Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri
Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya

Oleh Kelompok HMF Algeorithm:
Muhammad Hasan - 13518012 - K03
Farras Mohammad Hibban Faddila - 13518017 - K02
Morgen Sudyanto - 13518093 - K03

BAB I
Deskripsi Masalah

Dalam mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri telah diajarkan teori dan algoritma pada matriks yang dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa permasalahan pada topik aljabar linier, seperti mencari solusi sebuah sistem persamaan linier (SPL), perhitungan determinan matriks, mencari balikan sebuah matriks, dan melakukan interpolasi polinomial. Langkah-langkah serta algoritma yang dapat digunakan di antaranya adalah operasi baris elementer, metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (*invers*) dan kaidah Cramer.

Banyak sekali masalah-masalah di dunia nyata yang dapat diselesaikan melalui aljabar linier. Salah satu contohnya adalah ketika mencari nilai-nilai arus pada rangkaian listrik ataupun dalam teknik sipil ketika ingin menyelesaikan perhitungan mekanika yang melibatkan banyak variabel. Biasanya, sistem persamaan yang didapat diubah ke dalam bentuk persamaan matriks, sehingga dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma-algoritma yang telah disebutkan sebelumnya. Karena melibatkan banyak variabel, perhitungan dengan tangan tidak lagi menjadi *feasible*. Oleh karena itu, hal yang perlu dilakukan adalah melakukan implementasi algoritma-algoritma matriks pada komputer ke dalam sebuah program agar dapat dilakukan automasi untuk penghitungan. Program dibuat menggunakan bahasa Java.

Program yang dibuat mampu melakukan beberapa hal yakni
1) Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (*invers*), serta kaidah Cramer.
2) Menyelesaikan persoalan interpolasi polinomial
3) Menghitung determinan sebuah matriks dengan beberapa cara yang disebutkan pada poin 1), ditambah dengan menggunakan matriks kofaktor serta matriks adjoin dari matriks tersebut.

Selain itu, program ini memiliki beberapa spesifikasi sebagai berikut:
1) Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun dari file external .txt
2) Untuk SPL, masukan dari keyboardnya adalah m, n, (ukuran dari matriks) dan nilai dari koefisien-koefisien a_{ij} dan b_i. Sedangkan, masukan dari file eksternal berbentuk matriks *augmented* tanpa ada tanda kurung, dan setiap elemen matriks dipisah oleh spasi.
3) Untuk menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n (ukuran matriks persegi) serta a_{ij}, entri dari matriks-matriks perseginya. Sedangkan, masukan dari filenya berbentuk matriks persegi, dengan setiap elemen dipisah oleh tanda spasi.
4) Untuk persoalan interpolasi, masukannya dari keyboard adalah n, yakni derajat dari polinomial yang akan menginterpolasi, serta $n + 1$ titik x, y yang akan ditaksir oleh

polinomial tersebut. Sedangkan, jika masukannya dari file, titik tersebut dinyatakan pada tiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5) Untuk SPL, keluaran program adalah solusi dari SPL tersebut. Jika solusinya tunggal, maka nilainya ditulis. Jika tidak ada solusi, ditulis tidak ada solusi. Sedangkan jika solusinya banyak, ditulis dalam bentuk parametrik.
6) Untuk persoalan determinan, matriks balikan, matriks kofaktor, dan matriks adjoin, maka keluarannya sesuai dengan persoalan masing-masing.
7) Untuk persoalan interpolasi polinom, keluarannya adalah persamaan polinom dan taksiran nilai fungsi pada nilai x yang diberikan.
8) Keluaran program harus dapat ditampilkan pada layar ataupun disimpan ke file eksternal.

BAB II
Landasan Teori

1. Metode Eliminasi Gauss
   Metode eliminasi Gauss merupakan sebuah algoritma pada matriks yang digunakan untuk menyelesaikan sebuah sistem persamaan linier. Pada tiap langkah di algoritma tersebut dilakukan Operasi Baris Elementer (OBE) pada suatu matriks. Tujuan dari algoritma ini adalah untuk menghasilkan sebuah matriks eselon, yakni matriks yang memenuhi sifat-sifat berikut:
   - Setiap baris tak nol memiliki angka satu paling kiri (*leading one*).
   - Setiap kolom hanya memiliki maksimal sebuah baris yang *leading one* nya terletak pada kolom tersebut.
   - Baris nol terletak di paling bawah matriks.

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
   Metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan ekstensi dari metode eliminasi gauss. Dengan mengaplikasikan eliminasi Gauss-Jordan pada sebuah matriks, akan diperoleh sebuah matriks eselon tereduksi. Matriks eselon tereduksi memiliki empat sifat utama, yakni tiga sifat milik matriks eselon, dan yang terakhir setiap kolom yang memiliki leading one, entri pada kolom tersebut selain leading one nya adalah nol.

3. Determinan
   Determinan merupakan nilai yang di-*assign* pada suatu matriks persegi, yang bergantung pada entri-entri dari matriks tersebut. Secara khusus, determinan dari suatu matriks *A* dinotasikan sebagai $det(A)$. Notasi lain adalah, apabila

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

   Maka

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Untuk matriks berukuran kecil ($2 \times 2, 3 \times 3$), menentukan determinan cukup mudah. Pada matriks berukuran 2×2 berlaku hubungan

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Sedangkan untuk matriks berukuran 3×3 determinannya dapat dihitung dengan ekspansi kofaktor. Berikut ini adalah penghitungan determinan matriks ber-orde 3 dengan ekspansi kofaktor terhadap baris pertama

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

4. Matriks Balikan

   Matriks balikan (matriks invers) dari suatu matriks persegi A yang berukuran $n \times n$ adalah suatu matriks B yang memenuhi $AB = BA = I_n$, dengan I_n adalah matriks identitas berukuran $n \times n$. Matriks B ini dapat ditulis juga sebagai A^{-1}. Matriks balikan hanya dimiliki oleh matriks persegi yang determinannya tidak nol.

   Matriks balikan dari matriks A, dapat dicari menggunakan dua cara. Cara pertama adalah dengan memanfaatkan persamaan yang melibatkan matriks balikan, matriks adjoin, serta determinan berikut

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)} adj(A)$$

   Sedangkan, cara kedua adalah dengan cara menerapkan langkah-langkah OBE kepada matriks identitas yang sama persis dengan langkah-langkah OBE yang diterapkan ketika melakukan metode Eliminasi Gauss-Jordan kepada matriks A. Matriks yang diperoleh melalui langkah tersebut adalah A^{-1}.

