

Zaawansowana sztuczna inteligencja do Scrabble

Podstawy teoretyczne i implementacja algorytmu

Jakub Turek

25 kwietnia 2014

Streszczenie

Celem artykułu jest opisanie zbioru koncepcji, które posłużą do implementacji algorytmu sztucznej inteligencji grającego w grę Scrabble w języku polskim. Artykuł prezentuje zbiór teoretycznych informacji o optymalnej strategii gry w Scrabble. Ponadto zostały w nim przedstawione elementy algorytmów zastosowanych w aplikacjach Maven oraz Quackle. Autor wskazuje ich potencjalne słabe punkty i sposoby usprawnienia, a także prezentuje wyniki implementacji proponowanych poprawek.

Wstęp

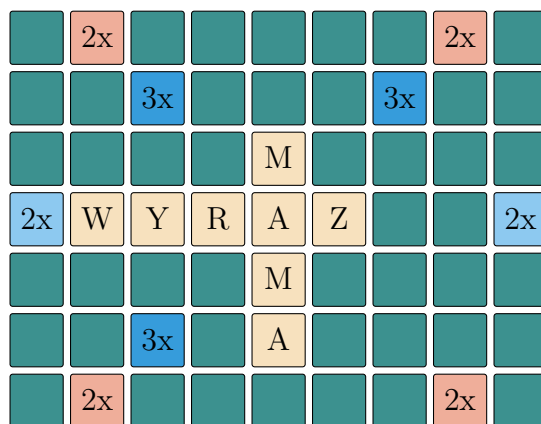
Scrabble to „gra słowna polegająca na układaniu na określonej planszy wyrazów z losowanych liter”. [1] Jest to bardzo ogólna definicja, którą należy uściślić. Scrabble jest grą przeznaczoną dla 2-4 osób. Akcesoriami do gry są: kwadratowa plansza o stałym rozmiarze 15×15 , torebka wypełniona płytkami, na których nadrukowane są litery oraz ich wartości punktowe, a także stojaki, na których gracze umieszczają płytki, którymi w danej chwili dysponują.

Gra rozgrywana jest w turach. Zadaniem graczy jest układanie wyrazów na planszy w taki sposób, aby tworzyły one poprawne słowa w języku, w którym prowadzona jest rozgrywka, w układzie krzyżówkowym. Układ krzyżówkowy został przedstawiony

na rysunkach 1 oraz 2:

Rysunek 1 Pokazuje sytuację początkową obrazującą pewien moment rozgrywki.

Rysunek 2 Pokazuje poprawny ruch zawodnika, który powoduje powstanie więcej niż jednego słowa. Wszystkie wyrazy utworzone przez jeden ruch muszą być poprawne. W podanym przykładzie słowa „za” i „masz” są poprawne.



Rysunek 1: Fragment planszy. Gracze ułożyli kolejno słowa: „wyraz” oraz „mama”.

W trakcie jednego ruchu zawodnik może układać płytki tylko w jednym kierunku (pionowo lub poziomo). Utworzony przez zawodnika wyraz musi być spójny, to znaczy, że wszystkie płytki muszą przylegać do siebie bezpośrednio lub poprzez płytki już



Rysunek 2: Fragment planszy. Ruch przez dołożenie liter A, S, Z tworzy dwa wyrazy w układzie krzyżówkowym.

istniejące na planszy. Wymagane jest, aby tworzone słowo przylegało do przynajmniej jednej płytki, która jest już umieszczona na planszy (nie dotyczy to pierwszego ruchu).

Punktacja za dane zagranie jest obliczana jako suma punktów za wszystkie płytki, które wchodzi w skład utworzonych wyrazów (a więc również tych, które przed zagranie znajdowały się na planszy), z uwzględnieniem niewykorzystanych premii wynikających z pozycji płytki na planszy:

Premia literowa podwaja lub potraja wartość danej płytki.

Premia słowna podwaja lub potraja wartość całego wyrazu.

