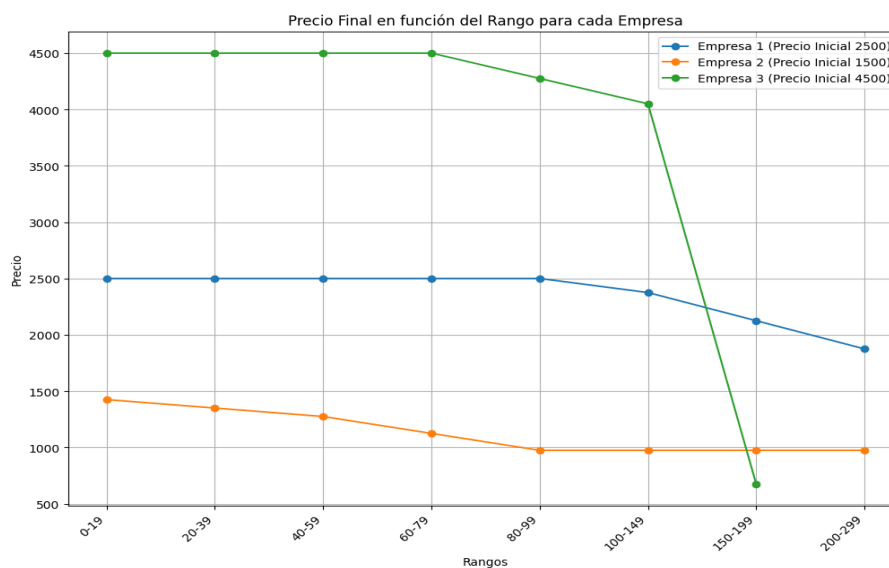


Figura 2: El precio unitario de cada empresa fue 2500 1500 y 4500

A partir de las escuelas elegidas por cada empresa, quedan determinadas las siguientes 5 unidades de competencia: 3 de ellas de zonas exclusivas para una sola empresa (las UC1, UC2 y UC3 para las empresas 1, 2 y 3 respectivamente) y 2 de ellas resultan de intersecciones (una que comparten las 3 empresas y una última en la que únicamente ofertaron las empresas 1 y 2).

