

ESEIAAT



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Escola Superior d'Enginyeries Industrial,
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

Trajectòries interplanetàries Sense integració numèrica

Informe

Curs: Màster en Enginyeria Aeronàutica

Assignatura: Aerodinàmica, Mecànica de Vol i Orbital

Data d'entrega: 22-01-2018

Estudiants:

González García, Sílvia

Kaloyanov Naydenov, Boyan

Pla Olea, Laura

Serra Moncunill, Josep Maria

Professor: Calaf Zayas, Jaume

Llista de continguts

Llista de taules	iii
Llista de figures	iv
1 Introducció	1
2 Òrbita el·líptica heliocèntrica	2
2.1 Plantejament d'equacions	2
2.1.1 Trajectòria el·líptica	3
2.1.2 Trajectòria hiperbòlica	4
2.2 Mètode de resolució	5
3 Sortida del planeta origen	6
3.1 Velocitats a la sortida	6
3.2 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica	7
3.3 DeltaV	7
4 Codi	8
4.1 Main	8
4.2 outHyperbola	10
4.3 OrbitalVectors	11
4.4 JulianDate	12
4.5 checkTangent	13
5 Resultats	14
5.1 Cas de la Terra a Mart	14
5.2 Cas de Mart a Júpiter	15
5.3 Cas de la Terra a Mart	15
5.4 Cas 1 de Mart a Júpiter	16
5.5 Cas 2 de la Terra a Mart	16
5.6 Cas 3 de la Terra a Mart	17
5.7 Cas 4 de la Terra a Mart	18
5.8 Cas 5 de la Terra a Venus	18
5.9 Cas 6 de Mart a la Terra	19

Trajectòries Interplanetàries

5.10 Cas 7 de Mart a la Terra	19
5.11 Cas 8 de la Terra a Mart	20
5.12 Cas 9 de la Terra a Mart	21
6 Conclusions	23
7 Bibliografia	24

Llista de taules

5.1	Elements orbitals del primer cas resolt	14
5.1	Elements orbitals del segon cas resolt	15
5.1	Elements orbitals del tercer cas resolt	15
5.1	Elements orbitals del cas 1	16
5.1	Elements orbitals del cas 2	17
5.1	Elements orbitals del cas 3	17
5.1	Elements orbitals del cas 4	18
5.1	Elements orbitals del cas 5	19
5.1	Elements orbitals del cas 6	19
5.1	Elements orbitals del cas 7	19
5.1	Elements orbitals del cas 8	20
5.1	Elements orbitals del cas 9	21

Llista de figures

2.1	Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí	2
2.1	Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica	3
3.1	Òrbita hiperbòlica de sortida de l'esfera d'influència del planeta.	6
5.1	Òrbita interplanetària del primer cas resolt	14
5.1	Òrbita interplanetària del tercer cas resolt	16
5.1	Òrbita interplanetària del cas 2	17
5.1	Òrbita interplanetària del cas 3	18
5.1	Òrbita interplanetària del cas 7	20
5.1	Òrbita interplanetària del cas 8	21
5.1	Òrbita interplanetària del cas 9	22

1 | Introducció

El problema a resoldre escollit consisteix en trobar un ΔV inicial que porti la nau d'un planeta a un altre, donats els instants de sortida t_1 i d'arribada t_2 .

Per fer això, primer s'han de trobar els elements orbitals eclíptics de l'òrbita de transferència així com les velocitats heliocèntriques de sortida i d'arribada de la respectiva sonda. A partir d'aquestes es podrà obtenir també el ΔV i determinar així la viabilitat del viatge.

La metodologia matemàtica consistirà en el mètode del *Patched Conics* [5]. Segons aquest, la trajectòria es divideix per zones d'influència. Així, inicialment la sonda estarà dins de l'esfera d'influència del planeta de sortida. Un cop surti d'aquesta, estarà dins de l'esfera d'influència (EdI) del Sol. I a l'arribar al planeta de destí estarà dins de la seva EdI. El mètode es basa en el supòsit de que sempre s'aplica el problema dels dos cosos, variant el cos central segons l'EdI, bé sigui un dels planetes o bé sigui el Sol. Això fa simplificar força el problema. És per aquest motiu que va molt bé per càlculs inicials, que s'hauran de refinar numèricament a posteriori.