Istnienie strategii optymalnej

Kluczowym zagadnieniem podczas implementacji algorytmu sztucznej inteligencji do gier planszowych (w tym Scrabble) jest zbadanie istnienia strategii optymalnej.

Twierdzenie 1. Istnieje optymalna strategia gry w Scrabble.

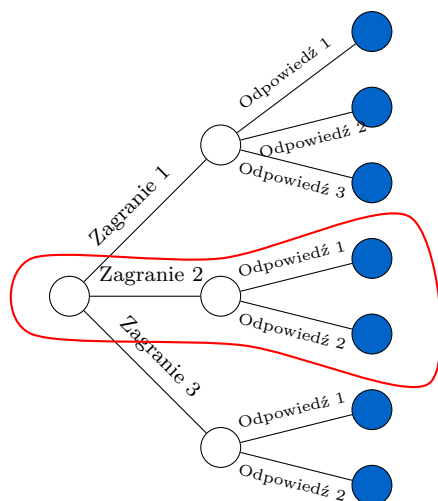
Aby dowieść twierdzenie 1 należy uprzednio zdefiniować przestrzeń stanów w Scrabble.

Definicja 1. Stan rozgrywki po danej turze opisują jednoznacznie rozmieszczenie klocków na planszy P oraz zagranie Z . Przejście między stanami determinuje zmiana $(\Delta P, \Delta Z)$.

Dysponując definicją 1 można dowieść twierdzenie 1. Ilustrację dla dowodu 1 przedstawia rysunek 3.

Dowód 1. Dla ułatwienia analiza rozgrywki zostanie przeprowadzona wychodząc od stanu końcowego. Nie wpływa to na ogólność dowodu. Dla dowolnej rozgrywki prawdziwe jest twierdzenie, że do stanu końcowego można wejść tylko na skończoną liczbę sposobów, które reprezentują legalne zagrania. Przeprowadzając rozumowanie iteracyjne możliwe jest przejście do stanu początkowego. Należy zauważyć, że w każdej iteracji analizowana liczba wejść do stanu jest zawsze skończona, ponieważ skończona jest liczba kombinacji, na które można wylosować litery oraz liczba zagrań legalnych dla danej kombinacji liter. Podobne rozumowanie można przeprowadzić dla każdego stanu końcowego, budując skończone drzewo przestrzeni stanów. Skoro drzewo przestrzeni stanów jest skończone, można na podstawie jego znajomości w każdym zagranii wyznaczyć ruch, który maksymalizuje prawdopodobieństwo wygranej.

Zostało udowodnione, że deterministyczna wersja Scrabble dla dwóch graczy należy do problemów klasy *PSPACE-Complete*. [3] Klasa *PSPACE-Complete* jest najbardziej obszerną klasą problemów wielomianowych. Każdy problem należący do przestrzeni problemów wielomianowych można przekształcić, w wielomianowym czasie, do problemu klasy *PSPACE-Complete*.



Rysunek 3: Ilustracja dowodu istnienia strategii optymalnej. Stany końcowe oznaczono kolorem niebieskim.

Słowniki do gier

Reguły Scrabble dopuszczają układanie „wszystkich słów występujących w słownikach języka polskiego oraz wszystkich ich prawidłowych form gramatycznych, z wyjątkiem takich słów, które rozpoczynają się od wielkiej litery, są skrótami, bądź słowami wymagającymi cudzośćłowu lub łącznika”. [2]

Brak zamkniętej listy słów możliwych do wykorzystania w grze prowadzi do konfliktu interesów, ponieważ gracze sami muszą rozstrzygnąć między sobą, czy dany wyraz jest dopuszczalny, czy nie. Aby umożliwić uczciwą rozgrywkę konieczne było stworzenie zbioru, który zawiera listę słów, wraz ze wszystkimi poprawnymi odmianami, dopuszczalnych do wykorzystania w grach słownych. W taki sposób zaczęły powstawać słowniki wyrazów do gier. [4]

W chwili obecnej istnieją dwa duże polskie słowniki do gier:

Oficjalny Słownik Polskiego Scrabblisty

Przygotowany przez wydawnictwo naukowe PWN. Dopuszcza użycie wy-

razów znajdujących się w słownikach PWN wydanych po roku 1980.