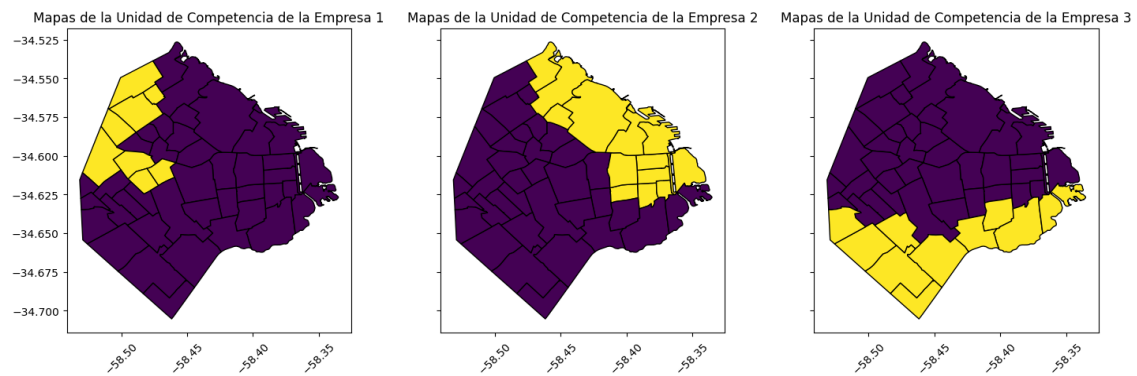


Figura 3: UC de la Empresa 1 , 2 y 3 respectivamente

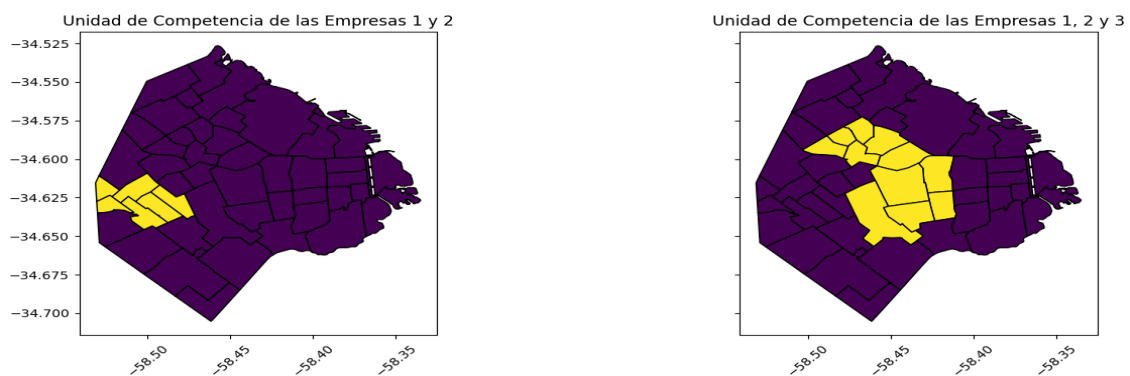


Figura 4: UC de la Empresa 1 y 2 & 1, 2 y 3 respectivamente

2.3. Correr el modelo y asignación de escuelas

Al correr el modelo en Zimpl, obtuvimos los siguientes resultados para las variables (solo se muestran aquellas distintas de 0):

```

SCIP Status      : problem is solved [optimal solution found]
Solving Time (sec) : 0.00
Solving Nodes    : 0 (total of 2 nodes in 3 runs)
Primal Bound     : +7.43910000000000e+05 (21 solutions)
Dual Bound      : +7.43910000000000e+05
Gap              : 0.00 %

SCIP> display solution

objective value:          743910
y#1#7                    1 (obj:0)
y#2#8                    1 (obj:0)
y#3#9                    1 (obj:0)
x#3#3                    223 (obj:0)
x#3#5                    164 (obj:0)
x#1#1                    106 (obj:0)
x#1#4                     44 (obj:0)
x#2#2                    194 (obj:0)
x#2#4                     11 (obj:0)
z#1#7                    150 (obj:1500)
z#2#8                    205 (obj:1257)
z#3#9                    387 (obj:675)

SCIP>

```

- los valores de $x_{i,j}$ indican cuántas escuelas fueron asignadas a la empresa i en la zona j .
- los valores (binarios) de $y_{i,t}$ indican si la empresa i terminó adjudicada en el intervalo t .
- los valores de $z_{i,t}$ indican la cantidad total de escuelas asignadas a la empresa i (en el intervalo t).

Como era previsible, en las áreas de exclusividad, cada empresa logró adjudicarse todas las escuelas posibles (por lo que $x_{1,1} = 106$, $x_{2,2} = 194$ y $x_{3,3} = 223$). En la zona de competencia entre la empresa 1 y la 2, resulta interesante observar que la empresa 1 recibió 44 escuelas ($x_{1,4} = 44$), la cantidad mínima necesaria para acceder al séptimo rango de descuentos. Por último, en la zona compartida por todas las empresas, la empresa 3 emergió como la ganadora, obteniendo la totalidad de lo solicitado (seguramente para maximizar el descuento). Finalmente, así quedó configurada la asignación de escuelas en la Ciudad de Buenos Aires para cada una de las 3 empresas:

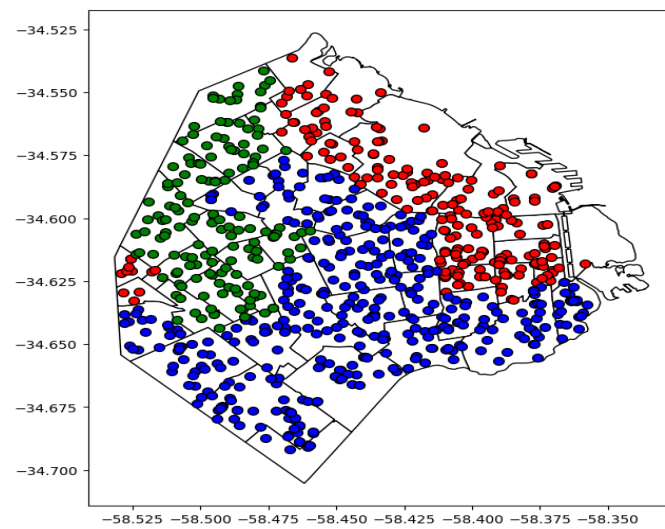


Figura 5: Empresas 1, 2 y 3 en rojo, verde y azul respectivamente

2.4. Conclusiones

Analizando los resultados, se observa que a pesar de que la función objetivo logró establecer un precio unitario por escuela promedio de 1010 pesos, enfrentamos un desafío sustancial en la prevención de la colusión entre las empresas participantes. Este inconveniente se debe, en gran medida, a que el tamaño de cada empresa es aproximadamente equivalente y las zonas con cobertura exclusiva son extensas. Estos factores generaron un entorno propicio para la coordinación entre las empresas, dificultando la instauración de un proceso licitatorio verdaderamente competitivo.

3. Segunda Instancia

3.1. Un poco de Historia

En el marco de esta instancia, nos enfrentamos a la presencia de dos empresas de gran influencia que, de tener la oportunidad, procurarían abarcar la totalidad de la capital. Con el objetivo de asegurar un proceso transparente de selección, implementamos la siguiente configuración

1. Partición Aleatoria de Escuelas: Dividimos aleatoriamente el conjunto total de escuelas en dos mitades.
2. Libertad de Oferta en el Primer Subconjunto: En la primera mitad, cada empresa tiene la libertad de ofertar como desee. Ambas, al aspirar a abarcar todo el territorio, presentan ofertas por la totalidad de las escuelas en este subconjunto.
3. Asignación Aleatoria en el Segundo Subconjunto: En la segunda mitad, cada empresa acordó que las escuelas restantes se asignarán por sorteo.
4. Asignación de Comunas: Para cada comuna, se contabilizan los 'votos' obtenidos por cada empresa. Se le asigna la comuna completa como parte de su oferta final a la empresa que tubo mas votos
5. Empate y Segunda Oportunidad: En caso de que la diferencia entre las 'votaciones' sea menor a cinco, se declara un empate y ambas empresas tendrán la posibilidad de ganar la comuna."

3.2. Unidades de Competencia Resultantes

- La empresa 1 ofertó por 649 escuelas
- La empresa 2 ofertó por 547 escuelas

Quedan entonces determinadas las siguientes 3 unidades de competencia: una exclusiva de la empresa 1, otra de la empresa 2 y una tercera donde comparten ambas. A continuación, se muestran los mapas de las 3 zonas con las escuelas marcadas en amarillo:

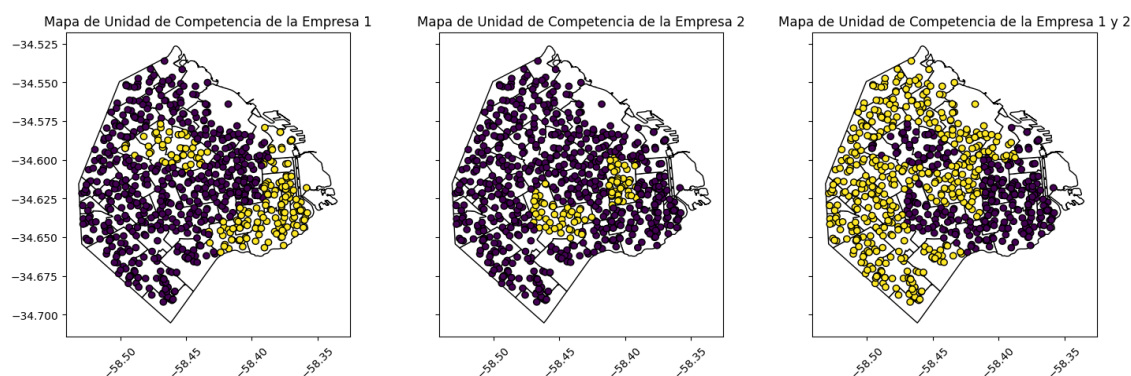


Figura 6: UC de la Empresa 1 , 2 y 1 & 2 respectivamente

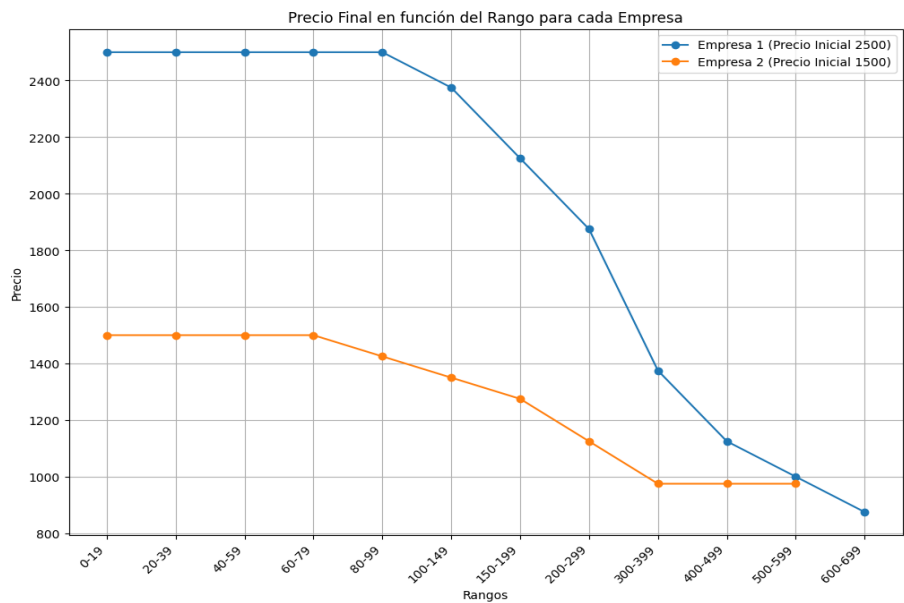


Figura 7: El precio unitario de cada empresa fue 2500 1500

```
objective value: 809100
y#1#12 1
y#2#6 1
x#1#3 447
x#2#2 93
x#2#3 7
x#1#1 195
z#1#12 642
z#2#6 100
```

Nuevamente cada empresa ganó la totalidad de sus zonas de exclusividad. En la compartida, se reparte de la siguiente manera: 7 para la empresa 2 y las restantes 447 escuelas para la empresa 1. Esto puede deberse a que se asigna a la Empresa 2 la cantidad mínima de escuelas necesarias (100) para ubicarla en el 6º intervalo de descuento. Dado que la Empresa 1 ya se encontraba en el máximo rango de descuentos, continuar asignándole más escuelas en esta etapa tendría un impacto negativo en los costos. De esta manera, el costo total mínimo alcanzado asciende levemente a más de 800,000 pesos dejando un costo aproximado por escuela de 1090 pesos.

