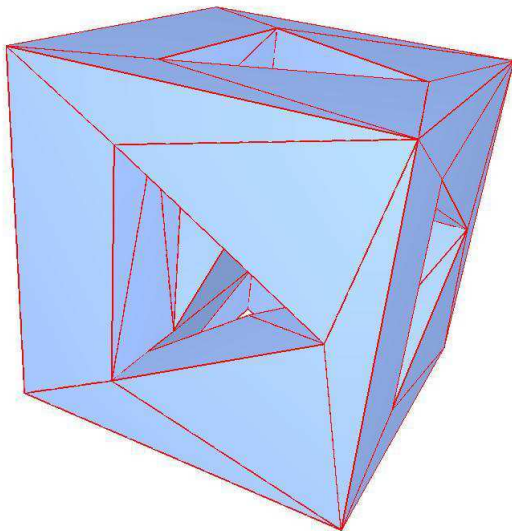


Courbes & Surfaces de subdivision

Nicolas SZAFRAN

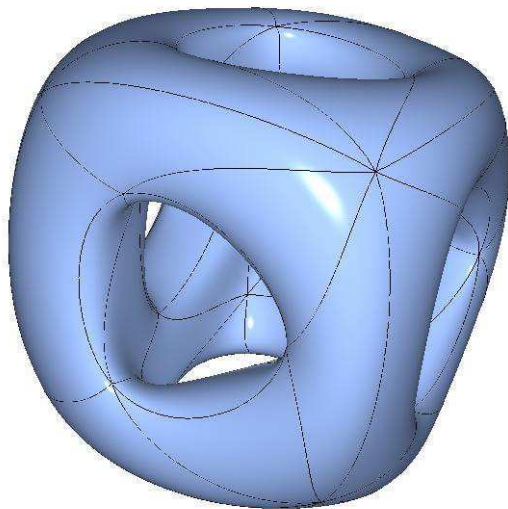
2012-2013

Interpolation d'un maillage par une surface lisse (G^1)



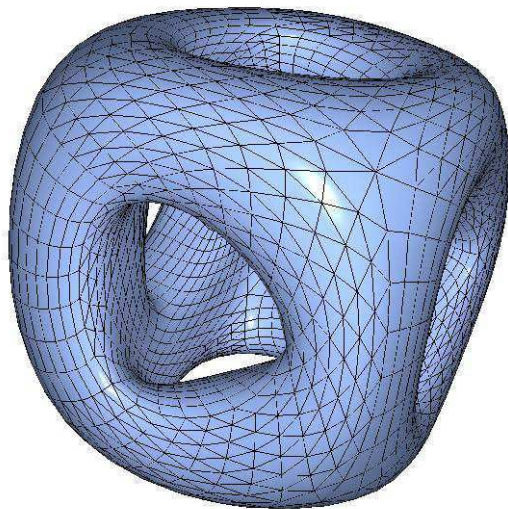
Maillage initial (polyèdre avec topologie arbitraire)

Interpolation d'un maillage par une surface lisse (G^1)



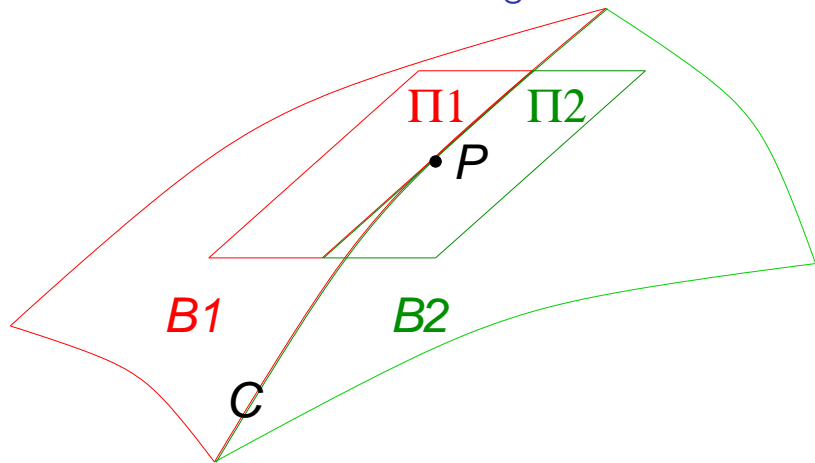
Interpolation (des sommets) par une surface lisse composée de
patches de Bézier

Interpolation d'un maillage par une surface lisse (G^1)



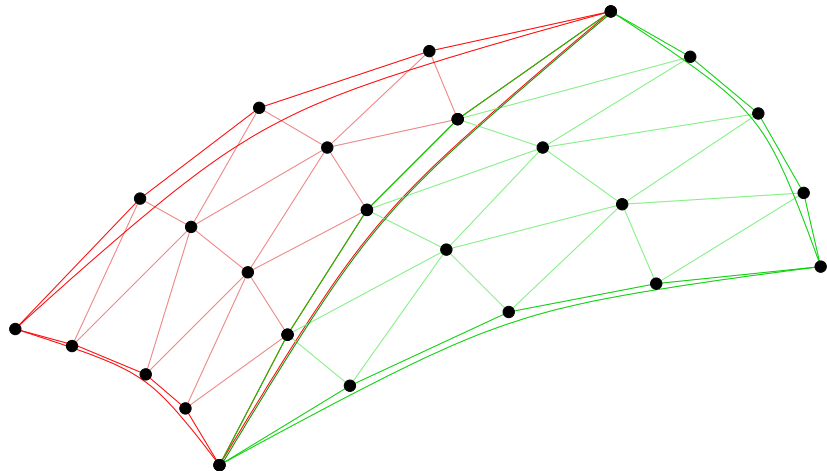
Interpolation (des sommets) par une surface lisse composée de
patches de Bézier

Raccord G^1 entre deux Bézier triangulaires



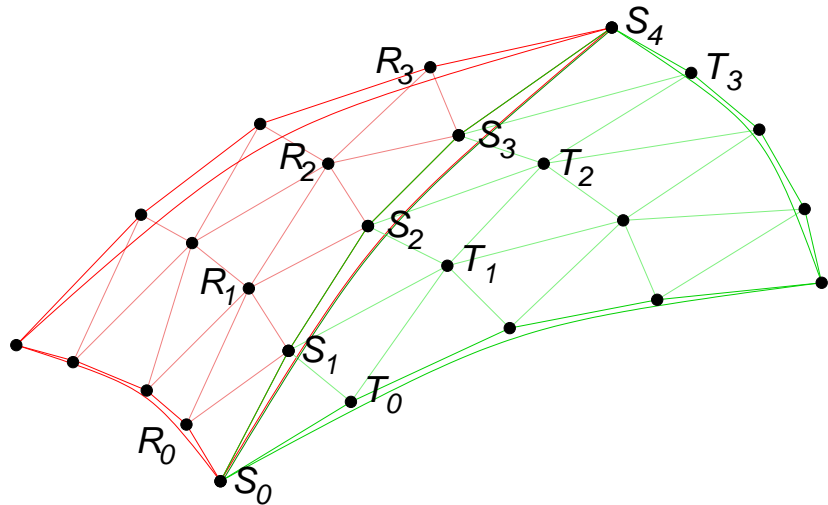
Plans tangents Π_1 et Π_2 égaux en tout point $P \in B_1 \cap B_2$

Raccord G^1 entre deux Bézier triangulaires



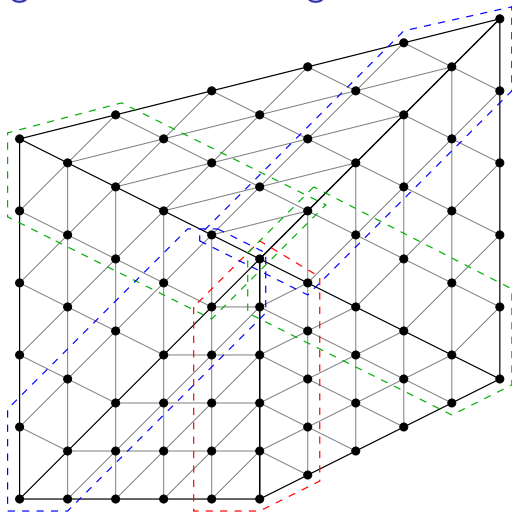
Polyèdres de contrôle correspondants

Raccord G^1 entre deux Bézier triangulaires

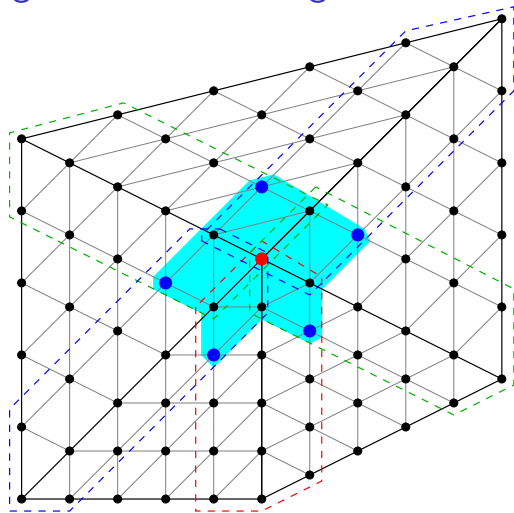


Ruban de tangence entre les deux polyèdres de contrôle

Ruban de tangence entre n triangles voisins



Ruban de tangence entre n triangles voisins



Compatibilité des twists ● autour d'un sommet ●

Limites des modèles Bézier - NURBS

Limites des modèles Bézier - NURBS

Peu adapté à des topologies quelconques
(difficulté de gérer les raccords "lisses")

Limites des modèles Bézier - NURBS

Peu adapté à des topologies quelconques

(difficulté de gérer les raccords "lisses")

Calculs coûteux dans le cas de B-splines non uniformes

Limites des modèles Bézier - NURBS

Peu adapté à des topologies quelconques

(difficulté de gérer les raccords "lisses")

Calculs coûteux dans le cas de B-splines non uniformes

→ généralisation de la subdivision dans le cas des B-splines uniformes

Limites des modèles Bézier - NURBS

Peu adapté à des topologies quelconques
(difficulté de gérer les raccords "lisses")