Słownik alternatywny

Przygotowany na potrzeby serwisu z grami internetowymi <http://kurnik.pl>. Jest rozwijany przez administratorów serwisu przy współpracy z internautami. Dopuszcza użycie wyrazów znajdujących się w słownikach dowolnego wydawnictwa wydanych po roku 1980, z wyłączeniem czarnej listy słowników¹.

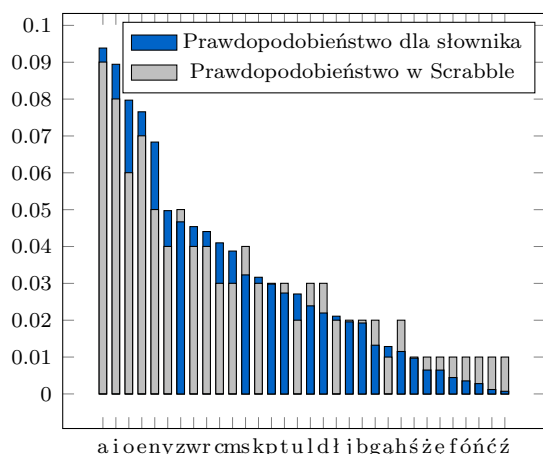
Poza dopuszczalnymi źródłami informacji słowniki posiadają jeszcze jedną znaczącą różnicę. Oficjalny Słownik Polskiego Scrabblisty jest dystrybuowany jako program umieszczony na płycie CD, który nie udostępnia listy wszystkich wyrazów zawartych w słowniku. Program pozwala jedynie sprawdzić, czy dane słowo jest dopuszczalne. Słownik alternatywny dostępny jest w Internecie również w postaci listy wszystkich dopuszczalnych wyrazów zebranych w pliku tekstowym. Pozwala to na przeprowadzenie analiz statystycznych, stąd w dalszej części artykułu autor rozważa wyłącznie Słownik alternatywny.

Analiza statystyczna

W celu wyznaczenia heurystyk mogących wspomóc sztuczną inteligencję grającą w Scrabble autor przeanalizował dane zawarte w Słowniku alternatywnym. Pierwszą analizowaną informacją jest częstotliwość występowania poszczególnych liter w słowniku. Wynika to z faktu, że zasady gry Scrabble są oparte na rozkładzie prawdopodobieństwa występowania liter w danym języku. Możliwe jest, że badanie statystyczne słownika przyniesie informacje o literach,

¹Jest to lista słowników, które nie zostały dopuszczone jako źródło wyrazów ze względu na niedostateczną jakość opracowania.

których warto używać w pierwszej kolejności.

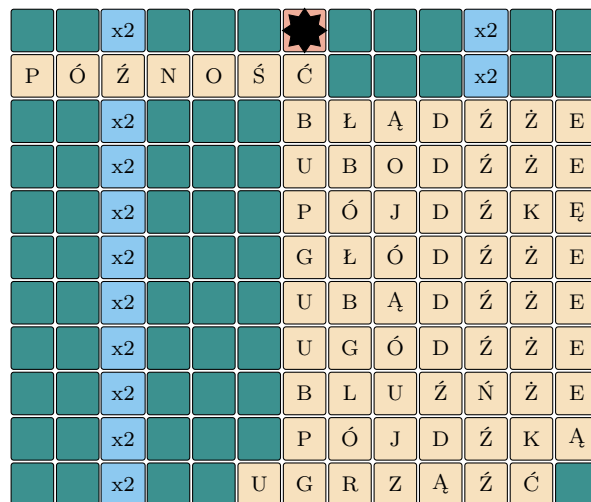


Rysunek 4: Wykres ilustrujący zależność pomiędzy wystąpieniem danej litery w wyrazach słownika, a prawdopodobieństwem wylosowania płytki z tą literą w grze Scrabble.