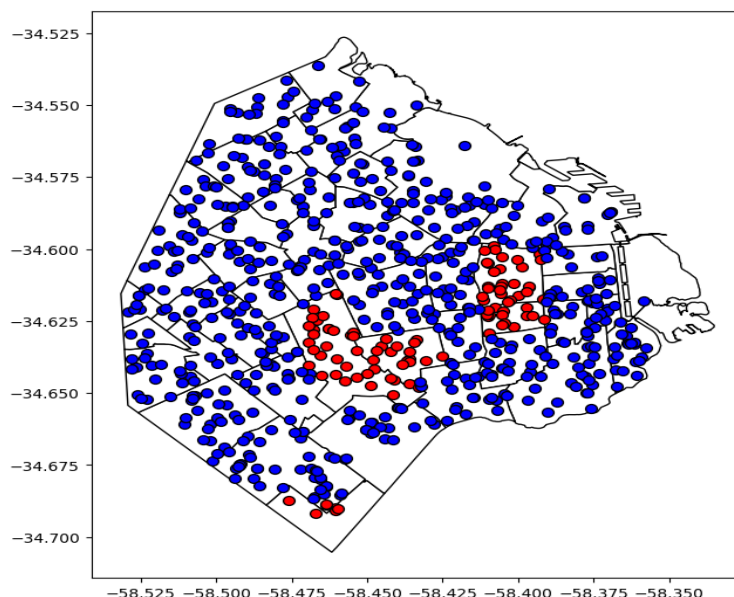


Figura 8: Asignación de escuelas a la empresa 1 (azul) y a la empresa 2 (rojo)

3.3. Conclusiones

Esta instancia logró alcanzar con éxito el principal propósito: evitar la colusión geográfica entre las empresas participantes. No obstante el precio final por escuela terminó siendo un 10 % mas caro del valor de 1000 pesos proyectado inicialmente.

4. Tercera Instancia

4.1. Un poco de Historia

Encarnamos el papel de Mauricio Jacri, un alcalde con intenciones cuestionables que, en pos de favorecer a la Empresa 4, poseedora de cobertura en toda la capital, ha tomado la polémica decisión de disolver a su competidor. Sustentando su acción en el deseo de fomentar la competencia, generó estratégicamente zonas de cobertura no necesariamente disjuntas.

Este inusual movimiento de Jacri desató un revuelo en los círculos empresariales y políticos, provocando especulaciones y críticas. Algunos lo perciben como un intento audaz de revitalizar la dinámica competitiva, mientras que otros lo interpretan como un acto desmedido para sesgar la balanza a favor de la Empresa 4.

Con el objetivo de evitar mayores polémicas, Jacri sostuvo conversaciones con sus contactos en la Empresa 4 y les solicitó prudencia en sus ofertas. Estableció un límite claro: no deben superar los 1000 pesos por escuela.