5. Matriks kofaktor

   Pada matriks A, misalkan a_{ij} merupakan entri dari matriks tersebut yang terletak pada baris ke i dan kolom ke j. Matriks yang dihasilkan dengan cara menghapus baris ke-i dan kolom ke-j dari A disebut dengan matriks minor M_{ij}. Sedangkan, kofaktor dari elemen a_{ij} didefinisikan sebagai nilai berikut:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} det(M_{ij}).$$

   Matriks kofaktor dari matriks A adalah matriks yang entri-entrinya merupakan nilai kofaktor dari setiap elemen matriks A tadi. Dengan kata lain, dapat dituliskan bahwa

$$cof(A) = (c_{ij})_{1\leq i,j\leq n} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

6. Matriks Adjoin
   Matriks adjoin dari sebuah matriks A merupakan transpose dari matriks kofaktor A, dan dinotasikan sebagai $adj(A)$. Dengan kata lain,

$$adj(A) = cof(A)^T$$

7. Kaidah Cramer
   Kaidah Cramer merupakan sebuah metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Diketahui sistem persamaan linier dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

   Untuk mencari nilai dari tiap variabel x_i dapat digunakan hubungan berikut

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}, x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}, \dots, x_n = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}$$

   Yakni, untuk mencari nilai variabel ke-i, dihitung nilai determinan dari matriks hasil menukar kolom ke-i dari A dengan b dan nilai determinan matriks A itu sendiri.

8. Interpolasi Polinom
   Interpolasi merupakan sebuah persoalan untuk mencari sebuah fungsi yang nilainya cocok dengan data yang diberikan (*fitting*). Sebagai contoh, apabila data yang diberikan berbentuk pasangan-pasangan bilangan (x_i, y_i), maka persoalan interpolasi berarti mencari sebuah fungsi f yang memenuhi sifat bahwa nilai $f(x_i)$ bernilai y_i. Sedangkan,

interpolasi polinomial sendiri merupakan persoalan interpolasi di mana fungsi f yang dicari tadi dibatasi hanya berupa polinomial saja. Permasalahan interpolasi polinomial muncul karena banyak data yang dimodelkan dengan fungsi polinomial. Permasalahan interpolasi polinom dapat dipandang sebagai sebuah sistem persamaan linear, dan solusi dari SPL tersebut merupakan koefisien-koefisien dari polinomial interpolasi. Apabila polinomial yang dicari adalah $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, maka polinomial tersebut memenuhi sistem persamaan berikut,

$$\begin{gathered} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \cdots + a_nx_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \cdots + a_nx_1^n = y_1 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \cdots + a_nx_2^n = y_2 \\ \vdots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \cdots + a_nx_n^n = y_n \end{gathered}$$

dan sistem persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan mengubah SPL di atas menjadi persamaan matriks $Ax = B$ sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ \vdots & & & & \\ 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Polinom interpolasi dapat digunakan untuk mengaproksimasi nilai dari y pada nilai x di selang yang dibatasi nilai-nilai x_0, x_1, . . ., x_n.

BAB III
Implementasi Persoalan dalam Bahasa Pemrograman Java

Source code dari program yang dibuat terdiri atas dua file .java, yakni MainProg.java dan matriks.java. MainProg.java memuat method main(), sehingga program akan dijalankan melalui file tersebut. File matriks.java memuat deklarasi class matriks beserta konstruktor dan primitif-primitif (fungsi dan metode) yang dapat dilakukan kepada objek yang berasal dari class matriks ini :

1. matriks.java
2. MainProg.java

Pada matriks.java didefinisikan beberapa atribut matriks seperti baris, kolom, dan elemen-elemen pada matriks tersebut, kemudian didefinisikan beberapa metode dan fungsi sebagai berikut :

1. `matriks()`
   Konstruktor matriks
2. `public void BacaMatriks()`
   Metode untuk membaca matriks menggunakan keyboard (baris dan kolom yang diinput bisa bebas)
3. `public void BacaMatriksPersegi()`
   Metode untuk membaca matriks menggunakan keybaord (baris dan kolom yang diinput dianggap sama)
4. `public void BacaFileMatriks()`
   Metode untuk membaca file matriks yang ada pada folder test
5. `public void TulisMatriks()`
   Metode untuk menuliskan matriks pada layar
6. `public void TulisFile(int type, double hasil, String solusi)`
   Metode untuk menyimpan solusi hasil bisa berupa hasil matriks, hasil determinan, atau hasil solusi
7. `public void bacaInterpolasi()`
   Membaca interpolasi menggunakan keyboard serta mencari nilai taksir dari suatu nilai yang diminta
8. `public void bacaInterpolasiFile()`
   Membaca interpolasi dari file pada folder test dan menghasilkan nilai taksir dari suatu nilai yang diminta
9. `public double hasilInterpolasi(int n, double x)`
   Menghasilkan hasil interpolasi dari n titik dengan x sebagai nilai yang akan ditaksir
10. `public matriks Transpose()`
    Fungsi untuk menghasilkan matriks transpose
11. `public void TukerBaris(int a, int b`
    Metode untuk menukar baris a dengan baris b pada suatu matriks

12. `public void KaliBaris(int a, double x)`
    Metode untuk membuat matriks pada baris a dikalikan dengan x
13. `public void TambahBaris(int a, int b, double x)`
    Menambahkan baris a sejumlah baris b dikalikan x pada suatu matriks
14. `public int LeftestOne(int a)`
    Fungsi yang mengembalikan indeks angka 1 paling kiri dari baris a
15. `public void EchelonForm()`
    Method untuk mengubah matriks hasil OBE (sampai Echelon Form)
16. `public void ReducedEchelonForm()`
    Method untuk mengubah matriks hasil OBE (sampai Reduced Echelon Form)
17. `public matriks copy()`
    Fungsi untuk menghasilkan matriks yang sama
18. `public double Determinant()`
    Fungsi untuk menghasilkan nilai determinan
19. `public void Inverse()`
    Metode untuk meng-inverse matriks
20. `public matriks MatrixKolom(int a)`
    Fungsi untuk menghasilkan matriks persegi dari suatu augmented matriks yang diubah kolom ke-a nya dengan kolom paling kanan (digunakan untuk Cramer)
21. `public void Cramer()`
    Method untuk melakukan kaidah cramer pada augmented matriks
22. `public double detMatriksEx(int a, int b)`
    Fungsi untuk mengembalikan determinan matriks persegi yang akan digunakan untuk kofaktor (baris a dan kolom b dianggap tidak ada)
23. `public matriks buatKofaktor()`
    Fungsi untuk menghasilkan matriks kofaktor
24. `public matriks buatAdjoin()`
    Fungsi untuk menghasilkan matriks adjoin
25. `public matriks KaliMatriks(matriks M1, matriks M2)`
    Fungsi untuk menghasilkan perkalian matriks M! Dengan matriks M2
26. `public matriks CaraBalikan()`
    Fungsi untuk mencari solusi dengan cara matriks balikan
27. `public void tulisMatriksSolusi()`
    Menuliskan nilai solusi setiap x_i
28. `public void BuatMatriksSolusi()`
    Menghasilkan nilai solusi setiap x_i pada suatu augmented matriks
29. `public matriks caraBalikanAdjoin()`
    Menghasilkan inverse menggunakan cara Adjoin