Wykres przedstawiony na rysunku 4 dostarcza nam informacji, że autorzy polskich reguł do gry Scrabble nie oszacowali poprawnie częstotliwości występowania wszystkich liter. Przykładowo litera **o** występuje w słowniku częściej niż litera **e**, natomiast prawdopodobieństwo wylosowania odpowiadających tym literom płytek w grze kształtuje się odwrotnie. Wynika z tego, że porównując dwa podobnie punktowane zagrania, warto wybrać to, które wykorzystuje więcej samogłosek **e** niż **o**. Podobną zależność można stwierdzić w przypadku litery **h**, której częstotliwość występowania została przez autorów zasad znacząco zawyżona. Korzystnie jest wybierać zagrania, które powodują wyłożenie płytek z literą **h**.

Interesującą statystyką są najlepsze otwarcia (czyli pierwsze zagrania w grze). Pozwalają one, przy wylosowaniu szczęśliwej kombinacji płytek, zagrać w najbardziej opłacalny sposób (na początku rozgrywki nie ma ryzyka pozostawienia przeciwnikowi „otwartej gry”). Statystyka ta jest szcze-

gólnie przydatna dla ludzi, chociaż również sztuczna inteligencja może wykorzystać ją do pominięcia zbędnych obliczeń. Najlepsze otwarcia dla słownika alternatywnego zebrano na rysunku 5.



Rysunek 5: Najlepsze otwarcia dla Słownika alternatywnego. Słowo *późność* jest warte 126 punktów, pozostałe po 124 punkty.

Dokonując statystycznej analizy słownika warto wziąć pod uwagę najbardziej opłacalne kombinacje liter. W trakcie rozgrywki gracze dążą do układania wyrazów, które wymagają użycia wszystkich siedmiu płytek znajdujących się na stojaku. Zagranie takie jest bowiem nagradzane dodatkową premią w wysokości 50 punktów. Stąd przez najbardziej opłacalną kombinację liter należy rozumieć taką zawartość stojaka, która pozwala ułożyć jak najwięcej wyrazów siedmioliterowych. Duża liczba kombinacji sprawia, że z większym prawdopodobieństwem uda nam się dopasować wyraz do istniejącego układu płytek na planszy. Autor przeanalizował najlepsze kombinacje liter dla Słownika alternatywnego. Wyniki zebrane są w tabeli 6.

Najbardziej opłacalne kombinacje liter można wykorzystać do strategicznego planowania zagrań. Wykonując poszczególne ruchy korzystnie jest dążyć do uzyskania

| Litery | Liczba możliwych do ułożenia wyrazów |
|---------------------|--------------------------------------|
| E, I, K, L, N, O, W | 12 słów |
| A, E, I, K, P, R, S | 12 słów |
| A, E, I, K, L, N, P | 12 słów |
| A, E, K, N, R, T, Y | 11 słów |
| A, I, K, M, O, P, S | 11 słów |
| A, I, K, M, O, R, W | 11 słów |
| A, A, I, K, L, M, S | 10 słów |
| A, I, K, M, O, S, T | 10 słów |
| A, I, K, L, N, O, W | 10 słów |
| A, I, K, L, M, N, O | 10 słów |

Rysunek 6: Najlepsze kombinacje liter dla Słownika alternatywnego.

jednego z przedstawionych układów liter na stojaku. Można tego dokonać poprzez usuwanie płytek, które nie zostały uwzględnione w tych kombinacjach, jak również usuwanie płytek zduplikowanych (częstą sytuacją jest posiadanie kilku płytek z tą samą samogłoską).