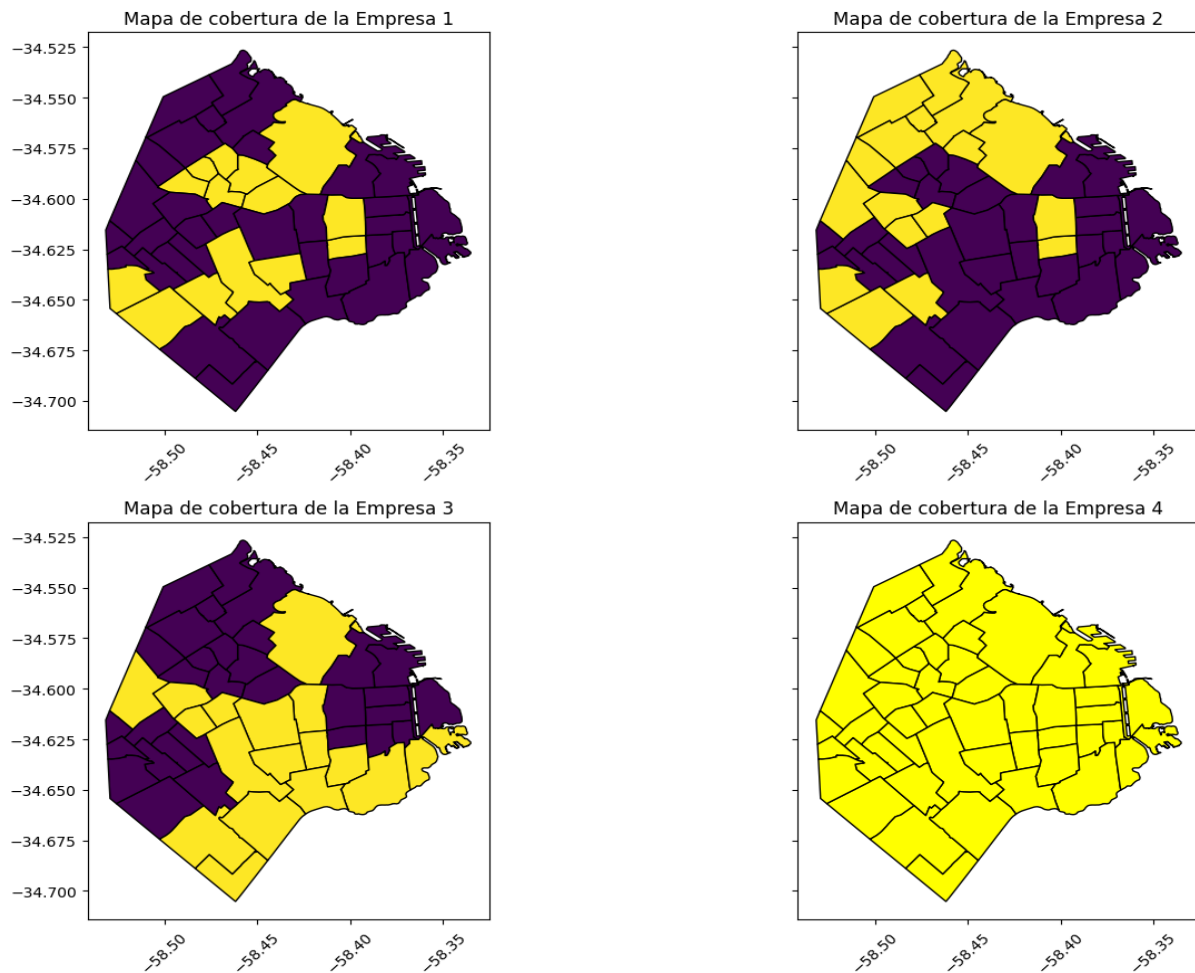


Figura 9: Amarillo: tiene cobertura; Violeta: no tiene cobertura

4.2. Unidades de Competencia Resultantes

- La empresa 1 ofertó por 108 escuelas
- La empresa 2 ofertó por 138 escuelas
- La empresa 3 ofertó por 172 escuelas
- La empresa 3 ofertó por 742 escuelas

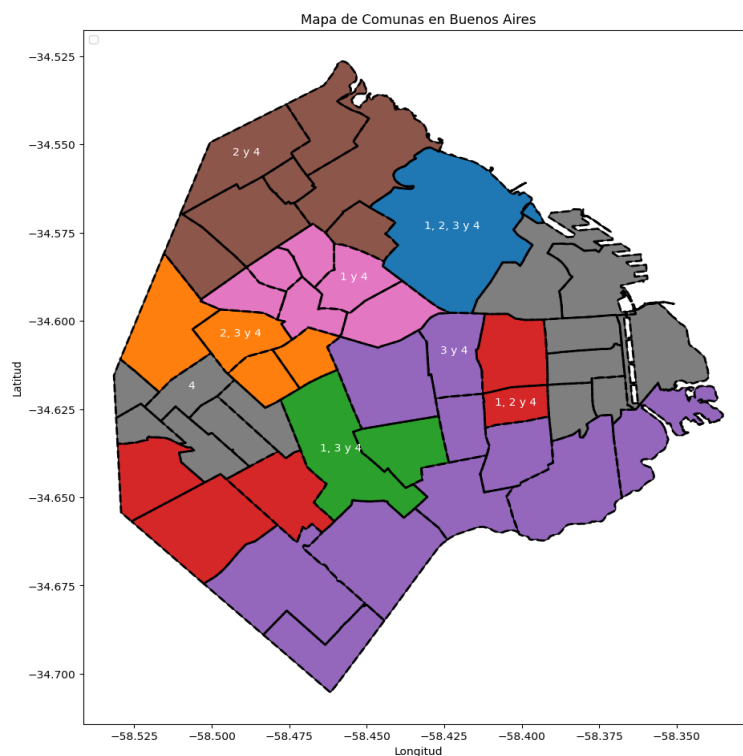


Figura 10: Las 8 Ucs resultantes

```

objective value: 697034.8
y#1#1 1
y#2#1 1
y#3#1 1
y#4#13 1
x#4#1 39
x#4#2 54
x#4#3 50
x#4#4 101
x#4#5 230
x#4#6 88
x#4#7 49
x#4#8 131
z#4#13 742