Kemudian MainProg.java merupakan main program dari program tugas besar ini. MainProg.java menggunakan matriks.java untuk menggunakan beberapa fungsi, metode pada matriks dan juga untuk melakukan input/output.

BAB IV
Eksperimen dan Kasus Uji

1. Sistem Persamaan Linear (SPL) $Ax = b$
   a. Soal :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Hasil Eksekusi Program :
Matriks dibaca lewat file ataupun di-input menggunakan keyboard

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 1.000 -1.000 -1.000 1.000
2.000 5.000 -7.000 -5.000 -2.000
2.000 -1.000 1.000 3.000 4.000
5.000 2.000 -4.000 2.000 6.000
```

Hasil dari beberapa metode adalah sebagai berikut

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 1.000 -1.000 -1.000 1.000
0.000 1.000 -1.667 -1.000 -1.333
0.000 0.000 1.000 -1.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Tidak ada solusi
```

Tidak terdapat solusi karena pada baris terakhir semua nilai matriks koefisien bernilai 0, tetapi hasil menyatakan 1

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.667 1.667
0.000 1.000 0.000 -2.667 0.333
0.000 0.000 1.000 -1.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Tidak ada solusi
```

Tidak terdapat solusi karena pada baris terakhir semua nilai matriks koefisien bernilai 0, tetapi hasil menyatakan 1

3) Metode Matriks Balikkan

```
Tidak dapat melakukan metode balikkan karena matriks
ini tidak memiliki invers
```

4) Kaidah Cramer

```
Tidak terdapat solusi dari metode cramer
```

5) Wolfram Alpha

Solutions:

(no solutions exist)

b. Soal :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Hasil Eksekusi Program :

Matriks dibaca lewat file ataupun di-input menggunakan keyboard

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 -1.000 0.000 0.000 1.000 3.000
1.000 1.000 0.000 -3.000 0.000 6.000
2.000 -1.000 0.000 1.000 -1.000 5.000
-1.000 2.000 0.000 -2.000 -1.000 -1.000
```

Hasil dari beberapa metode adalah sebagai berikut

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 -1.000 0.000 0.000 1.000 3.000
0.000 1.000 0.000 -1.500 -0.500 1.500
0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 -1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = 3.000 + 1.000x5
x2 = 0.000 + 2.000x5
x4 = -1.000 + 1.000x5
x3 x5 variabel bebas.
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 -1.000 3.000
0.000 1.000 0.000 0.000 -2.000 0.000
0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 -1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = 3.000 + 1.000x5
x2 = 0.000 + 2.000x5
x4 = -1.000 + 1.000x5
x3 x5 variabel bebas.
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Tidak dapat melakukan metode balikkan karena matriks
ini tidak memiliki invers
```

4) Kaidah Crammer

```
Tidak terdapat solusi dari metode cramer
```

5) Wolfram Alpha

Solution:

$x2 = 2\,x1 - 6, \quad x4 = x1 - 4, \quad x5 = x1 - 3$

c. Soal :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hasil Eksekusi Program :

Matriks dibaca melalui file ataupun di-input melalui keyboard

```
Matriks yang terbaca adalah :
0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 2.000
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 0.000 -1.000
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.000
```

Hasil dari beberapa metode adalah sebagai berikut

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 2.000
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 0.000 -1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 1.000

Didapat Solusi :
x2 = 1.000 - 1.000x6
x4 = -2.000 - 1.000x6
x5 = 1.000 + 1.000x6
x1 x3 x6 variabel bebas.
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.000
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 1.000 -2.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 1.000

Didapat Solusi :
x2 = 1.000 - 1.000x6
x4 = -2.000 - 1.000x6
x5 = 1.000 + 1.000x6
x1 x3 x6 variabel bebas.
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Tidak dapat melakukan metode balikkan karena matriks ini tidak memiliki invers
```

4) Kaidah Cramer

```
Tidak terdapat solusi dari metode cramer
```

5) Wolfram Alpha

Solution:

$$x_4 = x_2 - 3, \quad x_5 = 2 - x_2, \quad x_6 = 1 - x_2$$

d. Soal :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hasil Eksekusi Program :

1) Untuk $n = 6$

Matriks dibaca melalui file ataupun keyboard:

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 1.000
0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.000
0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.000
0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.000
0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.000
0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.000
```

Hasil dari beberapa metode adalah sebagai berikut:

a) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 1.000
0.000 1.000 1.000 0.900 0.800 0.714 -6.000
0.000 0.000 1.000 1.500 1.714 1.786 30.000
0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 2.778 -140.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.500 630.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -2772.000

Didapat Solusi :
x1 = 36.000
x2 = -630.000
x3 = 3360.000
x4 = -7560.000
x5 = 7560.000
x6 = -2772.000
```

b) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 36.000
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -630.000
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 3360.000
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -7560.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 7560.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -2772.000

Didapat Solusi :
x1 = 36.000
x2 = -630.000
x3 = 3360.000
x4 = -7560.000
x5 = 7560.000
x6 = -2772.000
```

c) Metode Matriks Balikan

```
Inverse dari matriks koefisien:
36.000 -630.000 3360.000 -7560.000 7560.000 -2772.000
-630.000 14700.000 -88200.000 211680.000 -220500.000 83160.000
3360.000 -88200.000 564480.000 -1411200.000 1512000.000 -582120.000
-7560.000 211680.000 -1411200.000 3628800.000 -3969000.000 1552320.000
7560.000 -220500.000 1512000.000 -3969000.000 4410000.000 -1746360.000
-2772.000 83160.000 -582120.000 1552320.000 -1746360.000 698544.000