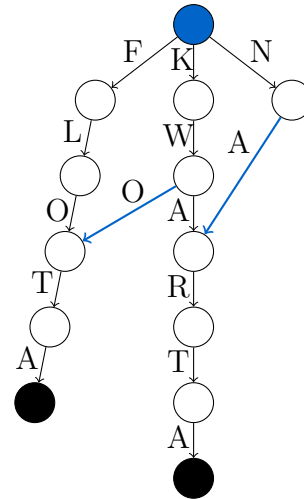
Wyznaczanie wszystkich dopuszczalnych ruchów

Podstawowym zadaniem sztucznej inteligencji w grze Scrabble jest wyznaczenie (na podstawie zadanego słownika) wszystkich dopuszczalnych ruchów w danej turze. Odpowiedni algorytm został opracowany przez A. Appela i G. Jacobsona. [5] Autorzy proponują opisanie słownika za pomocą grafowej struktury o nazwie DAWG². Jest to odmiana drzewa trie³, która charakteryzuje się silną kompresją danych uzyskiwaną dzięki łączeniu krawędziami identycznych sufiksów wyrazów. Przykładowy słownik DAWG został przedstawiony na rysunku 7.

Autorzy wybrali tę strukturę ze wzglę-

²Z angielskiego Directed Acyclic Word Graph - skierowany, niecykliczny graf słów.

³Od angielskiego słowa *retrieval*, które oznacza odczyt.



Rysunek 7: Struktura DAWG, która opisuje wyrazy *flota*, *kwota*, *kwarta* oraz *narta*.

du na bardzo szybkie wyszukiwanie słów po ich prefiksie, a także na dobry współczynnik kompresji słownika. Pełen słownik do gier dla języka angielskiego opisany przy pomocy DAWG zajmuje około 2.5 MB pamięci.

Autorzy przedstawili czterokrokový algorytm (zwany dalej algorytmem Appela-Jacobsona) wykorzystujący słownik DAWG, który umożliwia wyznaczenie wszystkich możliwych ruchów przy danym stanie planszy i dostępnych do wykorzystania literach:

1. Redukcja złożoności problemu do jednego wymiaru. Algorytm rozpatruje ruchy wyłącznie w jednym kierunku (pionowo lub poziomo), ograniczając się do jednego wiersza lub kolumny. Rozumowanie to jest powtarzane dla każdego wiersza (lub kolumny), a następnie plansza do gry jest transponowana i algorytm wykonywany jest dla drugiego kierunku. W dalszym opisie autor artykułu zakłada, że rozpatrujemy wyłącznie wiersze, a nie kolumny, planszy.
2. Ograniczanie zbioru znaków, które można legalnie wstawić w daną komór-

kę. W tym kroku wykorzystuje się fakt, że tworzenie wyrazów w danym kierunku może skutkować utworzeniem nowych słów w kierunku przeciwnym, ale tylko poprzez dodanie jednego znaku. Jest to trywialny do sprawdzenia przypadek, który znacząco ogranicza liczbę możliwych do wykonania legalnych ruchów.

3. Wyznaczenie kotwic⁴. Kotwica jest to najbardziej wysunięta na lewo płytką nowego wyrazu, która przylega do innej, znajdującej się na planszy płytki. Zgodnie z zasadami gry w Scrabble, każdy nowo utworzony wyraz musi posiadać dokładnie jedną kotwicę.
4. Rozwijanie możliwych do utworzenia wyrazów poprzez wyjście od wyznaczonych w punkcie trzecim kotwic, a także uwzględnienie wyznaczonych w punkcie drugim ograniczeń.

Rozwijanie możliwych wyrazów rozpoczyna się od płytek znajdujących się po lewej stronie kotwicy. Rozpatrywane są trzy przypadki:

- Trywialny - na lewo od kotwicy nie ma żadnych płytek.
- Trywialny - część wyrazu na lewo od kotwicy składa się wyłącznie z płytek znajdujących się już na planszy.
- Lewa część wyrazu składa się z liter znajdujących się na stojaku i dostępnych do zagrania. Należy zbadać wszystkie możliwe kombinacje.

Następnie rozwijana jest prawa część wyrazu, która uwzględnia kotwicę oraz wszystkie płytki na prawo od niej. W tym celu wyszukuje się w słowniku poprawne sufiksy, które składają się z dostępnych na stojaku

liter oraz spełniają wyznaczone ograniczenia.