Calculs coûteux dans le cas de B-splines non uniformes

→ généralisation de la subdivision dans le cas des B-splines uniformes

courbes et surfaces de subdivision

Limites des modèles Bézier - NURBS

Peu adapté à des topologies quelconques
(difficulté de gérer les raccords "lisses")

Calculs coûteux dans le cas de B-splines non uniformes

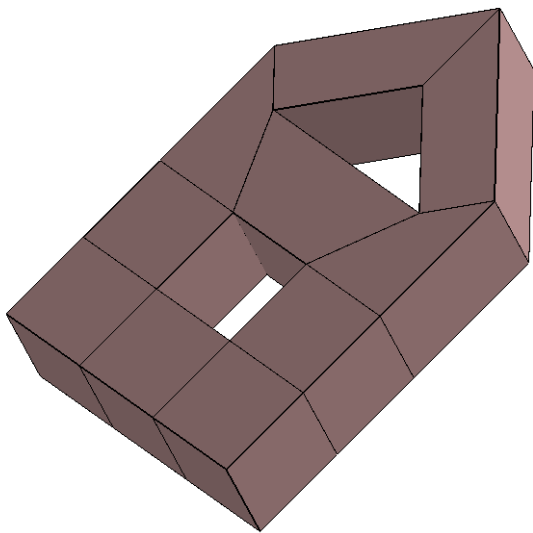
→ généralisation de la subdivision dans le cas des B-splines
uniformes

courbes et surfaces de subdivision

Cadre mathématique : années 1970

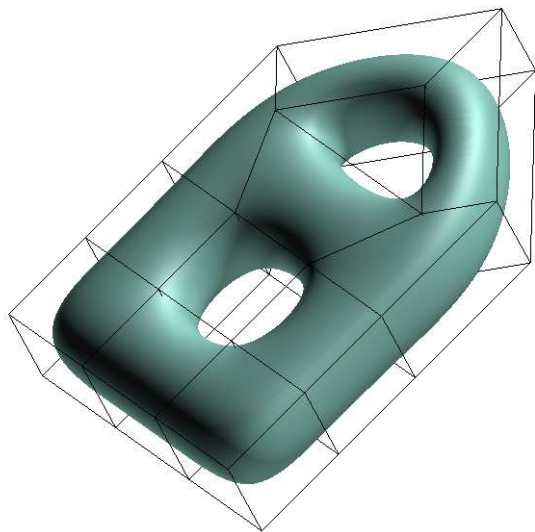
Utilisation pratique (surfaces de subdivision en synthèse d'image) :
années 1990

Surface de subdivision



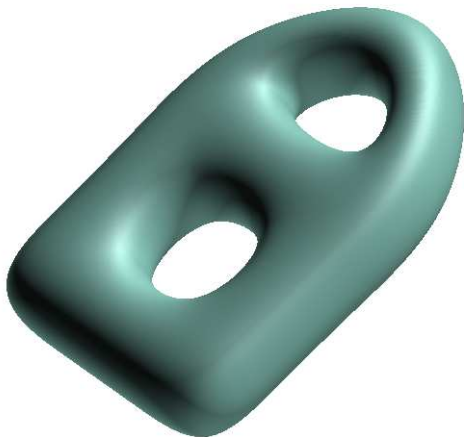
Maillage initial à topologie quelconque

Surface de subdivision



Surface lisse obtenue par subdivision du maillage initial

Surface de subdivision



Surface lisse obtenue par subdivision du maillage initial

Surface de subdivision



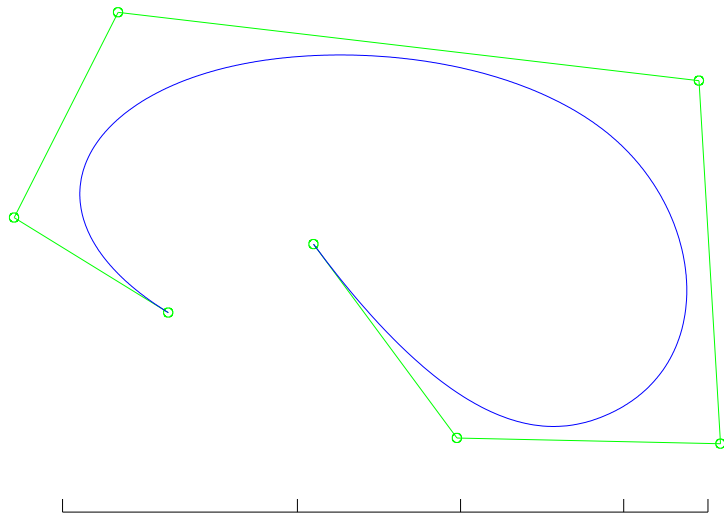
Geri's game - Pixar Animation Studio (1997)

Surface de subdivision



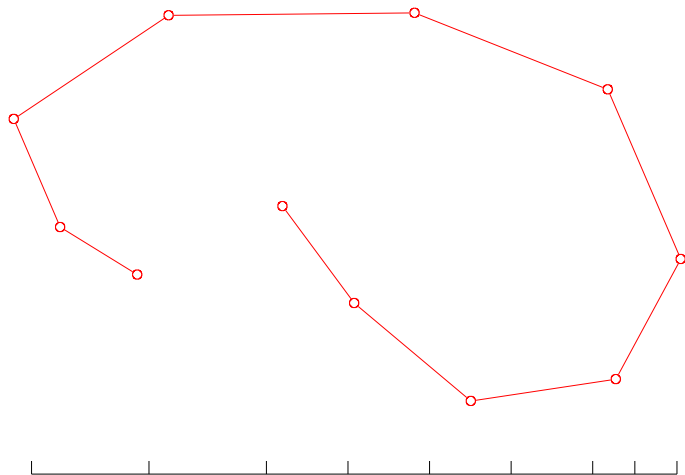
Geri's game - Pixar Animation Studio (1997)