Així doncs, es tracta d'un projecte complex que toca gran part del contingut donat a la part de mecànica orbital de l'assignatura *Aerodinàmica, Mecànica de Vol i Mecànica Orbital* del màster d'Enginyeria Aeronàutica de l'UPC. Per aquest motiu, ha despertat l'interès de l'equip i ha sigut l'escollit.

2 | Òrbita el·líptica heliocèntrica

El primer pas en la resolució de la trajectòria interplanetària és l'obtenció dels elements de l'òrbita que porta la nau d'un planeta a l'altre. Per tal de conèixer aquests elements és necessari saber quins són els punts d'origen i de destí de la nau. És a dir, cal saber la posició dels planetes en l'instant en què la sonda surt del planeta d'origen i en l'instant en què arriba al planeta de destí. Coneixent aquestes dues posicions ja és possible projectar una òrbita com la que es veu en la figura 2.1.

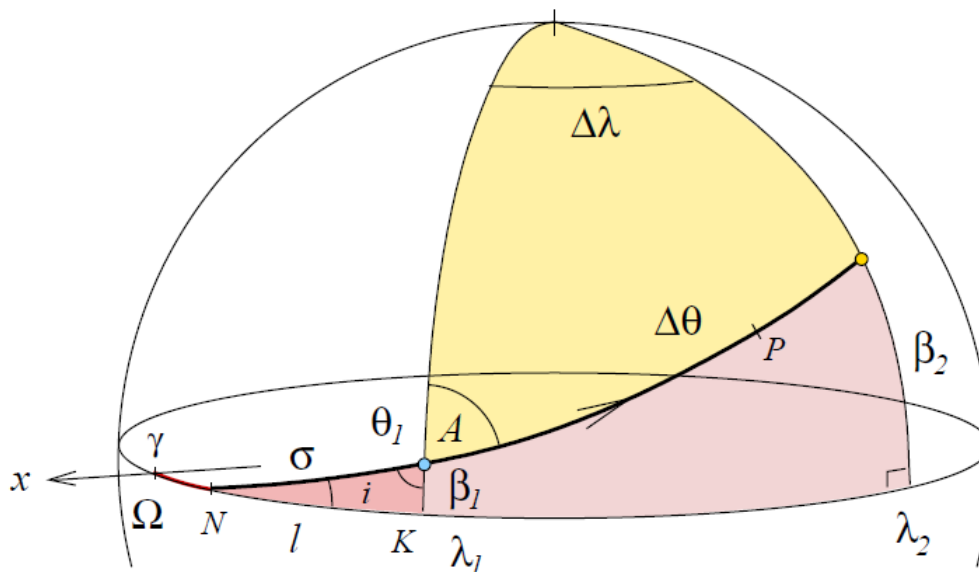


Figura 2.1: Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí

2.1 Plantejament d'equacions

Com es dedueix de la figura, és possible calcular la inclinació de l'òrbita sabent la posició dels dos planetes. A partir dels vectors de posició, es pot calcular la desviació respecte de l'eclíptica dels planetes d'origen (en blau) i de destí (en groc), β_1 i β_2 respectivament. També

Trajectòries Interplanetàries

es pot obtenir la longitud eclíptica dels dos planetes, λ_1 i λ_2 . A partir d'aquestes variables, el problema es resol aplicant trigonometria esfèrica:

$$\cos \Delta\theta = \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos \Delta\lambda \quad (2.1)$$

Del triangle groc s'obté:

$$\sin A = \cos \beta_2 \frac{\sin \Delta\lambda}{\sin \Delta\theta} \quad (2.2)$$