Hasil dari Cara Balikan adalah:
x1 = 36.000
x2 = -630.000
x3 = 3360.000
x4 = -7560.000
x5 = 7560.000
x6 = -2772.000
```

d) Kaidah Cramer

```
Hasil dari Metode Cramer adalah :
x1 = 36.000
x2 = -630.000
x3 = 3360.000
x4 = -7560.000
x5 = 7560.000
x6 = -2772.000
```

e) matrixcalc.org

Answer:
- $x_1 = 36.00$
- $x_2 = -630.00$
- $x_3 = 3360.00$
- $x_4 = -7560.00$
- $x_5 = 7560.00$
- $x_6 = -2772.00$

2) Untuk $n = 10$

Matriks dibaca melalui file ataupun keyboard:

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 1.000
0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.000
0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.000
0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.000
0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.000
0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.000
0.143 0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.000
0.125 0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.000
0.111 0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.056 0.000
0.100 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.056 0.053 0.000
```

Hasil dari beberapa metode adalah sebagai berikut:

a) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 0.500 0.333 0.250 0.200 0.167 0.143 0.125 0.111 0.100 1.000
0.000 1.000 1.000 0.900 0.800 0.714 0.643 0.583 0.533 0.491 -6.000
0.000 0.000 1.000 1.500 1.714 1.786 1.786 1.750 1.697 1.636 30.000
0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 2.778 3.333 3.712 3.960 4.112 -140.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.500 4.091 5.568 6.853 7.930 630.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 3.000 5.654 8.615 11.631 -2772.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 3.500 7.467 12.600 12012.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 4.000 9.529 -51480.002
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 4.500 218789.431
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -923684.294

Didapat Solusi :
x1 = 99.998
x2 = -4949.798
x3 = 79195.672
x4 = -600560.529
x5 = 2522331.254
x6 = -6305780.063
x7 = 9608745.465
x8 = -8750772.982
x9 = 4375365.278
x10 = -923684.294
```

b) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 99.998
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4949.798
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 79195.672
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -600560.529
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 2522331.254
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -6305780.063
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 9608745.465
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -8750772.982
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 4375365.278
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -923684.294

Didapat Solusi :
x1 = 99.998
x2 = -4949.798
x3 = 79195.672
x4 = -600560.529
x5 = 2522331.254
x6 = -6305780.063
x7 = 9608745.465
x8 = -8750772.982
x9 = 4375365.278
x10 = -923684.294
```

c) Metode Matriks Balikan

```
Inverse dari matriks koefisien:
99.998 -4949.799 79195.709 -600560.984 2522333.892 -6305788.397 9608760.654 -8750788.923 4375374.226 -923686.374
-4949.798 326682.514 -5880227.623 47564135.425 -208091759.805 535090240.741 -832358836.402 770070497.879 -38984687
9.812 83132086.738
79195.672 -5880226.224 112899562.617 -951278092.029 4280732048.734 -11236879247.305 17756987042.019 -16633540253.9
43 8505767418.186 -1828911204.721
-600560.529 47564112.434 -951277873.427 8244377882.725 -37872496678.684 100993070289.002 -161588567805.678 1528942
83275.717 -78835989522.600 17069877093.738
2522331.254 -208091609.716 4280730145.215 -37872488853.520 176737966891.220 -477191800412.176 771218096680.092 -73
5804221090.565 382051830755.605 -83215805967.126
-6305780.063 535089734.721 -11236872025.250 100993030695.293 -477191714165.860 1301431128698.981 -2120849586526.47
3 2037612782303.076 -1064288386054.066 233004616541.297
9608745.465 -832357875.421 17756972408.789 -161588477538.508 771217834478.032 -2120849254732.558 3480368274539.922
 -3363679745745.391 1765931952155.640 -388341532567.762
-8750772.982 770069460.102 -16633523789.610 152894174927.614 -735803866992.392 2037612184815.825 -3363679291525.81
4 3267575842937.722 -1723136455840.125 380416617490.994
4375365.278 -389846285.019 8505757710.606 -78835922969.888 382051598731.404 -1064287945581.173 1765931505659.158 -
1723136254798.034 912249316079.192 -202096521832.877
-923684.294 83131946.261 -1828908863.929 17069860585.773 -83215746012.759 233004495129.842 -388341394105.763 38041
6534361.626 -202096501401.612 44910375759.159

Hasil dari Cara Balikan adalah:
x1 = 99.998
x2 = -4949.798
x3 = 79195.672
x4 = -600560.529
x5 = 2522331.254
x6 = -6305780.063
x7 = 9608745.465
x8 = -8750772.982
x9 = 4375365.278
x10 = -923684.294
```

d) Kaidah Cramer

```
Hasil dari Metode Cramer adalah :
x1 = 99.998
x2 = -4949.888
x3 = 79195.781
x4 = -600560.784
x5 = 2522331.348
x6 = -6305780.075
x7 = 9608745.466
x8 = -8750772.982
x9 = 4375365.278
x10 = -923684.294
```

e) matrixcalc.org

Answer:
- $x_1 = 100.00$
- $x_2 = -4950.00$
- $x_3 = 79200.00$
- $x_4 = -600600.00$
- $x_5 = 2522520.00$
- $x_6 = -6306300.00$
- $x_7 = 9609600.00$
- $x_8 = -8751600.00$
- $x_9 = 4375800.00$
- $x_{10} = -923780.00$

2. SPL dalam bentuk matriks augmented $[A|b]$
   a. Soal:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Hasil eksekusi program:

Pembacaan matriks melalui file

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 -1.000 2.000 -1.000 -1.000
2.000 1.000 -2.000 -2.000 -2.000
-1.000 2.000 -4.000 1.000 1.000
3.000 0.000 0.000 -3.000 -3.000
```

Hasil dari beberapa metode:

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 -1.000 2.000 -1.000 -1.000
0.000 1.000 -2.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = -1.000 + 1.000x4
x2 = 0.000 + 2.000x3
x3 x4 variabel bebas.
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 -1.000 -1.000
0.000 1.000 -2.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = -1.000 + 1.000x4
x2 = 0.000 + 2.000x3
x3 x4 variabel bebas.
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Tidak dapat melakukan metode balikkan karena matriks ini tidak memiliki invers
```

4) Kaidah Cramer

```
Tidak terdapat solusi dari metode cramer
```

5) matrixcalc.org

Answer:
- $x_1 = -1.000 + x_4$
- $x_2 = 2.000 \times x_3$
- $x_3 = x_3$
- $x_4 = x_4$

b. Soal:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Hasil eksekusi program:

Pembacaan matriks melalui file

```
Matriks yang terbaca adalah :
2.000 0.000 8.000 0.000 8.000
0.000 1.000 0.000 4.000 6.000
-4.000 0.000 6.000 0.000 6.000
0.000 -2.000 0.000 3.000 -1.000
2.000 0.000 -4.000 0.000 -4.000
0.000 1.000 0.000 -2.000 0.000
```

Hasil dari beberapa metode:

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 0.000 4.000 0.000 4.000
0.000 1.000 0.000 4.000 6.000
0.000 0.000 1.000 0.000 1.000
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = 0.000
x2 = 2.000
x3 = 1.000
x4 = 1.000
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 1.000 0.000 0.000 2.000
0.000 0.000 1.000 0.000 1.000
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000

Didapat Solusi :
x1 = 0.000
x2 = 2.000
x3 = 1.000
x4 = 1.000
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Tidak dapat melakukan metode balikkan karena matriks ini tidak memiliki invers
```

4) Kaidah Cramer

```
Hasil dari Metode Cramer adalah :
x1 = 0.000
x2 = 2.000
x3 = 1.000
x4 = 1.000
```

5) matrixcalc.org

Answer:
- $x_1 = 0.000$
- $x_2 = 2.000$
- $x_3 = 1.000$
- $x_4 = 1.000$

3. SPL dalam bentuk persamaan-persamaan
   a. Soal:

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Hasil eksekusi program:

Pembacaan matriks dari file

```
Matriks yang terbaca adalah :
8.000 1.000 3.000 2.000 0.000
2.000 9.000 -1.000 -2.000 1.000
1.000 3.000 2.000 -1.000 2.000
1.000 0.000 6.000 4.000 3.000
```

Hasil dari beberapa metode:

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 0.125 0.375 0.250 0.000
0.000 1.000 -0.200 -0.286 0.114
0.000 0.000 1.000 -0.195 0.760
0.000 0.000 0.000 1.000 -0.258

Didapat Solusi :
x1 = -0.224
x2 = 0.182
x3 = 0.709
x4 = -0.258
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 -0.224
0.000 1.000 0.000 0.000 0.182
0.000 0.000 1.000 0.000 0.709
0.000 0.000 0.000 1.000 -0.258

Didapat Solusi :
x1 = -0.224
x2 = 0.182
x3 = 0.709
x4 = -0.258
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Inverse dari matriks koefisien:
0.138 -0.019 0.011 -0.076
-0.034 0.142 -0.081 0.068
-0.020 -0.115 0.351 0.041
-0.004 0.177 -0.530 0.208

Hasil dari Cara Balikan adalah:
x1 = -0.224
x2 = 0.182
x3 = 0.709
x4 = -0.258
```

4) Kaidah Cramer

```
Hasil dari Metode Cramer adalah :
x1 = -0.224
x2 = 0.182
x3 = 0.709
x4 = -0.258
```

5) matrixcalc.org

Answer:
- $x_1 = -0.224$
- $x_2 = 0.182$
- $x_3 = 0.709$
- $x_4 = -0.258$

b. Soal:

$$\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396 x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396 x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396 x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396 x_7 &= 7.04
\end{aligned}$$

Hasil eksekusi program:

Pembacaan matriks dari file

```
Matriks yang terbaca adalah :
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 1.000 13.000
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 15.000
1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 8.000
0.000 0.000 0.043 0.000 0.043 0.750 0.043 0.750 0.614 14.790
0.000 0.250 0.914 0.250 0.914 0.250 0.914 0.250 0.000 14.310
0.614 0.750 0.043 0.750 0.043 0.000 0.043 0.000 0.000 3.810
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 18.000
0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 12.000
1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 6.000
0.043 0.750 0.614 0.000 0.043 0.750 0.000 0.000 0.043 10.510
0.914 0.250 0.000 0.250 0.914 0.250 0.000 0.250 0.914 16.130
0.043 0.000 0.000 0.750 0.043 0.000 0.614 0.750 0.043 7.040
```

Hasil dari beberapa metode:

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 8.000
0.000 1.000 3.657 1.000 3.657 1.000 3.657 1.000 0.000 57.240
0.000 0.000 1.000 0.000 1.000 17.487 1.000 17.487 14.315 344.836
0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 15.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -161546268097193376.000 -5530060054440778.000 -167076328151634144.000 -1377739890690
44576.000 -3155896505272857600.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.034 1.034 0.853 19.536
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.000 1.000 13.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 17.000 13.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -16.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
Tidak ada solusi
```

2) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 24.004
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -283.011
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 267.007
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 267.812
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 -252.812
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -256.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 285.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -16.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
Tidak ada solusi
```

3) Metode Matriks Balikan

```
Baris dan kolom matriks koefisien tidak sama.
```

4) Kaidah Cramer

```
Baris dan kolom matriks koefisien tidak sama.
```

5) matrixcalc.org

There are no solutions.

4. Determinan, Matriks Balikan dan Matriks Kofaktor

   a. Matriks 5×5

   Matriks yang digunakan adalah matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Hasil eksekusi program:

1) Determinan

   a) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 2.000 3.000 4.000 5.000
0.000 1.000 0.750 0.500 0.250
0.000 0.000 1.000 1.714 1.857
0.000 0.000 0.000 1.000 1.500
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Determinan dari matriksnya adalah 20.000000000000025
```

   b) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 1.071
0.000 1.000 0.000 0.000 0.036
0.000 0.000 1.000 0.000 -0.714
0.000 0.000 0.000 1.000 1.500
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Determinan dari matriksnya adalah 20.000000000000025
```

   c) Perhitungan Wolfram-Alpha

Determinant:

20

2) Matriks Balikan

Output dari program:

```
Hasil matriks balikannya adalah :
10.000 -5.000 -3.000 -1.500 -1.500
0.500 -0.000 -0.300 0.350 -0.050
-6.000 3.000 2.000 -0.000 1.000
12.000 -6.000 -3.600 -1.300 -2.100
-8.000 4.000 2.400 1.200 1.400
```

Output dari Wolfram Alpha:

Inverse:

$$\frac{1}{20}\begin{pmatrix} 200 & -100 & -60 & -30 & -30 \\ 10 & 0 & -6 & 7 & -1 \\ -120 & 60 & 40 & 0 & 20 \\ 240 & -120 & -72 & -26 & -42 \\ -160 & 80 & 48 & 24 & 28 \end{pmatrix}$$