B-Spline - subdivision



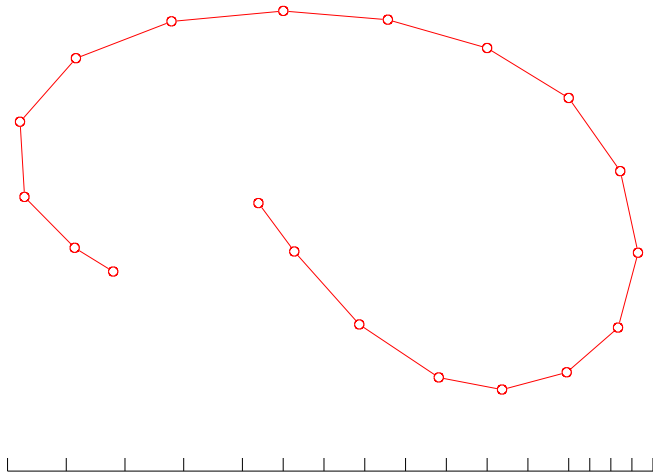
Polygone initial et courbe

B-Spline - subdivision



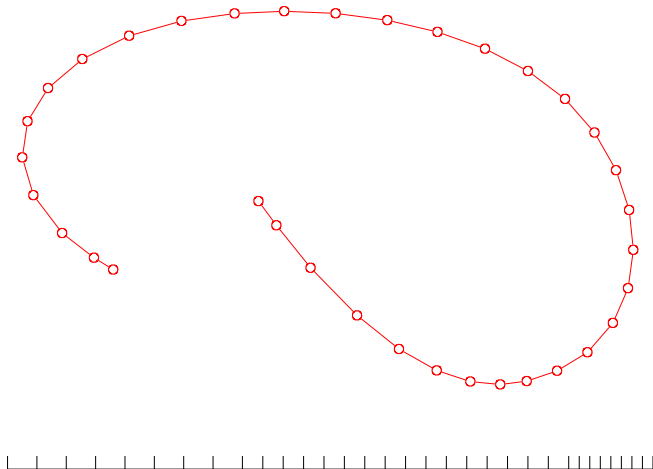
Polygone après 1 subdivision

B-Spline - subdivision



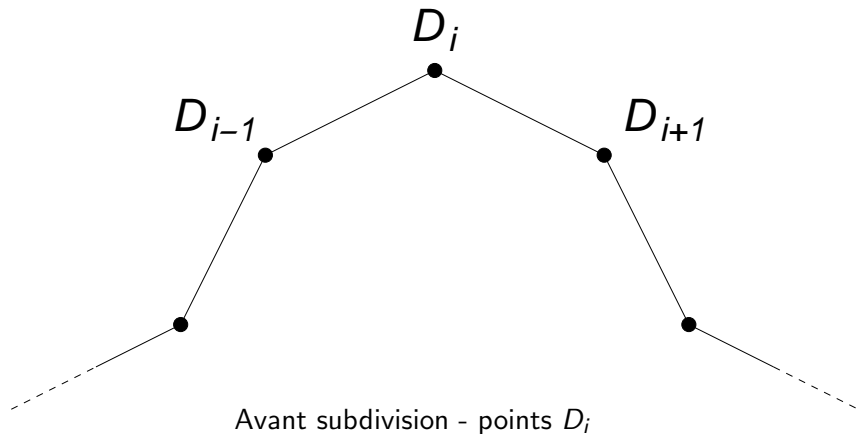
Polygone après 2 subdivisions

B-Spline - subdivision

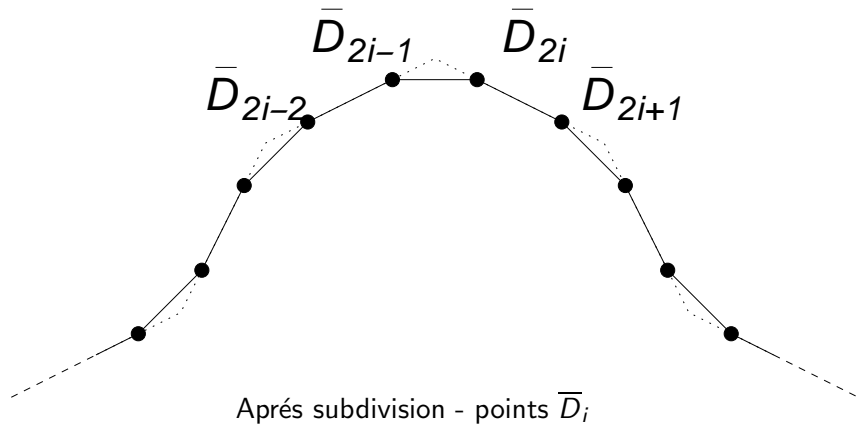


Polygone après 3 subdivisions

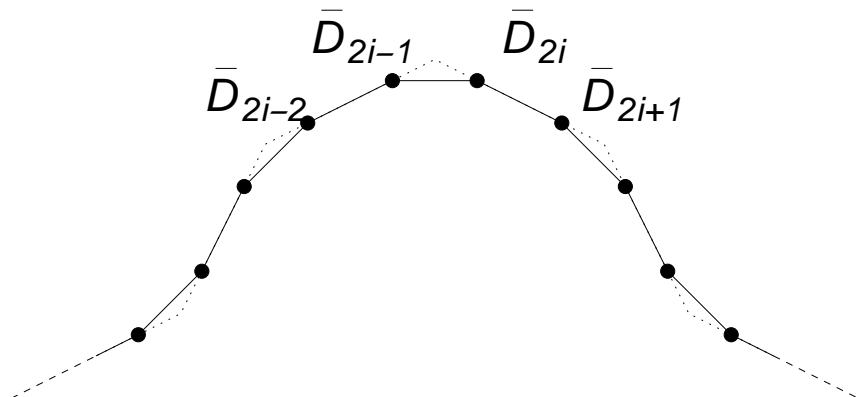
Subdivision d'une B-spline quadrique à noeuds équidistants



Subdivision d'une B-spline quadrique à noeuds équidistants



Subdivision d'une B-spline quadrique à noeuds équidistants



$$\begin{cases} \bar{D}_{2i} &= (3D_i + D_{i+1})/4 \\ \bar{D}_{2i+1} &= (D_i + 3D_{i+1})/4 \end{cases}$$

Schéma de subdivision - Exemple de Chaïkin

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{D}_{2i-3} \\ \bar{D}_{2i-2} \\ \bar{D}_{2i-1} \\ \bar{D}_{2i} \\ \bar{D}_{2i+1} \\ \bar{D}_{2i+2} \\ \bar{D}_{2i+3} \\ \bar{D}_{2i+4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 3/4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 3/4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ D_{i-1} \\ D_i \\ D_{i+1} \\ D_{i+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Représentation matricielle : $\bar{D} = S D$

Schéma de subdivision - Exemple de Chaïkin

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{D}_{2i-3} \\ \bar{D}_{2i-2} \\ \bar{D}_{2i-1} \\ \bar{D}_{2i} \\ \bar{D}_{2i+1} \\ \bar{D}_{2i+2} \\ \bar{D}_{2i+3} \\ \bar{D}_{2i+4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 3/4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 3/4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ D_{i-1} \\ D_i \\ D_{i+1} \\ D_{i+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

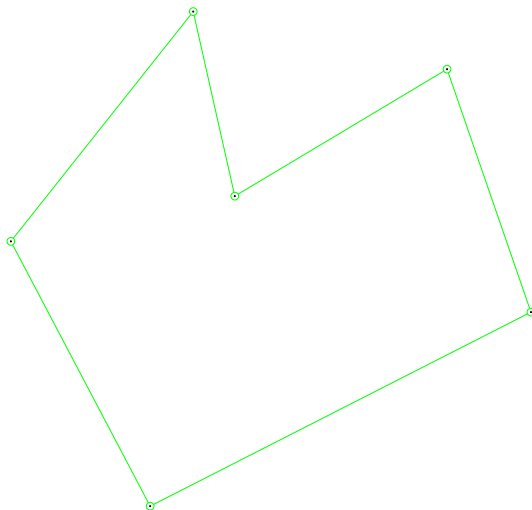
Masque de subdivision

Schéma de subdivision - Exemple de Chaïkin

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{D}_{2i-3} \\ \bar{D}_{2i-2} \\ \bar{D}_{2i-1} \\ \bar{D}_{2i} \\ \bar{D}_{2i+1} \\ \bar{D}_{2i+2} \\ \bar{D}_{2i+3} \\ \bar{D}_{2i+4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 3/4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 3/4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ D_{i-1} \\ D_i \\ D_{i+1} \\ D_{i+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Règles de subdivision