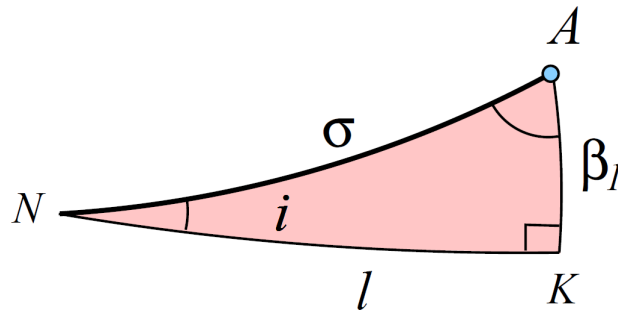


Figura 2.1: Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica

D'altra banda, del triangle esfèric de la figura 2.1 s'obtenen les següents expressions:

$$\tan \sigma = \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \quad (2.3)$$

$$\cos i = \sin A \cos \beta_1 \quad (2.4)$$

$$\sin l = \frac{\tan \beta_1}{\tan i} \quad (2.5)$$

De la figura 2.1 també es poden deduir l'ascensió recta del node ascendent i l'argument del perigeu:

$$\Omega = \lambda_1 - l \quad (2.6)$$

$$\omega = 2\pi - (\theta_1 - \sigma) \quad (2.7)$$

2.1.1 Trajectòria el·líptica

Finalment, a partir dels vectors de posició també s'obtenen els tres elements orbitals que falten. Assumint que la trajectòria és el·líptica, els mòduls dels vectors de posició vénen donats per les expressions:

$$r_1 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta_1} \quad (2.8)$$

$$r_2 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta_1 + \Delta\theta)} \quad (2.9)$$

Trajectòries Interplanetàries

D'altra banda, també es pot relacionar el temps amb la posició de la sonda en l'òrbita mitjançant l'equació:

$$\frac{2\pi t}{T} = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.10)$$

on T és el període en dies del planeta d'origen.

Per tant, es pot plantejar un sistema de tres equacions amb tres incògnites:

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos (\theta_1 + \Delta \theta)} \quad (2.11)$$

$$a = \frac{r_1 (1 + e \cos \theta_1)}{1 - e^2} \quad (2.12)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{365.25}{2\pi} a^{3/2} \cdot \left[2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{(\theta_1 + \Delta \theta)}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin (\theta_1 + \Delta \theta)}{1+e \cos (\theta_1 + \Delta \theta)} \right] - \\ - 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.13)$$

en què tant els vectors \vec{r}_1 i \vec{r}_2 com el semieix major a estan expressats en AU, per tal de treballar amb valors més simples.

2.1.2 Trajectòria hiperbòlica

En el cas que la trajectòria sigui hiperbòlica, les equacions varien lleugerament. Les posicions vénen donades per les expressions:

$$r_1 = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos \theta_1} \quad (2.14)$$

$$r_2 = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos (\theta_1 + \Delta \theta)} \quad (2.15)$$

I la relació entre el temps i la posició de la sonda s'expressa amb l'equació:

$$\frac{2\pi t}{T} = \sqrt{e^2 - 1} \left[\frac{e \sin \theta}{1 + e \cos \theta} - \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} \ln \left\| \frac{\tan \frac{\theta}{2} + \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}}{\tan \frac{\theta}{2} - \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}} \right\| \right] \quad (2.16)$$

Per tant, el sistema de tres equacions i tres incògnites és el següent:

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos (\theta_1 + \Delta \theta)} \quad (2.17)$$

$$a = \frac{r_1 (1 + e \cos \theta_1)}{e^2 - 1} \quad (2.18)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{365.25}{2\pi} a^{3/2} \cdot \left[\frac{e\sqrt{e^2 - 1} \sin(\theta_1 + \Delta\theta)}{1 + e \cos(\theta_1 + \Delta\theta)} - \ln \left\| \frac{\tan \frac{(\theta_1 + \Delta\theta)}{2} + \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}}{\tan \frac{(\theta_1 + \Delta\theta)}{2} - \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}} \right\| - \right. \\ \left. - \frac{e\sqrt{e^2 - 1} \sin \theta_1}{1 + e \cos \theta_1} - \ln \left\| \frac{\tan \frac{\theta_1}{2} + \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}}{\tan \frac{\theta_1}{2} - \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}} \right\| \right] \quad (2.19)$$