3) Matriks Kofaktor

Output dari program adalah sebagai berikut:

```
Hasil matriks kofaktornya adalah :
200.000 10.000 -120.000 240.000 -160.000
-100.000 0.000 60.000 -120.000 80.000
-60.000 -6.000 40.000 -72.000 48.000
-30.000 7.000 0.000 -26.000 24.000
-30.000 -1.000 20.000 -42.000 28.000
```

Sedangkan pada wolfram alpha, secara khusus karena tidak ditemukan operasi kofaktor, maka pertama dicari adjoin dari matriks ini, lalu hasilnya di-transpose

$$\begin{pmatrix} 200 & 10 & -120 & 240 & -160 \\ -100 & 0 & 60 & -120 & 80 \\ -60 & -6 & 40 & -72 & 48 \\ -30 & 7 & 0 & -26 & 24 \\ -30 & -1 & 20 & -42 & 28 \end{pmatrix}$$

b. Matriks 10×10

Matriks yang digunakan adalah matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 9 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 2.000 3.000 4.000 5.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 4.000 3.000 2.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
1.000 0.000 5.000 9.000 11.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
0.000 0.000 0.000 2.000 3.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000
4.000 0.000 0.000 0.000 5.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 3.000 4.000 5.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 4.000 5.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 3.000 5.000 8.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 13.000 21.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
```

Hasil eksekusi program:

1) Determinan
   a) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 2.000 3.000 4.000 5.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 1.000 0.750 0.500 0.250 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 1.000 1.714 1.857 0.000 0.000 0.000 0.000 0.286
0.000 0.000 0.000 1.000 1.500 0.000 0.000 0.000 0.500 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 1.400 1.200 2.400
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 3.000 4.000 5.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 2.000 4.000 5.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.667 2.667
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.615
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Determinan dari matriksnya adalah 780.000000000001
```

   b) Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -0.615
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -0.867
0.000 0.000 1.000 0.000 -0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 2.026
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -1.554
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.497
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 1.436
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -1.410
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 -0.026
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 1.615
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
Determinan dari matriksnya adalah 780.000000000001
```

   c) matrixcalc.org

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 9 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{2} & 6 & \frac{13}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{7} & 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & \frac{12}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$1 \times 4 \times \left(\frac{7}{2}\right) \times 2 \times \left(\frac{5}{7}\right) \times 1 \times 1 \times 3 \times 13 \times 1 = 780$$

2) Matriks Balikan

```
Hasil matriks balikannya adalah :
10.000 -5.000 -3.000 -1.500 -1.500 0.000 0.000 0.500 -0.077 0.615
0.500 -0.000 -0.300 0.350 -0.050 0.000 0.000 0.017 -0.033 0.867
-6.000 3.000 2.000 -0.000 1.000 0.000 0.000 -0.333 0.128 -2.026
12.000 -6.000 -3.600 -1.300 -2.100 0.000 0.000 0.700 -0.169 1.554
-8.000 4.000 2.400 1.200 1.400 0.000 0.000 -0.467 0.087 -0.497
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -2.000 0.333 0.179 -1.436
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -0.667 -0.051 1.410
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.333 -0.128 0.026
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.077 -1.615
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000
```

Menurut matrixcalc.org:

$$\begin{pmatrix} 10.000 & -5.000 & -3.000 & -1.500 & -1.500 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & -0.077 & 0.615 \\ 0.500 & 0.000 & -0.300 & 0.350 & -0.050 & 0.000 & 0.000 & 0.017 & -0.033 & 0.867 \\ -6.000 & 3.000 & 2.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & -0.333 & 0.128 & -2.026 \\ 12.000 & -6.000 & -3.600 & -1.300 & -2.100 & 0.000 & 0.000 & 0.700 & -0.169 & 1.554 \\ -8.000 & 4.000 & 2.400 & 1.200 & 1.400 & 0.000 & 0.000 & -0.467 & 0.087 & -0.497 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & -2.000 & 0.333 & 0.179 & -1.436 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & -0.667 & -0.051 & 1.410 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.333 & -0.128 & 0.026 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.077 & -1.615 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

3) Matriks Kofaktor