Schéma de subdivision d'un polygone



Le polygone initial P

Schéma de subdivision d'un polygone

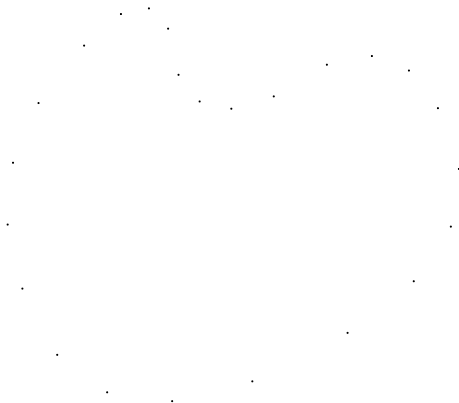
Etape 0 : $D^{(0)} = P$

Schéma de subdivision d'un polygone



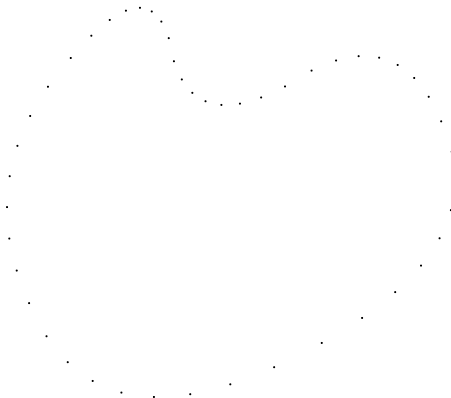
Etape 1 : $D^{(1)} = S D^{(0)} = S P$

Schéma de subdivision d'un polygone



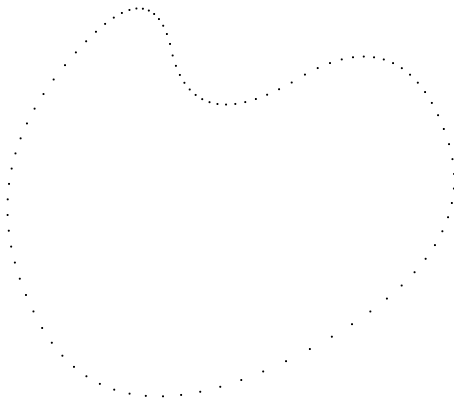
Etape 2 : $D^{(2)} = S D^{(1)} = S^2 P$

Schéma de subdivision d'un polygone



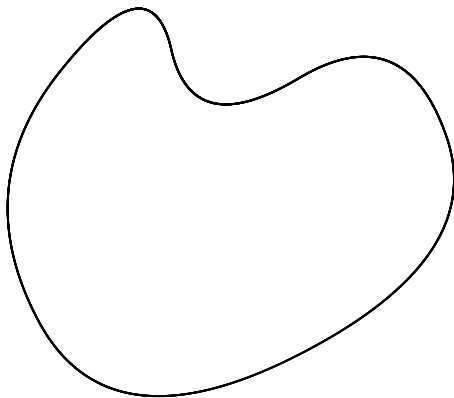
Etape 3 : $D^{(3)} = S D^{(2)} = S^3 P$

Schéma de subdivision d'un polygone



Etape 4 : $D^{(4)} = S D^{(3)} = S^4 P$

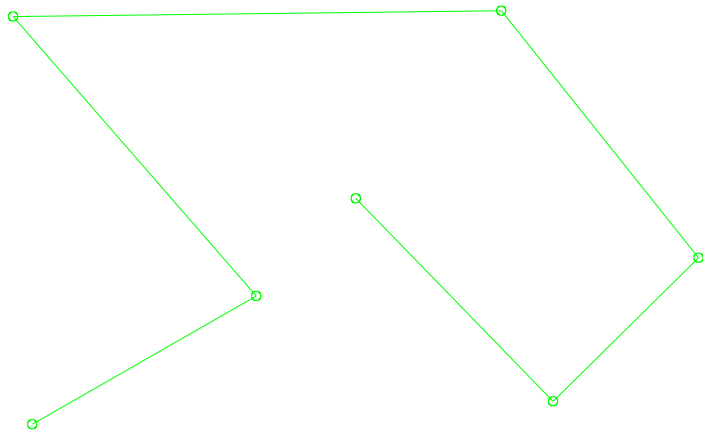
Schéma de subdivision d'un polygone



Courbe finale : $D^{(\infty)} = S^{\infty} P$

Schéma de subdivision approximant

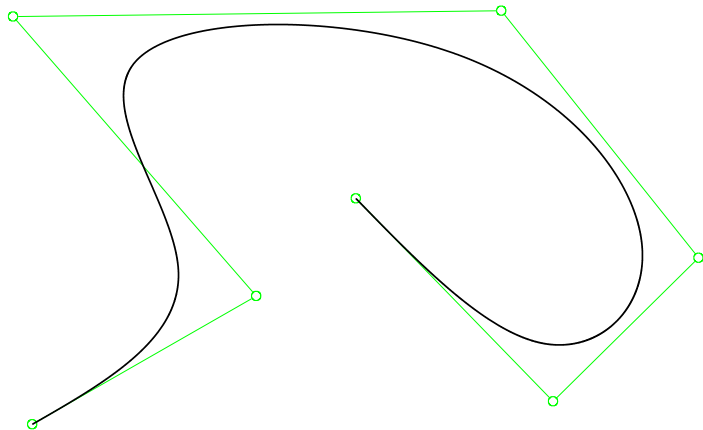
Exemple du schéma de Catmull-Clark



Polygone initial

Schéma de subdivision approximant

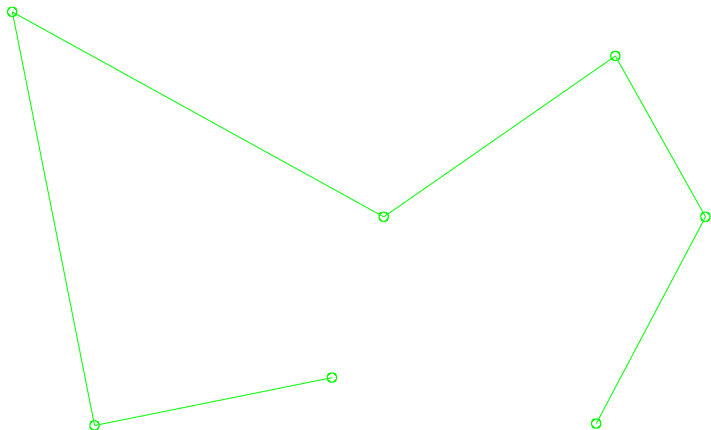
Exemple du schéma de Catmull-Clark



Polygone initial et courbe finale

Schéma de subdivision interpolant

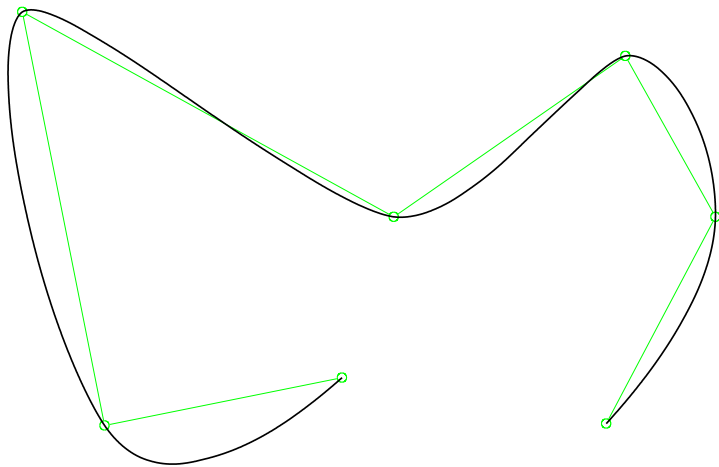
Exemple du schéma à 4 points



Polygone initial

Schéma de subdivision interpolant

Exemple du schéma à 4 points



Polygone initial et courbe finale

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Chaikin

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{D}_{2i-3} \\ \bar{D}_{2i-2} \\ \bar{D}_{2i-1} \\ \bar{D}_{2i} \\ \bar{D}_{2i+1} \\ \bar{D}_{2i+2} \\ \bar{D}_{2i+3} \\ \bar{D}_{2i+4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 3/4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 3/4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ D_{i-1} \\ D_i \\ D_{i+1} \\ D_{i+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Masque de subdivision

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Chaikin

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{D}_{2i-3} \\ \bar{D}_{2i-2} \\ \bar{D}_{2i-1} \\ \bar{D}_{2i} \\ \bar{D}_{2i+1} \\ \bar{D}_{2i+2} \\ \bar{D}_{2i+3} \\ \bar{D}_{2i+4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \dots & 3/4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 3/4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ D_{i-1} \\ D_i \\ D_{i+1} \\ D_{i+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Sous-matrice du masque de subdivision

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Chaikin

$$M = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \end{pmatrix}$$

Sous-matrice du masque de subdivision

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Chaikin

$$M = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \end{pmatrix}$$

Valeurs propres (par ordre décroissant) :

$$\{\lambda_1 = 1 > \lambda_2 = 0.5 > \lambda_3 = 0.25 > \lambda_4 = 0\}$$

Vecteurs propres :

$$\{v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\}$$

Sous-matrice du masque de subdivision

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Catmull-Clark

$$M = \begin{pmatrix} 1/8 & 6/8 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 4/8 & 4/8 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 6/8 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 4/8 & 4/8 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 6/8 & 1/8 \end{pmatrix}$$

Sous-matrice du masque de subdivision

Continuité d'un schéma de subdivision

Exemple du schéma de Catmull-Clark

Valeurs propres (par ordre décroissant) :

$$\{\lambda_1 = 1 > \lambda_2 = 0.5 > \lambda_3 = 0.25 > \lambda_4 = \lambda_5 = 1/8\}$$

Vecteurs propres :

$$\left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}, \right.$$

$$v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \left. \right\}$$

Eléments propres

Continuité d'un schéma de subdivision

Condition de continuité C^k du schéma

M : sous-matrice carrée (de dim. n) du masque vérifie

Continuité d'un schéma de subdivision

Condition de continuité C^k du schéma

M : sous-matrice carrée (de dim. n) du masque vérifie

- ▶ $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ forme une base
- ▶ les $k + 2$ premières valeurs propres sont non nulles
- ▶ $1 = \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{k+2} \geq |\lambda_{k+3}| \geq \dots \geq 0$

Continuité d'un schéma de subdivision

Condition de continuité C^k du schéma

M : sous-matrice carrée (de dim. n) du masque vérifie

- ▶ $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ forme une base
- ▶ les $k + 2$ premières valeurs propres sont non nulles
- ▶ $1 = \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{k+2} \geq |\lambda_{k+3}| \geq \dots \geq 0$

Schéma de Chaikin : C^1

$$\{\lambda_1 = 1 > \lambda_2 = 0.5 > \lambda_3 = 0.25 > \lambda_4 = 0\}$$

Continuité d'un schéma de subdivision

Condition de continuité C^k du schéma

M : sous-matrice carrée (de dim. n) du masque vérifie

- ▶ $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ forme une base
- ▶ les $k + 2$ premières valeurs propres sont non nulles
- ▶ $1 = \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{k+2} \geq |\lambda_{k+3}| \geq \dots \geq 0$

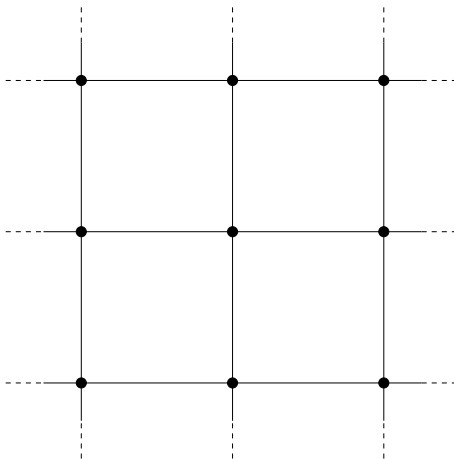
Schéma de Chaikin : C^1

$$\{\lambda_1 = 1 > \lambda_2 = 0.5 > \lambda_3 = 0.25 > \lambda_4 = 0\}$$

Schéma de Catmull-Clark : C^2

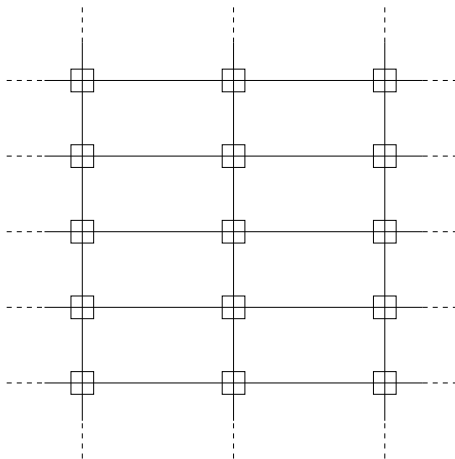
$$\{\lambda_1 = 1 > \lambda_2 = 0.5 > \lambda_3 = 0.25 > \lambda_4 = \lambda_5 = 1/8\}$$

Surface de subdivision produit tensoriel



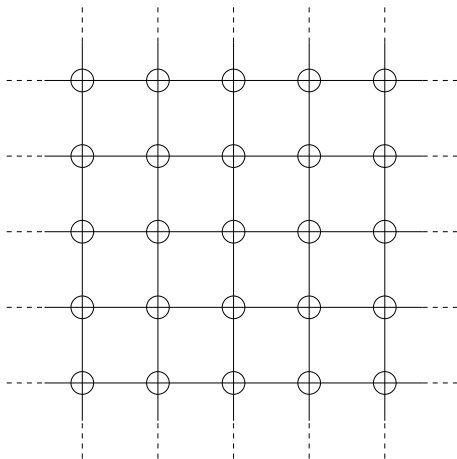
Polygone initial

Surface de subdivision produit tensoriel



Subdivision suivant le paramètre 1

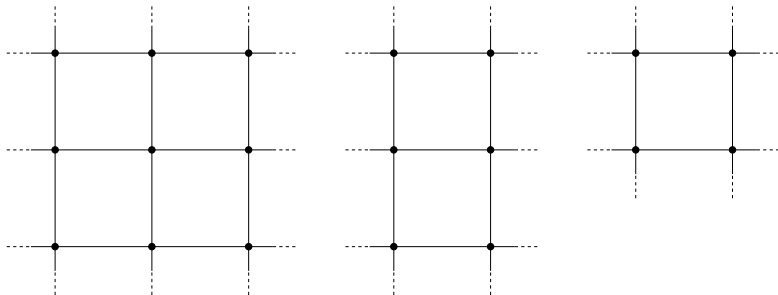
Surface de subdivision produit tensoriel



Subdivision suivant le paramètre 2

Surface de subdivision produit tensoriel

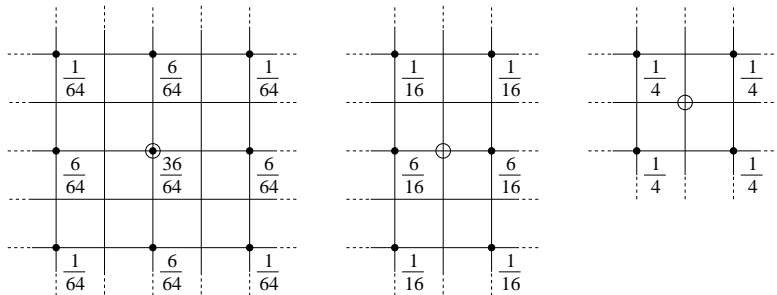
Règles pour le schéma de Catmull-Clark (B-spline d'ordre 4)



Règles de subdivision (mailles internes)