2.2 Mètode de resolució

1. Es calcula la posició del planeta d'origen en l'instant de temps de sortida i la posició del planeta de destí en l'instant de temps d'arribada.
2. A partir dels vectors de posició es calculen les longituds i latituds eclíptiques dels planetes.
3. A partir del sistema d'equacions donat per 2.11, 2.12 i 2.13 s'obtenen l'excentricitat e i el semieix major a de l'òrbita, i l'anomalia vertadera de la sonda θ_1 en l'instant de sortida. Aquest sistema es resol mitjançant la funció *solve* de *MATLAB*. Si no s'obté cap solució (o les solucions no són coherents), s'assumeix que una trajectòria el·líptica no és possible i, per tant, l'òrbita ha de ser hiperbòlica. En aquest cas, es resol el sistema donat per 2.17, 2.18 i 2.19 mitjançant un mètode iteratiu.
4. Es calcula la inclinació a partir de les equacions donades pels triangles esfèrics 2.4.
5. Càlcul de la longitud eclíptica del node ascendent donat per 2.6.
6. Es calcula l'argument del periheli amb 2.7.

3 | Sortida del planeta origen

Un cop es disposa dels elements keplerians eclíptics de l'òrbita de transferència, és possible trobar tant la trajectòria el·líptica que la sonda haurà de prosseguir des de la seva òrbita d'aparcament fins la sortida de l'EdI, com el ΔV que se li haurà d'aplicar per a que sigui capaç d'arribar al planeta en el temps marcat.

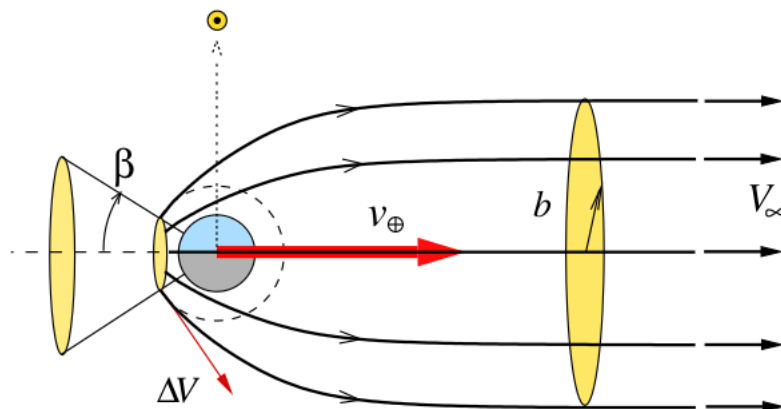


Figura 3.1: Òrbita hiperbòlica de sortida de l'esfera d'influència del planeta.

A la figura 3.1 es veuen els elements rellevants que s'han d'obtenir.

3.1 Velocitats a la sortida

El primer que cal trobar són les velocitats V_{inf} i V_1 , planetocèntrica i heliocèntrica respectivament, de la sonda al moment de sortida de l'EdI del planeta. Això es fa.....
 AQUÍ JM! Pots fer referència a 4.3

3.2 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica

A les classes de l'assignatura s'ha arribat a les següents relacions [5]:

$$a = \frac{\mu}{V_{\infty}^2} \quad (3.1)$$

$$e = 1 + \left(\frac{V_{\infty}}{V_o} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$\cos(\beta) = \frac{1}{e} \quad (3.3)$$

$$b = a\sqrt{e^2 - 1} \quad (3.4)$$

$$V_o = \sqrt{\frac{\mu}{r_o}} \quad (3.5)$$

On:

- a és el semieix major.
- e és l'excentricitat.
- β és l'angle de l'asíptota. Veure fig.3.1.
- b és el paràmetre de sortida. Veure fig.3.1.
- V_o és la velocitat que porta la sonda en l'òrbita d'aparcament de radi r_o .
- μ és el paràmetre de gravitació estàndard del planeta. (GM)
- V_{∞} representa el mòdul de la velocitat planetocèntrica que porta la sonda al sortir del planeta.

Aquests càlculs s'han portat a terme mitjançant el codi de la secció 4.2.

3.3 DeltaV

Per trobar l'impuls que s'ha de subministrar s'aplica conservació d'energia cinètica:

$$\frac{1}{2}V_{\infty}^2 = \frac{1}{2}(V_o + \Delta V)^2 - \frac{\mu}{r_o}$$

Arribant així a:

$$\Delta V = \sqrt{V_{\infty}^2 + 2V_o^2} - V_o \quad (3.1)$$

4 | Codi

Com s'ha anat comentant, el codi està dividit en funcions amb una tasca definida i clara. A continuació s'expliquen els codis emprats com a funcions auxiliars pels altres codis ja vists.