Algorytm Appela-Jacobsona jest wydajny, posiada jednak narzut obliczeniowy związany z wyznaczaniem lewostronnych dopełnień wyrazów. Zakładając, że kotwica jest również ostatnią literą nowego wyrazu, należy zbadać $6! = 720$ lewostronnych kombinacji. W pesymistycznym przypadku, kiedy na stojaku znajdują się dwa blanki⁵, liczba badanych kombinacji wzrasta do $\frac{4! \times 32^2}{2} = 12288$. Biorąc pod uwagę fakt, że większość wyznaczonych prefiksów w ogóle nie będzie występować w słowniku, jest to znaczący narzut.

Powyższa obserwacja stała się podstawą zmodyfikowanego algorytmu zaprezentowanego przez Stevena Gordona. [6] Autor nie zmienia kroków algorytmu wykorzystywanych do generacji wszystkich kombinacji ruchów. Zaproponowana modyfikacja obejmuje wykorzystanie struktury GADDAG⁶, w miejsce słownika DAWG.

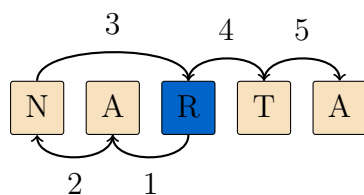
GADDAG jest odmianą drzewa trie, która jest nastawiona na szybkie prefiksowanie wyrazów. Każdy opisany wyraz podzielony jest na dwie części: prefiks oraz sufix. Wychodząc od korzenia drzewa kolejne wierzchołki opisują prefiks wyrazu czytany od tyłu. Dalej występuje znak zakończenia prefiksu (oznaczany \gg), a następnie sufix wyrazu czytany w normalnej kolejności. Kształt struktury jest silnie powiązany z algorytmem Appela-Jacobsona. Wychodząc od kotwicy w kierunku lewej strony wyrazu analizowane są kolejne litery prefiksu w odwróconej kolejności. Dalej następuje przejście do kotwicy i rozpatrywany jest sufix w normalnej kolejności. Ilustruje to

⁵Blank - płytką, która nie posiada wartości punktowej, ale może być zastąpiona dowolną literą.

⁶Autor nie podaje rozwinięcia tego skrótu, jednak ze względu na postać przechowywanych w strukturze danych można domyślać się, że jest ona wariacją nazwy DAG (z angielskiego Directed Acyclic Graph - skierowany, acykliczny graf).

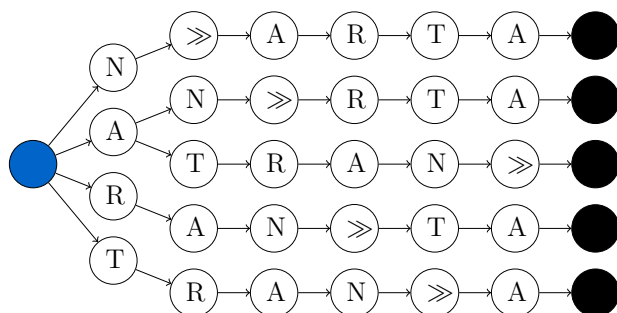
⁴W oryginalnej pracy termin ten został wprowadzony przy pomocy angielskiego zwrotu *anchor*.

rysunek 8.



Rysunek 8: Kolejność analizowania pól w algorytmie Appela-Jacobsona. Kotwica oznaczona jest na niebiesko.

Przykładowa struktura GADDAG opisująca wyraz „narta” została zaprezentowana na rysunku 9. Należy zauważyć, że sprawdzenie występowania wyrazu w słowniku wymaga dodatkowego kroku - słowo należy odwrócić. Dla podanego przykładu sprawdzenie poprawności wyrazu narta wymaga poszukiwania frazy *ATRAN* >>.



Rysunek 9: Przykład struktury GADDAG dla wyrazu *narta*.