Surface de subdivision produit tensoriel

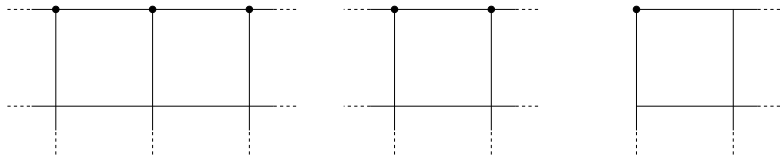
Règles pour le schéma de Catmull-Clark (B-spline d'ordre 4)



Règles de subdivision (mailles internes)

Surface de subdivision produit tensoriel

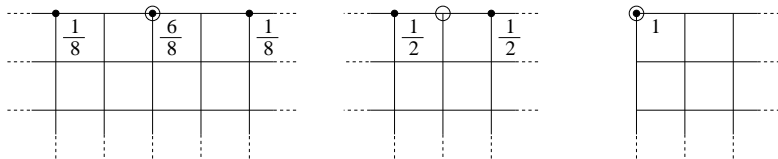
Règles pour le schéma de Catmull-Clark (B-spline d'ordre 4)



Règles de subdivision (mailles externes)

Surface de subdivision produit tensoriel

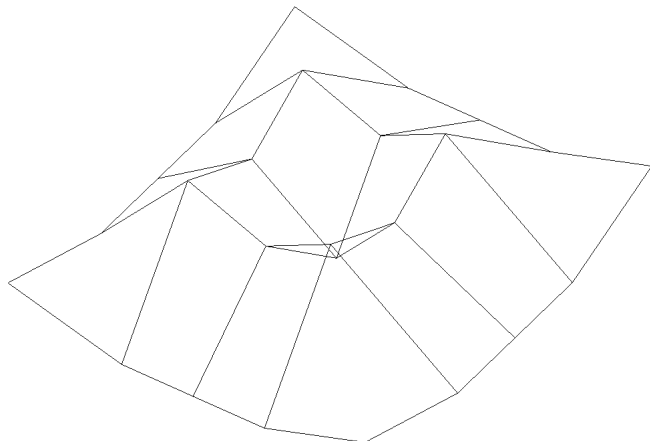
Règles pour le schéma de Catmull-Clark (B-spline d'ordre 4)



Règles de subdivision (mailles externes)

Surface de subdivision produit tensoriel

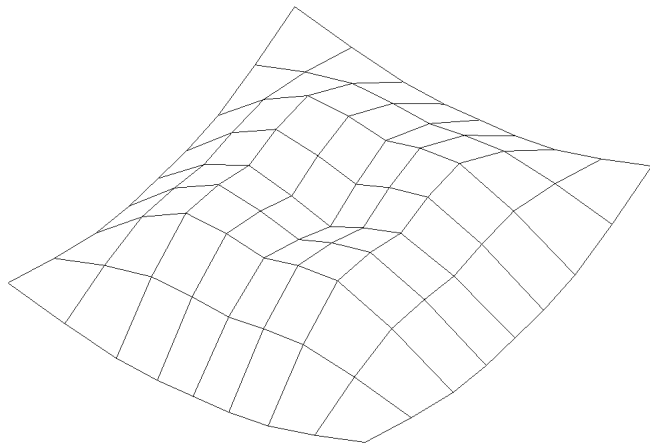
Exemple du schéma de Catmull-Clark



Maillage initial

Surface de subdivision produit tensoriel

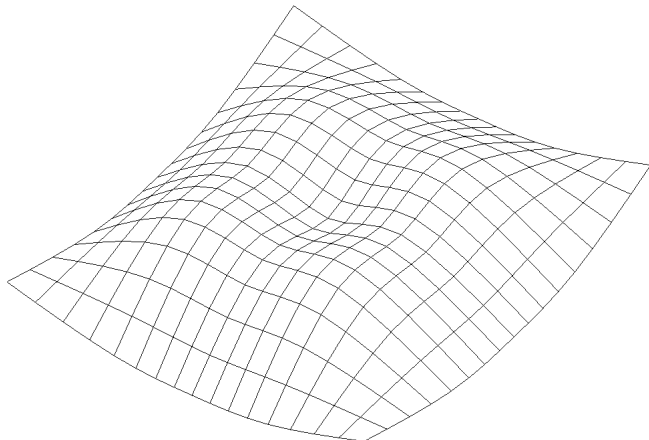
Exemple du schéma de Catmull-Clark



Maillage après 1 subdivision

Surface de subdivision produit tensoriel

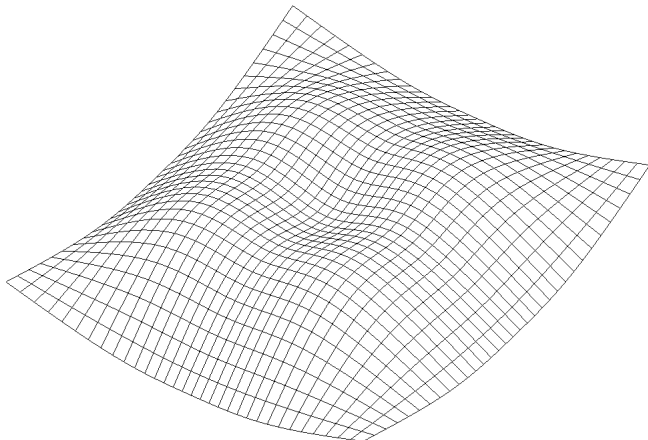
Exemple du schéma de Catmull-Clark



Maillage après 2 subdivisions

Surface de subdivision produit tensoriel

Exemple du schéma de Catmull-Clark



Maillage après 3 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

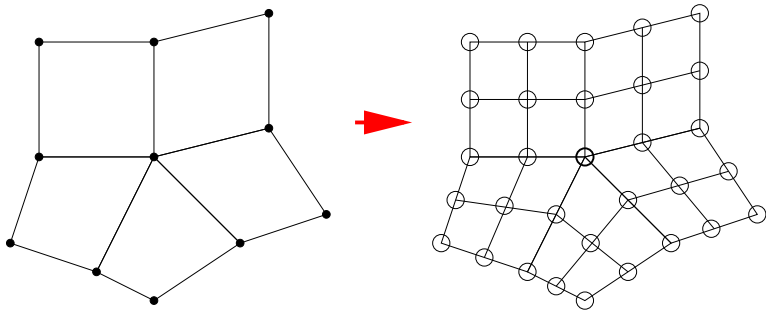
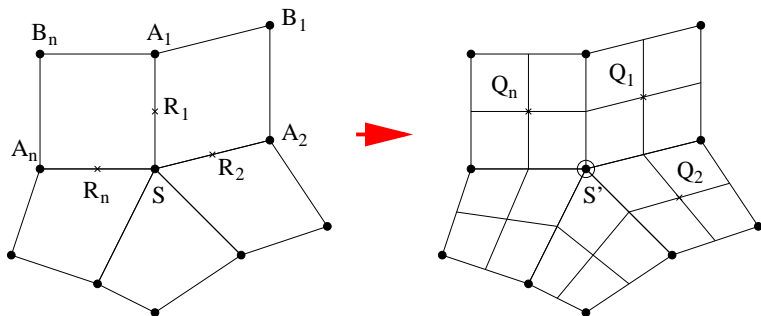


Schéma de subdivision d'une quadrangulation
Schéma approximant

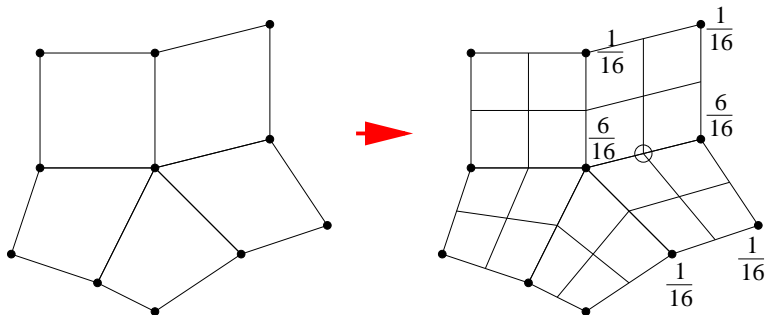
Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark



Règles pour les sommets issus de sommets internes de degré n

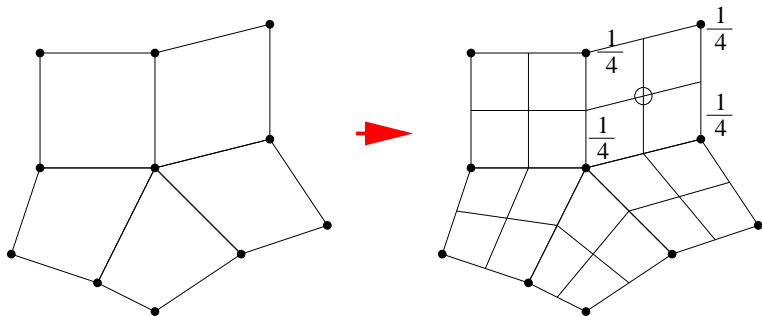
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i = \frac{1}{4}(A_i + B_i + A_{i+1} + S), \quad R_i = \frac{1}{2}(A_i + S) \\ Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i, \quad R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \text{ et } S' = \frac{1}{n} (Q + 2R + (n-3)S) \end{array} \right.$$

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark



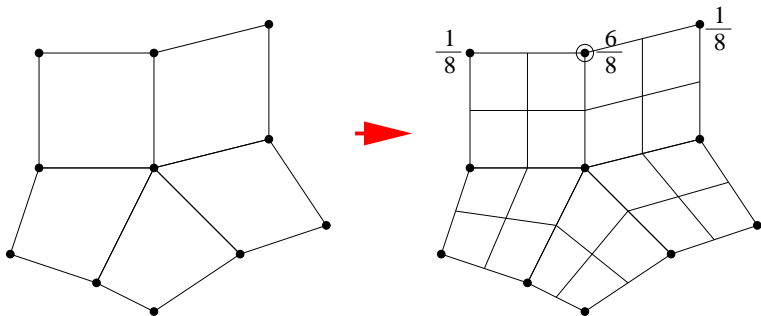
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark



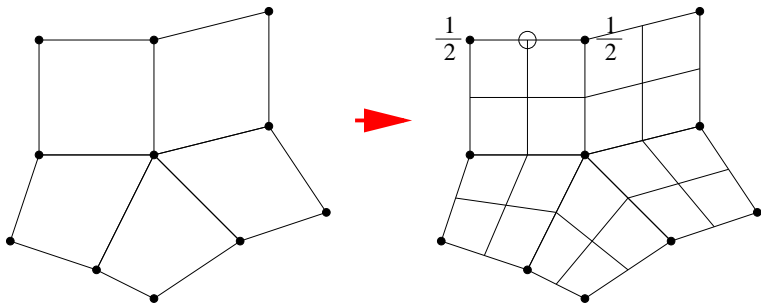
Règles pour les sommets issus de quadrangles

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark



Règles pour les sommets issus de sommets externes

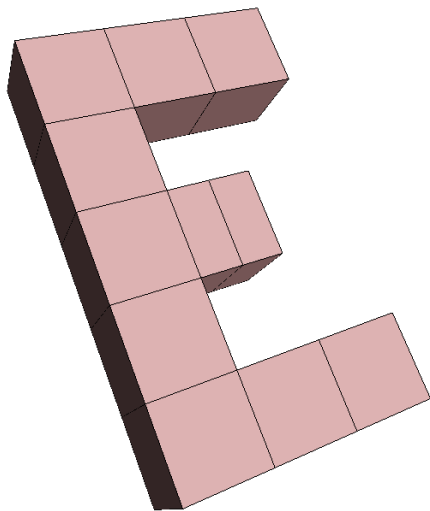
Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark



Règles pour les sommets issus d'arêtes externes

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

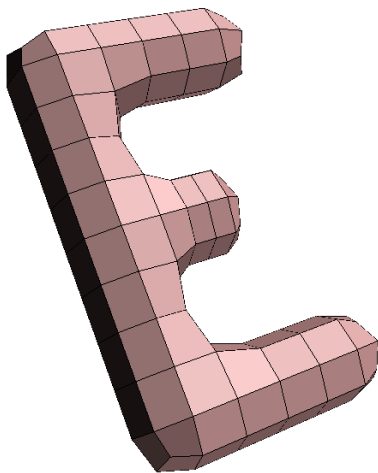
Un exemple



Maillage initial

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

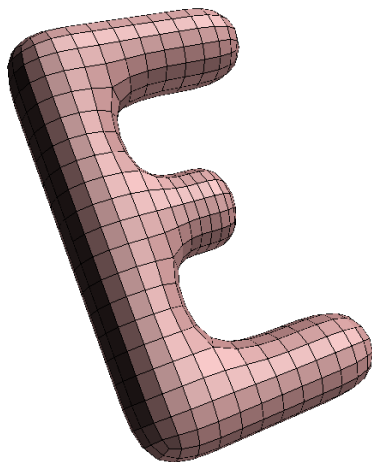
Un exemple



Maillage après 1 subdivision

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

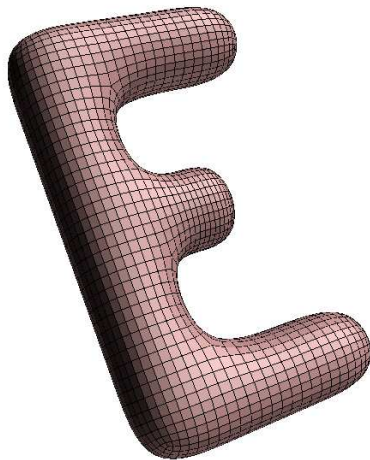
Un exemple



Maillage après 2 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

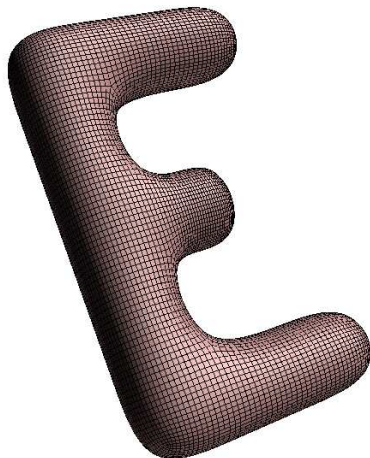
Un exemple



Maillage après 3 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

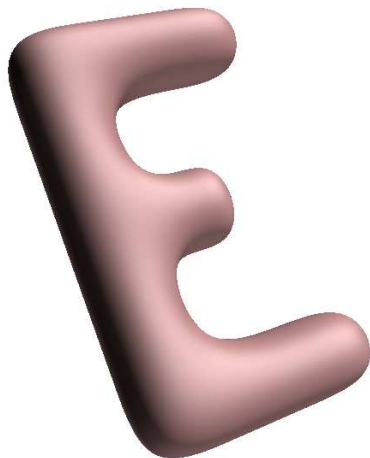
Un exemple



Maillage après 4 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Catmull-Clark

Un exemple



Surface finale

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

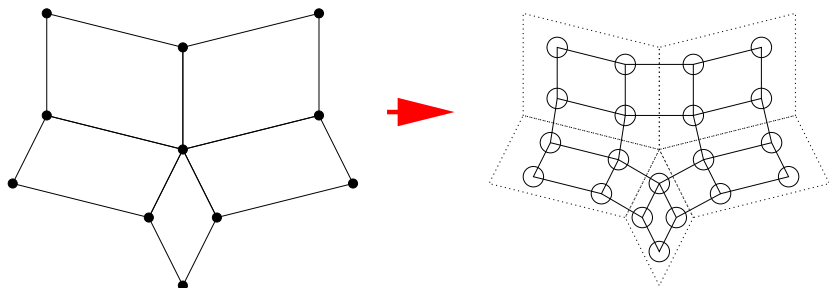
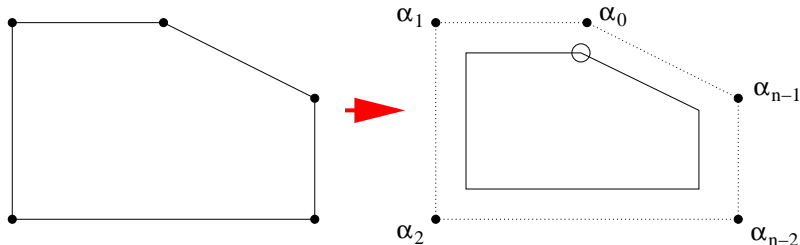


Schéma de subdivision d'une quadrangulation
Schéma approximant

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

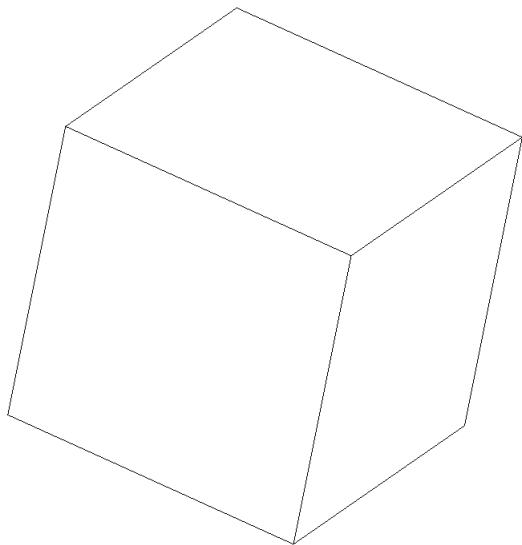


Règles pour les sommets issus de faces à n sommets

$$\alpha_0 = \frac{1}{4} + \frac{5}{4n} \text{ et } \alpha_i = \frac{3 + 2 \cos(2i\pi/n)}{4n} \text{ pour } 1 \leq i \leq n-1$$

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

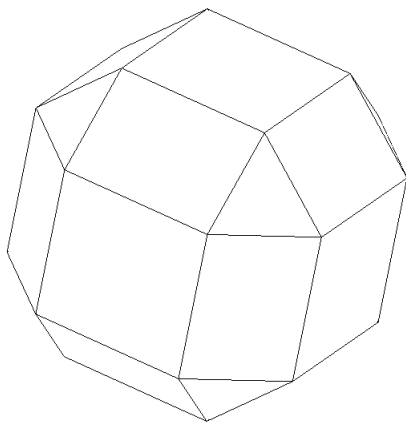
Un exemple



Maillage initial (cube)

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

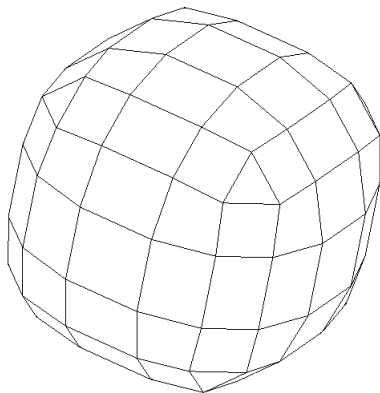
Un exemple



Maillage après 1 subdivision

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

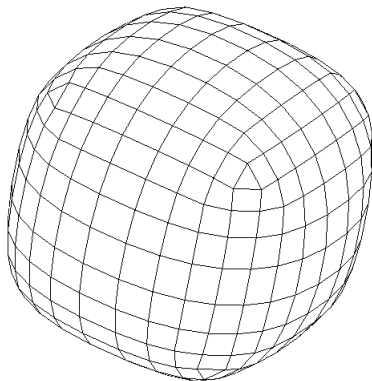
Un exemple



Maillage après 2 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

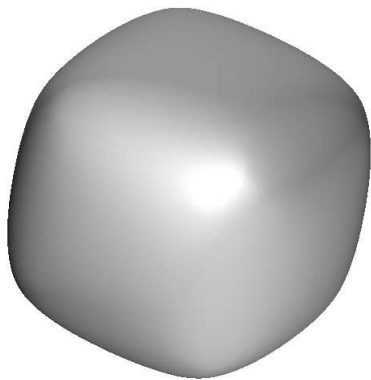
Un exemple



Maillage après 3 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Doo-Sabin

Un exemple



Surface finale

Surface de subdivision - schéma de Loop

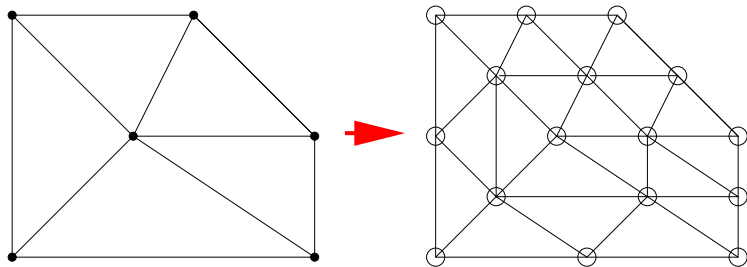
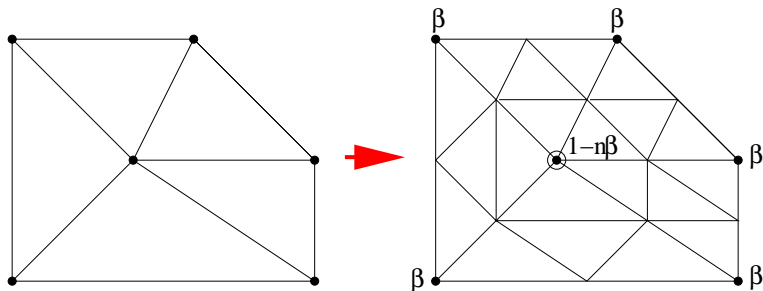