4.1 Main

```
1
2 %% Patched Conics. Interplanetary Trajectories.
3 % Authors:
4 %   - Silvia Gonzalez
5 %   - Laura Pla
6 %   - Josep Maria Serra Moncunill
7 %   - Boyan Naydenov
8 % Subject: Aerodynamics, Flight and Orbital Mechanics.
9 % Date: January 20th, 2018
10
11 %%
12 clear
13 clc
14
15 %% Data
16 mu = 1.3271741784e20;
17 dST = 149597870700;
18
19 %Earth data
20 a_E = 149598023000;
21 e_E = 0.0167086;
22 I_E = 0.00005;
23 RAAN_E = -11.26064;
24 AP_E = 114.20783;
25 M0_E = 358.617;
26 a_O = 149598023000;
27
28 %Mars data
```

Trajectòries Interplanetàries

```

29 a_M = 227939200000;
30 e_M = 0.0934;
31 I_M = 1.850;
32 RAAN_M = 49.558;
33 AP_M = 286.502;
34 MO_M = 19.3564;
35
36 %Jupiter data
37 a_J = 7.7830e+11;
38 e_J = 0.048498;
39 I_J = 1.3033;
40 RAAN_J = 100.46;
41 AP_J = 273.866;
42 MO_J = 20.021;
43
44 % Time data
45 t0 = JulianDate(2000,1,1);
46 t1 = JulianDate(2020,7,19);
47 t2 = JulianDate(2021,1,25);
48 Δt = t2-t1;
49
50 % Distances, velocities and true anomalies
51 [r1_E,v1_E,theta1_E] = OrbitalVectors (t1,mu,a_E,e_E,I_E,RAAN_E,AP_E,MO_E,t0);
52 r1_E = r1_E/dST;
53 [r2_M,v2_M,theta2_M] = OrbitalVectors (t2,mu,a_M,e_M,I_M,RAAN_M,AP_M,MO_M,t0);
54 r2_M = r2_M/dST;
55
56 %% Part 1: Heliocentric elliptic trajectory
57 [a_S, e_S, theta1, AP_S, I_S, RAAN_S] = orbita_interplanetaria(r1_E,r2_M,Δt);
58 E_S=acosd((e_S+cosd(theta1))/(1+e_S*cosd(theta1)));
59 M_S=E_S-e_S*sin(E_S);
60 a_S = a_S*dST;
61
62 %% Part 2: Exit. Geocentric Parking orbit and hyperbolic trajectory and ΔV
63 [r1,v1,theta1] = OrbitalVectors (t1,mu,a_S,e_S,I_S,RAAN_S,AP_S,M_S,t1);
64 v_inf1=v1-v1_E;
65 [hyperbolaExit, ΔV] = outHyperbola (v_inf1);
66
67 %% Part 3: Arrival. Geocentric hyperbolic trajectory and Parking orbit and ΔV
68 [r2,v2,theta2] = OrbitalVectors (t2,mu,a_S,e_S,I_S,RAAN_S,AP_S,M_S,t1);
69 v_inf2=v2-v2_M;
70
71 %% Part 4: Results Presentation
72
73 N=100;
74 A=2;
75 t=linspace(t1-A*Δt,t2+A*Δt,(2*A+1)*N);
76 r_E=zeros(1,(2*A+1)*N,3);
77 r_M=zeros(1,(2*A+1)*N,3);
78 r_S=zeros(1,N,3);

