Christophe Dutang christophe.dutang@grenoble-inp.fr

TP2 - CDO

Le TP est à rendre sur Teide sous la forme d'un fichier Rmarkdown `NomTrinome.Rmd`. Merci de vous assurer que le fichier compile (en un temps raisonnable).

Reprenons l'exercice 1 du TD2. Considérons un ensemble de $N > 7$ actifs normalisés définis par $X_i = \rho V + \sqrt{1-\rho^2} V_i$ où $V, V_1, \dots, V_N$ sont i.i.d. gaussien $\mathcal{N}(0,1)$ et $\rho \in]-1,1[$. Le $i$ème actif fait défaut lorsque sa valeur se déprécie fortement, i.e., $X_i \leq \bar{x}_i$. On note D_i la variable associée au défaut, i.e., $D_i = 1_{X_i \leq \bar{x}_i}$. Pour simplifier on suppose que le seuil est commun et défini par $\bar{x}_i = \Phi^{-1}(q)$. Considérons le nombre total de défauts

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^{N} D_i.$$

On définit 3 tranches de pertes de crédit (on suppose un notionnel unitaire)

$$T_{equity} = \min(D_{tot}, 3), T_{mezzanine} = \min(\max(D_{tot} - 3, 0), 3), T_{senior} = \max(D_{tot} - 6, 0).$$

Les valeurs de base des paramètres sont

$$N = 10, q = 0.1, \rho = \frac{1}{2}.$$

1. Proposer un algorithme de simulation pour le vecteur X et l'implémenter.
   NB: les fonctions à utiliser `rnorm`, `cbind`, `diag`, `replicate`.
2. En déduire un algorithme de simulation pour le vecteur D et l'implémenter.
   NB: les fonctions à utiliser `qnorm`.
3. Implémenter la simulation de D_{tot} et vérifier les probabilités $P(D_{tot} = d)$ par simulation et par intégration numérique, voir `integrate`.
4. Simuler 100 000 variables pour les 3 tranches et vérifier leur dépendance via la corrélation empirique `cor`.
5. Implémenter une fonction calculant le tarif moyen des tranches T_{equity}, $T_{mezzanine}$, T_{senior}.
   NB: les fonctions à utiliser `pmin`, `pmax`.
6. Tracer le tarif moyen (issu des simulations) des 3 tranches en fonction de ρ et commenter.
7. Tracer le tarif moyen (issu des simulations) des 3 tranches en fonction de q et commenter.