```
Hasil matriks kofaktornya adalah :
7800.000 390.000 -4680.000 9360.000 -6240.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
-3900.000 0.000 2340.000 -4680.000 3120.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
-2340.000 -234.000 1560.000 -2808.000 1872.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
-1170.000 273.000 0.000 -1014.000 936.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
-1170.000 -39.000 780.000 -1638.000 1092.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 780.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -1560.000 780.000 0.000 0.000 0.000
390.000 13.000 -260.000 546.000 -364.000 260.000 -520.000 260.000 0.000 0.000
-60.000 -26.000 100.000 -132.000 68.000 140.000 -40.000 -100.000 60.000 0.000
480.000 676.000 -1580.000 1212.000 -388.000 -1120.000 1100.000 20.000 -1260.000 780.000
```

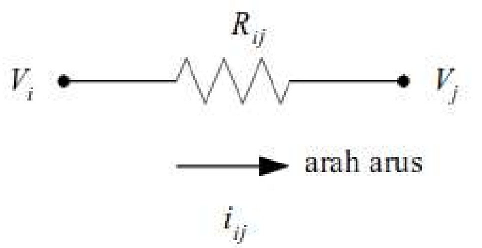
5. SPL: Menemukan besar arus pada rangkaian

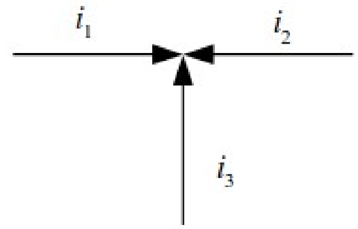
Dalam sebuah rangkaian listrik berlaku hukum arus Kirchoff yang menyatakan bahwa jumlah aljabar dari semua arus yang memasuki suatu simpul adalah nol, yakni

$$\Sigma i = 0.$$

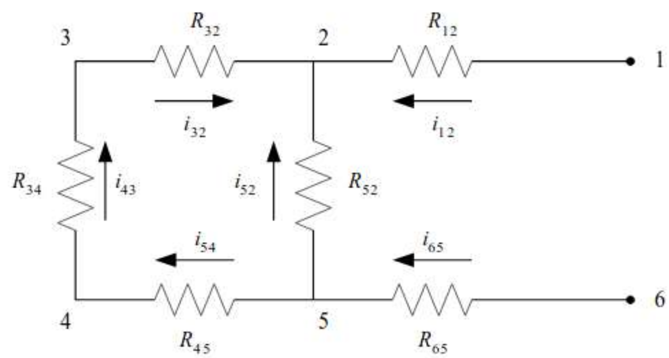
Selain itu, berlaku pula hukum Ohm yang menyatakan bahwa besar arus i yang melalui suatu resistor Rij adalah sebesar

$$i_{ij} = \frac{V_i - V_j}{R_{ij}}$$





Terdapat sebuah rangkaian listrik dengan 6 buah resistor, dan besar arus pada rangkaian ini dihitung sesuai hukum-hukum yang berlaku.



Dari hukum Kirchoff diperoleh persamaan-persamaan

$$
\begin{gathered}
i_{12} + i_{52} + i_{32} = 0 \\
i_{65} - i_{52} - i_{54} = 0 \\
i_{43} - i_{32} = 0 \\
i_{54} - i_{43} = 0
\end{gathered}
$$

Dari hukum Ohm diperoleh persamaan-persamaan

$$
\begin{gathered}
i_{32}R_{32} - V_3 + V_2 = 0 \\
i_{43}R_{43} - V_4 + V_3 = 0 \\
i_{65}R_{65} - V_5 + V_6 = 0 \\
i_{12}R_{12} - V_1 + V_2 = 0 \\
i_{54}R_{54} - V_5 + V_4 = 0 \\
i_{52}R_{52} - V_5 + V_2 = 0
\end{gathered}
$$

Diketahui

$$
\begin{aligned}
&R_{12} = 5 \text{ ohm},\ R_{52} = 10 \text{ ohm},\ R_{32} = 10 \text{ ohm}, \\
&R_{65} = 20 \text{ ohm},\ R_{54} = 15 \text{ ohm},\ R_{43} = 5 \text{ ohm}, \\
&V_1 = 200 \text{ volt},\ V_6 = 0 \text{ volt}.
\end{aligned}
$$

Maka nilai dari variabel $i_{12}, i_{52}, i_{32}, i_{65}, i_{54}, i_{43}, V_2, V_3, V_4, V_5$ dapat dicari.

Dengan menganggap variabel-variabel yang akan dicari tadi sebagai berikut:

$$i_{12} = x_1, i_{52} = x_2, i_{32} = x_3, i_{65} = x_4, i_{54} = x_5, i_{43} = x_6$$
$$V_2 = x_7, V_3 = x_8, V_4 = x_9, V_5 = x_{10}$$

Maka persamaan-persamaan di atas dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$\begin{gathered}
x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\
-x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\
-x_3 + x_6 = 0 \\
x_5 - x_6 = 0 \\
10x_3 + x_7 - x_8 = 0 \\
5x_6 + x_8 - x_9 = 0 \\
20x_4 + x_{10} = 0 \\
5x_1 - 200 + x_7 = 0 \\
15x_5 + x_9 - x_{10} = 0 \\
10x_2 + x_7 - x_{10} = 0
\end{gathered}$$

Lalu, tulis SPL di atas dalam bentuk persamaan matriks 10×10 di bawah ini

$$\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\
0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hasil keluaran program dengan SPL di atas adalah:

```
Matriks yang terbaca adalah :
1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 -1.000 0.000 1.000 -1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 -1.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 10.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 5.000 0.000 1.000 -1.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 20.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000
5.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 200.000
0.000 0.000 0.000 0.000 15.000 0.000 1.000 0.000 1.000 -1.000 0.000
0.000 10.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -1.000 0.000
```

Maka, diperoleh solusi

1) Metode Eliminasi Gauss

```
Hasil dari Eliminasi Gauss adalah
1.000 1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 1.000 0.000 -1.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 -1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.050 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.200 -0.200 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -3.000 2.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -0.667 0.083 66.667
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 -0.500 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 148.148

Didapat Solusi :
x1 = 7.407
x2 = -1.481
x3 = -5.926
x4 = -7.407
x5 = -5.926
x6 = -5.926
x7 = 162.963
x8 = 103.704
x9 = 74.074
x10 = 148.148
```

2) Metode Eliminasi Gauss - Jordan

```
Hasil dari Eliminasi Gauss-Jordan adalah
1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 7.407
0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -1.481
0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -5.926
0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -7.407
0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -5.926
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -5.926
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 0.000 162.963
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 0.000 103.704
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 0.000 74.074
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 1.000 148.148

Didapat Solusi :
x1 = 7.407
x2 = -1.481
x3 = -5.926
x4 = -7.407
x5 = -5.926
x6 = -5.926
x7 = 162.963
x8 = 103.704
x9 = 74.074
x10 = 148.148
```

3) Metode Balikan

```
Inverse dari matriks koefisien:
0.815 0.593 0.741 0.704 -0.007 -0.007 -0.030 0.037 -0.007 -0.022
0.037 -0.519 -0.148 -0.241 -0.019 -0.019 0.026 -0.007 -0.019 0.044
0.148 -0.074 -0.593 -0.463 0.026 0.026 0.004 -0.030 0.026 -0.022
0.185 0.407 0.259 0.296 0.007 0.007 0.030 -0.037 0.007 0.022
0.148 -0.074 0.407 0.537 0.026 0.026 0.004 -0.030 0.026 -0.022
0.148 -0.074 0.407 -0.463 0.026 0.026 0.004 -0.030 0.026 -0.022
-4.074 -2.963 -3.704 -3.519 0.037 0.037 0.148 0.815 0.037 0.111
-2.593 -3.704 -9.630 -8.148 -0.704 0.296 0.185 0.519 0.296 -0.111
-1.852 -4.074 -7.593 -10.463 -0.574 -0.574 0.204 0.370 0.426 -0.222
-3.704 -8.148 -5.185 -5.926 -0.148 -0.148 0.407 0.741 -0.148 -0.444

Hasil dari Cara Balikan adalah:
x1 = 7.407
x2 = -1.481
x3 = -5.926
x4 = -7.407
x5 = -5.926
x6 = -5.926
x7 = 162.963
x8 = 103.704
x9 = 74.074
x10 = 148.148
```

4) Metode Cramer