Schéma de subdivision d'une triangulation
Schéma approximant

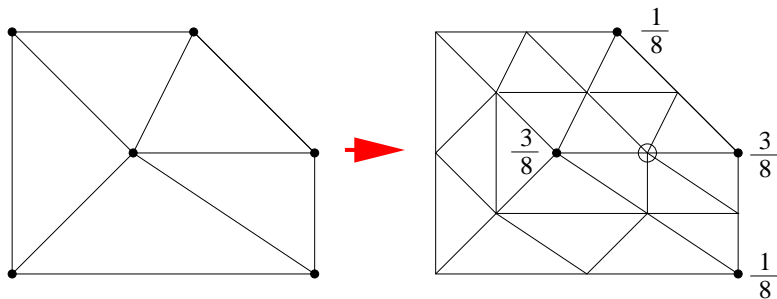
Surface de subdivision - schéma de Loop



Règles pour les sommets issus de sommets internes de degré n

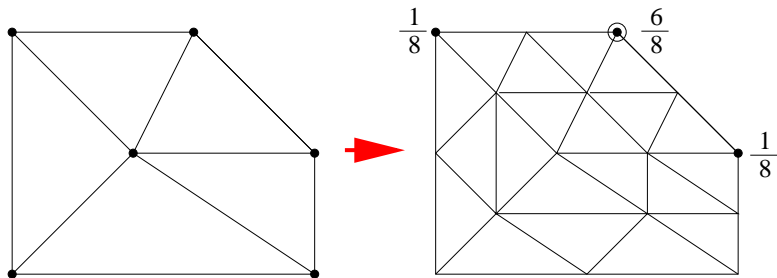
$$\beta = \frac{1}{n} \left(\frac{5}{8} - \left[\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right]^2 \right)$$

Surface de subdivision - schéma de Loop



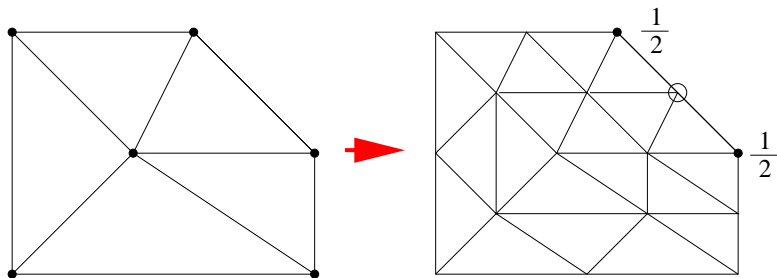
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma de Loop



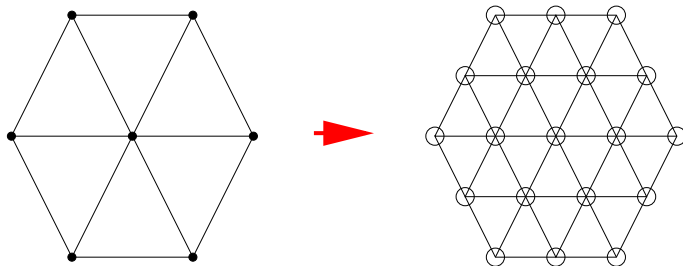
Règles pour les sommets issus de sommets externes

Surface de subdivision - schéma de Loop



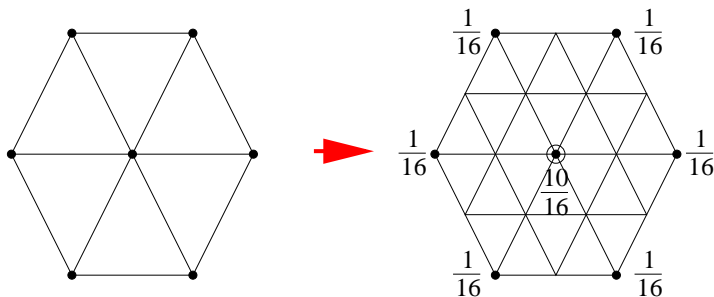
Règles pour les sommets issus d'arêtes externes

Surface de subdivision - schéma de Loop



Cas d'une triangulation régulière (sommets internes de degré 6)

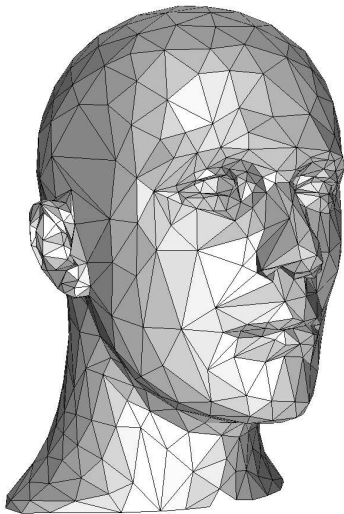
Surface de subdivision - schéma de Loop



Cas d'une triangulation régulière (sommets internes de degré 6)
Règles pour les sommets issus de sommets internes

Surface de subdivision - schéma de Loop

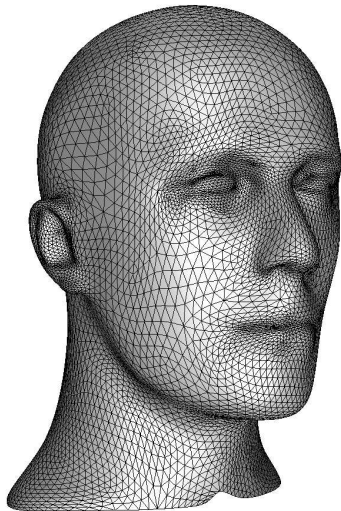
Un exemple



Maillage initial

Surface de subdivision - schéma de Loop

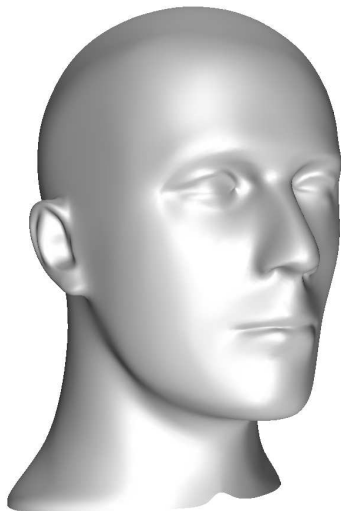
Un exemple



Maillage après 2 subdivisions

Surface de subdivision - schéma de Loop

Un exemple



Maillage après 2 subdivisions

Surface de subdivision - schéma Butterfly

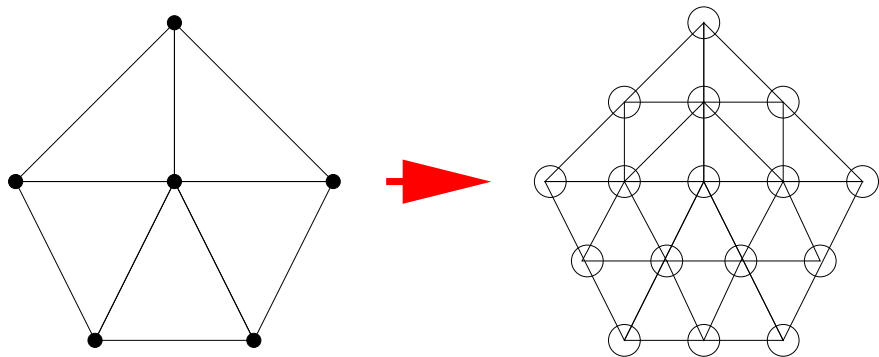
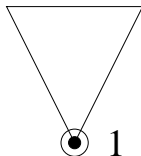


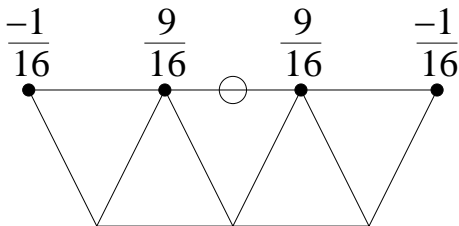
Schéma de subdivision d'une triangulation
Schéma interpolant

Surface de subdivision - schéma Butterfly



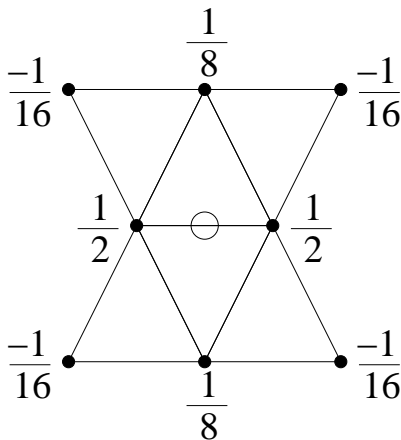
Règles pour les sommets issus de sommets