Dobór strategii w zależności od fazy gry

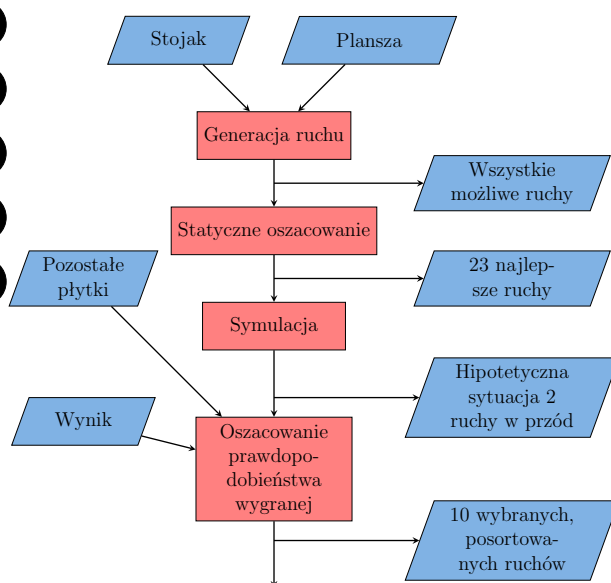
Rozgrywkę w Scrabble można podzielić na trzy fazy gry:

MG (mid-game) trwa od rozpoczęcia rozgrywki do rozpoczęcia fazy *PEG*,

PEG (pre-endgame) rozpoczyna się, kiedy do pobrania pozostają wyłącznie jedna (lub, w zależności od definicji) dwie płytki,

EG (end-game) rozpoczyna się, kiedy nie ma już płytek do pobrania, a więc gracze znają wzajemnie własne płytki.

W fazie *MG* liczba możliwych kombinacji płytek przeciwnika oraz ruchów jest tak duża, że nie jest możliwa analiza przestrzeni stanów. Podejściem stosowanym w tej fazie rozgrywki jest wykorzystanie metod heurystycznych i symulacji do wyboru najlepszego ruchu. Schemat postępowania zostanie opisany na przykładzie algorytmu wykorzystywanego w programie *Quackle* - uznawanego za najlepszego komputerowego gracza Scrabble na świecie. [7] Diagram ilustrujący algorytm został przedstawiony na rysunku 10.



Rysunek 10: Schemat blokowy algorytmu wykorzystywanego w aplikacji *Quackle*.

Quackle wykorzystuje następujący algorytm:

1. Generacja wszystkich dopuszczalnych możliwości ruchu.
2. Przypisanie każdej z możliwości statycznego oszacowania. Funkcja wykorzystywana do szacowania może być tak prosta, jak suma punktów uzyskanych za dane zagranie.
3. Sortowanie ruchów od najlepszego do najgorszego, względem wartości statycznego oszacowania.
4. Wylosowanie prawdopodobnego układu płytek, którymi może dysponować przeciwnik.
5. Symulacja przeprowadzana dla 23 najlepszych ruchów. Dla wylosowanego układu płytek przeciwnika symulowana jest rozgrywka na dwa kroki w przód. Do oceny wykorzystuje się stan punktów po przeprowadzeniu symulacji.
6. Na podstawie aktualnego wyniku rozgrywki i liczby płytek pozostałych do pobrania szacowane jest prawdopodobieństwo wygranej dla każdego z zasymulowanych ruchów.
7. Wybieranych jest 10 ruchów dających największe prawdopodobieństwo wygranej.
8. Na podstawie dodatkowych czynników (przykładowo: zestawu wykorzystanych w danym ruchu liter) wybierany jest najlepszy ruch.

W fazach *PEG* oraz *EG* stosowane jest inne podejście. Liczba scenariuszy rozgrywki znacząco spada, dlatego możliwe staje się analizowanie przestrzeni stanów, która została poglądowo zaprezentowana na rysunku 3.