```

Como Jacri esperaba, las 742 escuelas fueron otorgadas a la empresa 4

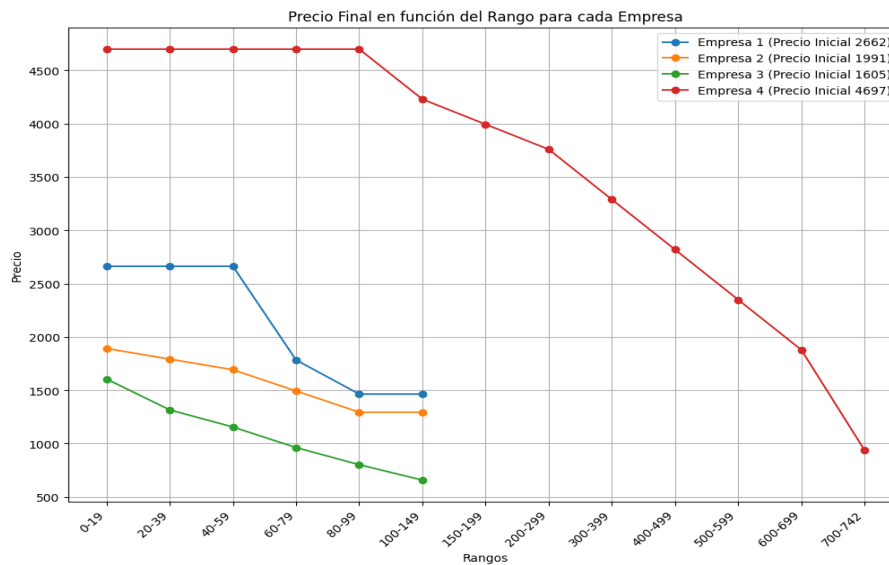


Figura 11: El precio unitario de cada empresa fue 2500 1500 y 4500

4.3. La conclusion de Mauricio Jacri

La acción de disolver al competidor y otorgarle una posición de dominio le proporcionó a Jacri una influencia considerable sobre las decisiones de la Empresa 4. En este contexto, la estrategia de Jacri no solo buscaba maximizar las economías de escala, sino que también operaba como un medio para ejercer una influencia indirecta en las decisiones comerciales de la Empresa 4. Esta influencia se tradujo en una deuda implícita por parte de la Empresa 4 hacia Jacri, evidenciada por la fijación de precios más favorables como un gesto de reciprocidad.

A pesar de las controversias éticas que rodean la estrategia de Jacri, la realidad económica indica que, desde su perspectiva, esta táctica ha resultado en una maximización de los beneficios para la Ciudad de Buenos Aires ya que el precio unitario por escuela resultó en 940 pesos.

Esta instancia busca (con un poco de humor) hacer luz en las complejidades que surgen en el terreno de las licitaciones y contratos públicos producidas por distintos intereses políticos

5. Soluciones alternativas

En las tres instancias anteriores se buscaron soluciones óptimas alternativas, pero en los 3 casos se obtuvo el siguiente resultado:

```

SCIP Status      : problem is solved [infeasible]
Solving Time (sec) : 0.00
Solving Nodes    : 21 (total of 22 nodes in 2 runs)
Primal Bound     : +1.00000000000000e+20 (0 solutions)
Dual Bound      : +1.00000000000000e+20
Gap              : 0.00 %
  
```

Esto significa que en ninguna de las 3 instancias se encontraron soluciones óptimas alternativas a las presentadas.