```
Hasil dari Metode Cramer adalah :
x1 = 7.407
x2 = -1.481
x3 = -5.926
x4 = -7.407
x5 = -5.926
x6 = -5.926
x7 = 162.963
x8 = 103.704
x9 = 74.074
x10 = 148.148
```

6. Interpolasi: Aproksimasi jumlah penduduk Jawa Barat

   Diberikan tabel yang menunjukkan jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat dalam beberapa tahun. Data ini akan digunakan untuk mengaproksimasi jumlah penduduk Jawa Barat pada selang tahun 1971-2019, dengan menggunakan model pertumbuhan penduduk berupa polinomial dalam tahun.

Tahun	Jumlah $\times 10^6$
1971	21,6

1980	27,4
1990	35,4
1995	39,2
2000	35,7
2010	43,2
2015	46,7
2019	49,1

Polinom yang dihasilkan program:

```
Polinomial yang dihasilkan adalah :
-40879680816784867000000.000 + 14331219915796169000.000x^(1)
- 21531614018879904.000x^(2) + 17971819804822.670x^(3) - 900
0224177.014x^(4) + 2704334.464x^(5) - 451.429x^(6) + 0.032x^
(7)
```

Hasil interpolasi:

a. Tahun 1975

   Keluaran program: 29884416

```
Masukkan nilai x untuk menaksir nilai fungsi : 1975
Hasil dari interpolasinya adalah : 29884416
```

b. Tahun 1983

   Keluaran program: 38273024

```
Masukkan nilai x untuk menaksir nilai fungsi : 1983
Hasil dari interpolasinya adalah : 38273024
```

c. Tahun 1992

   Keluaran program: 49807360

```
Masukkan nilai x untuk menaksir nilai fungsi : 1992
Hasil dari interpolasinya adalah : 49807360
```

d. Tahun 2005

   Keluaran program: 57147392

```
Masukkan nilai x untuk menaksir nilai fungsi : 2005
Hasil dari interpolasinya adalah : 57147392
```

e. Tahun 2012

   Keluaran program: 56623104

```
Masukkan nilai x untuk menaksir nilai fungsi : 2012
Hasil dari interpolasinya adalah : 56623104
```

7. Interpolasi: Menyederhanakan sebuah fungsi ke dalam polinom

   Diberikan fungsi $\frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$. Fungsi ini akan diaproksimasi nilainya dengan sebuah polinom berderajat n untuk nilai x pada selang $[0, 2]$.

   a. Untuk $n = 2$:
      Titik-titik $(x, f(x))$ yang menjadi input adalah
      $(0, 0), (1, 0.53788284274), (2, 0.576651529752)$
      Polinomial yang dihasilkan program adalah

```
Polinomial yang dihasilkan adalah :
0.787x^(1) - 0.250x^(2)
```

   b. Untuk $n = 3$:
      Titik-titik $(x, f(x))$ yang menjadi input adalah
      $(0, 0)$, $(0.67, 0.4823059531953618)$, $(1.33, 0.5719675470589892)$, $(2, 0.5766515297517221)$
      Polinomial yang dihasilkan program adalah

```
Polinomial yang dihasilkan adalah :
1.172x^(1) - 0.788x^(2) + 0.173x^(3)
```

   c. Untuk $n = 4$:
      Titik-titik $(x, f(x))$ yang menjadi input adalah
      $(0, 0)$, $(0.5, 0.44543086822735684)$, $(1, 0.5378828427399902)$, $(1.5, 0.580896939063937)$, $(2, 0.5766515297517221)$
      Polinomial yang dihasilkan program adalah

```
Polinomial yang dihasilkan adalah :
1.597x^(1) - 1.866x^(2) + 1.007x^(3) - 0.201x^(4)
```

   d. Untuk $n = 10$:
      Titik-titik $(x, f(x))$ yang menjadi input adalah
      $(0, 0)$, $(0.2, 0.3427695582)$, $(0.4, 0.4188842301)$, $(0.6, 0.4684314696)$, $(0.8, 0.5071579685)$, $(1, 0.5378828427)$, $(1.2, 0.5609246748)$, $(1.4, 0.5761871197)$, $(1.6, 0.5836856612)$, $(1.8, 0.5836747200)$, $(2, 0.5766515297)$

```
Polinomial yang dihasilkan adalah :
3.882x^(1) - 18.813x^(2) + 57.321x^(3) - 111.505x^(4) + 143.276x^(5) - 1
23.112x^(6) + 69.962x^(7) - 25.221x^(8) + 5.221x^(9) - 0.472x^(10)
```

BAB V
Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan
   Dengan mengaplikasikan teori-teori aljabar linier, terutama mengenai matriks, dapat dirancang dan dibuat sebuah program berbasis bahasa pemrograman Java yang mampu melakukan kalkulasi pada matriks-matriks yang diinput. Hal ini dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan seperti sistem persamaan linear multivariabel dan interpolasi polinomial.

2. Saran
   Penulis menyadari bahwa dalam pembuatan program masih banyak hal-hal yang dapat dikembangkan, seperti yang tertulis berikut.
   a. Program mungkin akan menjadi lebih baik dan lebih mudah untuk dioperasikan apabila menggunakan GUI (Graphical User Interface).
   b. Untuk mempermudah *reusability* pada bagian-bagian program yang tertentu saja, ada baiknya program dipisah pada class-class yang lebih banyak, sesuai fungsional masing-masing fungsi dan prosedur.
   c. Terdapat banyak algoritma Gauss-Jordan yang dapat digunakan untuk implementasi pada komputer, dan terdapat algoritma-algoritma yang cukup mutakhir (advanced). Algoritma ini kedepannya mungkin bisa dicoba untuk digunakan pada implementasi program, seperti contohnya algoritma Coppersmith-Winograd yang memiliki kompleksitas $O(n^{2.376})$
   d. Penulisan komentar pada program masih terbatas hanya pada tiap fungsi atau prosedur saja, tanpa menjelaskan apa saja langkah-langkah yang terjadi di dalamnya. Kedepannya, penjelasan mengenai apa yang dilakukan pada tiap fungsi/prosedur dapat dijelaskan dalam suatu dokumentasi, ataupun pada programnya sendiri.
   e. Program menggunakan tipe data double untuk entri-entri matriks sehingga masih terdapat masalah pada presisi hasil perhitungan, terutama pada persoalan interpolasi polinomial karena melibatkan perpangkatan. Oleh karena itu, kedepannya dapat digunakan BigDecimal agar dapat menanggulangi masalah tersebut.

3. Refleksi
   Melalui tugas ini, penulis untuk pertama kalinya berhasil menulis dan membuat sebuah program dengan bahasa pemrograman Java.

Daftar Referensi

Howard, A. (2013). Elementary Linear Algebra 11th Edition.
https://people.clas.ufl.edu/maia/files/Lecture3.1.pdf
www.wolframalpha.com