Na etapach *PEG* oraz *EG* wciąż nie jest możliwe dokonanie pełnego przeszukiwania

przestrzeni stanów, nie można więc skorzystać z algorytmów $\alpha - \beta$, czy A^* . Użyteczne są algorytmy pozwalające przeszukiwać przestrzeń stanów z ograniczeniami (przykładowo: B^*) istnieje bowiem sposób na wyznaczenie dobrego przybliżenia zarówno górnego, jak i dolnego przedziału wartości punktowych, które pozwolą odnieść zwycięstwo w rozgrywce. Dodatkowo przeszukiwanie powinno być prowadzone w sposób progresywny, a więc rozpoczynając od miejsc, w których najszybciej możemy zakończyć przeszukiwanie. Miejsca takie związane są z możliwie małą ilością zagrań, a tym samym możliwie długimi układanymi wyrazami.

Przeszukiwanie przestrzeni stanów jest podejściem, które pozwala wygrać każdą rozgrywkę, o ile warunki początkowe przy wchodzeniu w fazę *EG* pozwalają na zwycięstwo. Świadczą o tym wyniki uzyskiwane przez komputerowych graczy Scrabble przeciwko najlepszym ludziom. Podczas turnieju, w którym najlepsze algorytmy sztucznej inteligencji rywalizowały przeciwko ludziom, *Quackle* uzyskał rezultat 32 wygranych i 4 porażek, a następnie pokonał ówczesnego mistrza świata - Davida Boya - rezultatem 3 do 2. [8]

Podsumowanie

Artykuł przedstawia wyniki wykonanych przez autora badań statystycznych na polskim słowniku wyrazów do gier. Wyniki tych badań mogą zostać wykorzystane nie tylko przez graczy Scrabble, ale również w szerokim zakresie nauk związanych z eksploracją danych tekstowych. Ponadto w artykule zostały zebrane informacje niezbędne do zbudowania sztucznej inteligencji grającej w Scrabble. Informacje te pokazują, że możliwe jest zbudowanie zaawansowanej sztucznej inteligencji, która będzie zdolna pokonywać oponentów klasy mistrzowskiej.

Na podstawie zaprezentowanych informacji autor artykułu zbuduje algorytm sztucznej inteligencji dostosowany do polskiego słownika wyrazów do gier. W trakcie prac szczególny nacisk zostanie położony na wykorzystanie wyników badań statystycznych zaprezentowanych w artykule. W ramach budowania algorytmu autor zbada możliwość wprowadzenia poprawek do metod wykorzystywanych obecnie do realizacji automatów grających w Scrabble.

Przedstawione w artykule informacje posłużą także do rozbudowy oprogramowania o elementy analizujące daną partię. Analizie będzie można poddać dowolną rozgrywkę tak, aby oprogramowanie mogło zostać wykorzystane jako osobisty trener.

w Internecie: http://people.csail.mit.edu/jasonkb/quackle/doc/how_quackle_plays_scrabble.html.

- [8] Jacek Mańdziuk, *Knowledge-Free and Learning-Based Methods in Intelligent Game Playing*, Wydawnictwo Springer, 2010, ISBN 978-3-642-11677-3.

Literatura

- [1] *Wielki słownik ortograficzny PWN*, pod red. Edwarda Polańskiego, Wyd. 3 popr. i uzup., Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012, ISBN 978-83-01-16405-8.
- [2] *Zasady dopuszczalności słów* [online], Polska Federacja Scrabble [dostęp: 25 kwietnia 2014], Dostępny w Internecie: <http://www.pfs.org.pl/zds.php>.
- [3] M. Lampis, V. Mitsou, K. Sołtys, *Scrabble is PSPACE-Complete*, 2012.
- [4] Anna Andrzejczuk, *Słowniki do gier słownych jako nowy typ wydawnictw leksykograficznych*, pod kierownictwem dr hab. R. Pawelec, Warszawa, 2006.
- [5] A. Appel, G. Jacobson, *The world's fastest Scrabble program*, „Communications of the ACM” 1988, 31(5), strony 572-585.
- [6] S. Gordon, *A Faster Scrabble Move Generation Algorithm*, „Software - Practice and Experience” 1994, 24(2), strony 219-232.
- [7] Jason Katz-Brown, John O’Laughlin, *How Quackle Plays Scrabble* [online], Quackle [dostęp: 25 kwietnia 2014], Dostępny