Surface de subdivision - schéma Butterfly



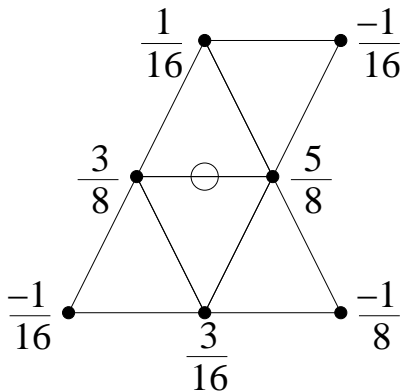
Règles pour les sommets issus d'arêtes externes

Surface de subdivision - schéma Butterfly



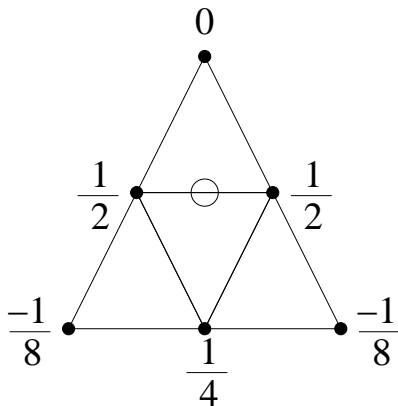
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma Butterfly



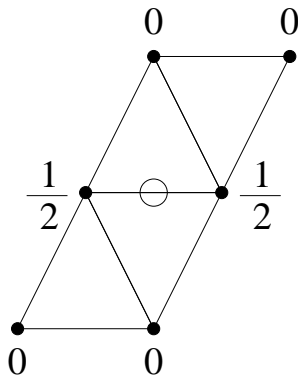
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma Butterfly



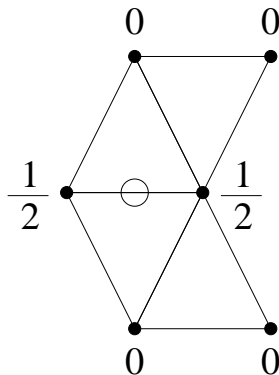
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma Butterfly



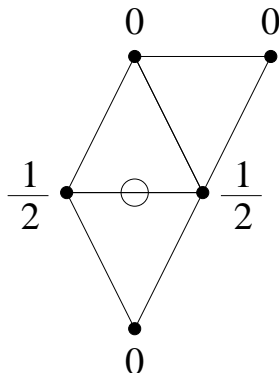
Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma Butterfly



Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

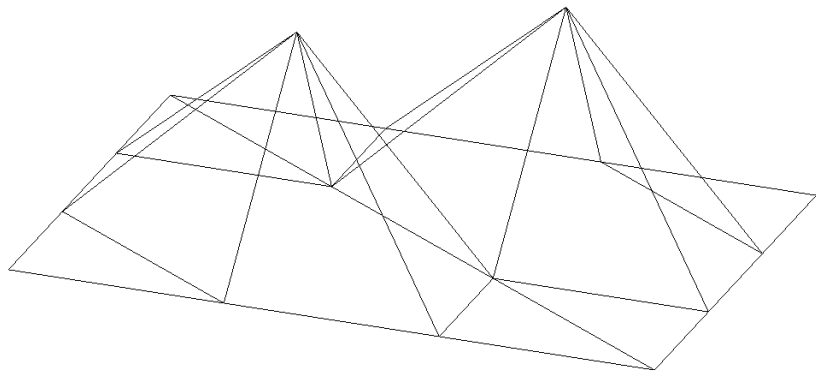
Surface de subdivision - schéma Butterfly



Règles pour les sommets issus d'arêtes internes

Surface de subdivision - schéma Butterfly

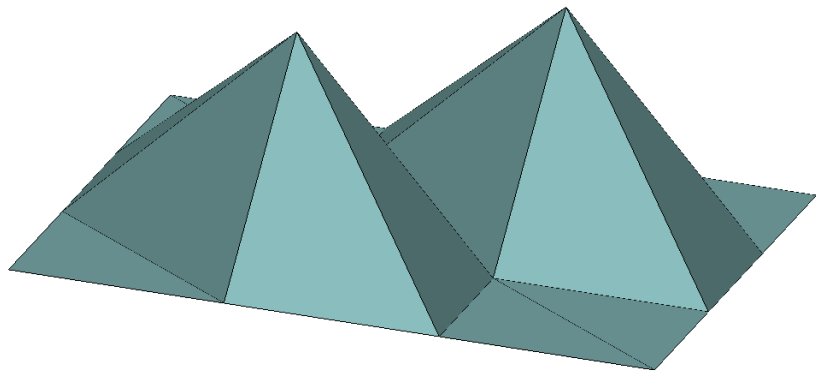
Exemple d'un maillage régulier



Maillage initial

Surface de subdivision - schéma Butterfly

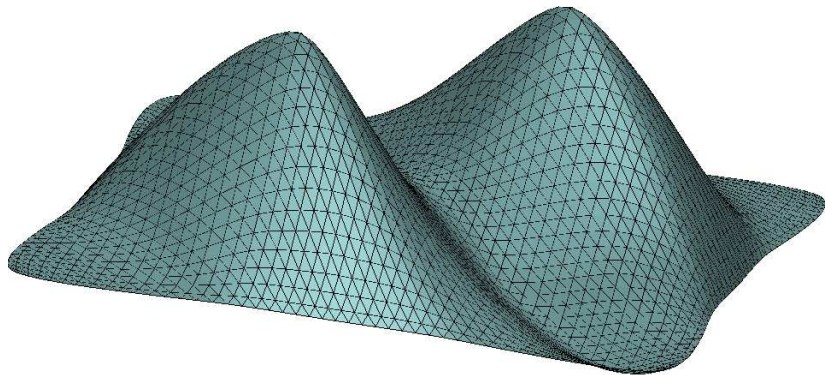
Exemple d'un maillage régulier



Maillage initial

Surface de subdivision - schéma Butterfly

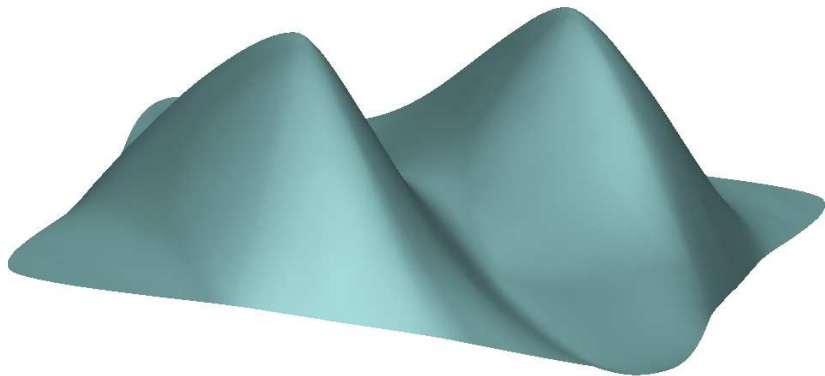
Exemple d'un maillage régulier



Maillage après 4 subdivisions

Surface de subdivision - schéma Butterfly

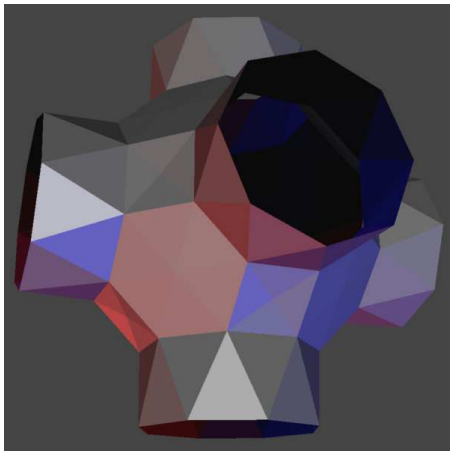
Exemple d'un maillage régulier



Surface finale lisse (G^1)

Surface de subdivision - schéma Butterfly

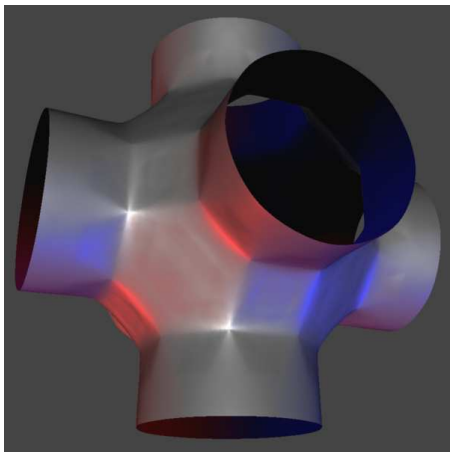
Exemple d'un maillage quelconque



Maillage initial

Surface de subdivision - schéma Butterfly

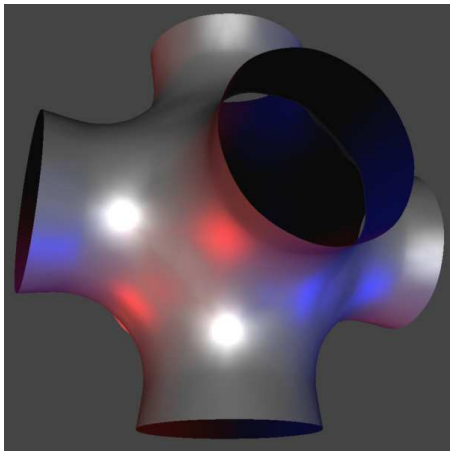
Exemple d'un maillage quelconque



Surface obtenue par le schéma Butterfly
→ surface lisse sauf aux sommets extraordinaires

Surface de subdivision - schéma Butterfly

Exemple d'un maillage quelconque



Surface obtenue par le schéma Butterfly modifié
→ surface lisse partout

Quelques schémas de subdivision classiques

Nom	Maillage	Type	Continuité de la surface
Catmull-Clark	Quadrangle	Approximant	C^2 (C^1 s.e.)
Doo-Sabin	Quadrangle	Approximant	C^1 (C^0 s.e.)
Loop	Triangle	Approximant	C^2 (C^1 s.e.)
Butterfly	Triangle	Interpolant	C^1 (C^0 s.e.)
Butterfly modif.	Triangle	Interpolant	C^1
$\sqrt{3}$	Triangle	Approximant	C^2 (C^1 s.e.)
Kobbelt	Quadrangle	Interpolant	C^1

C^2 (C^1 s.e.) : surface C^2 partout sauf aux sommets extraordinaires (seulement C^1)



FTN