```

Trajèctòries Interplanetàries

```

79 for i=1:(2*A+1)*N
80     [r_E(1,i,:),v1_E,thetal_E] = OrbitalVectors (t(i),mu,a_E,e_E,I_E,RAAN_E,AP_E,M0_E,t0);
81     [r_M(1,i,:),v1_M,thetal_M] = OrbitalVectors (t(i),mu,a_M,e_M,I_M,RAAN_M,AP_M,M0_M,t0);
82     if t(i)≥t1 && t(i)≤t2
83         [r_S(1,i-A*N,:),v1_S,thetal_S] = OrbitalVectors (t(i),mu,a_S,e_S,I_S,RAAN_S,AP_S,M0_S,t0);
84     end
85 end
86 plot3(r_E(1,:,1),r_E(1,:,2),r_E(1,:,3),'b');
87 hold on
88 plot3(r_E(1,A*N:(A+1)*N,1),r_E(1,A*N:(A+1)*N,2),r_E(1,A*N:(A+1)*N,3),'-b','LineWidth',2);
89 hold on
90 plot3(r_M(1,:,1),r_M(1,:,2),r_M(1,:,3),'r');
91 hold on
92 plot3(r_M(1,A*N:(A+1)*N,1),r_M(1,A*N:(A+1)*N,2),r_M(1,A*N:(A+1)*N,3),'-r','LineWidth',2);
93 hold on
94 plot3(r_S(1,:,1),r_S(1,:,2),r_S(1,:,3),'-g','LineWidth',2);
95 axis equal;
96 ax.XAxisLocation = 'origin';
97 ax.YAxisLocation = 'origin';
98 ax.ZAxisLocation = 'origin';

```

4.2 outHyperbola

```

1 function [hyperbolaExit, ΔV] = outHyperbola (v_inf)
2 % function that gets Vinf and gives hyperbolic trajectory
3 % and the necessary ΔV
4
5 %% DATA
6 R_e = 6.3782e+03; %km
7 mu_sun = 1.3271741784e20;
8 mu_e = 3.9820e+14; %SI
9 %% parkingOrbit
10 h = 800000; %height in m
11 ro = R_e*1000 + h;
12 Vo = sqrt(mu_e/ro); % velocity at parking orbit;
13 %% ΔV
14 Vinf = norm(v_inf);
15 ΔV = sqrt(Vinf^2+2*Vo^2)-Vo;
16 %% hyperbolic path
17 hyperbolaExit.a = mu_e/(Vinf^2);
18 hyperbolaExit.e = 1 + (Vinf/Vo)^2;
19 hyperbolaExit.beta = acosd(1/hyperbolaExit.e);
20 hyperbolaExit.b = hyperbolaExit.a*sqrt(hyperbolaExit.e^2-1);
21 end

```

4.3 OrbitalVectors

```

1 function [r,v,theta] = OrbitalVectors (t,mu,a,e,I,RAAN,AP,M0,t0)
2 %Function that computes the position vector (r), the velocity vector (v)
3 %and the true anomaly (theta) for a given orbital parameters
4 %
5 %Inputs
6 %t: Time at which to compute the outputs, in JD [days]
7 %mu: Gravitational constant multiplied by the mass of the central body (G*M)
8 %    [N*m^2/kg^2]
9 %a: Major semiaxis [m]
10 %e: Excentricity [dimensionless]
11 %I: Inclination [deg]
12 %RAAN: Right ascension of the ascending node [deg]
13 %AP: Argument of the perigee [deg]
14 %M0: Mean anomaly at a reference time [deg]
15 %t0: Reference time in JD [days]
16 %
17 %Outputs
18 %r: Vector for the position of the orbiting object in the same system of
19 %   reference as the orbital parameters [m]
20 %v: Vector for the velocity of the orbiting object in the same system of
21 %   reference as the orbital parameters [m/s]
22 %theta: True anomaly [deg]
23
24 I=deg2rad(I); %Inclination in rad
25 RAAN=deg2rad(RAAN); %Right ascension of the ascending node in rad
26 AP=deg2rad(AP); %Argument of the perigee in rad
27 M0=deg2rad(M0); %Mean anomaly at reference time t0 in rad
28 t=t*24*3600; %Time in seconds
29 t0=t0*24*3600; %Reference time in seconds
30
31 T=sqrt(4*pi^2*a^3/mu); %Period [s]
32 n=2*pi/T; %Mean motion [rad/s]
33 M=M0+n*(t-t0); %Mean anomaly [rad]
34 M=wrapTo2Pi(M); %Mean anomaly between 0 and 2pi
35 if M>pi
36     M=M-2*pi; %Correction for the hyperbole equations
37 end
38
39 E0=M+e*sin(M); %Initial excentric anomaly
40 error=1e-8;
41 if e<1 %Elyptic case
42     p=a*(1-e^2); %Conic parameter
43     E=1;
44     while abs(E-E0)>error %Newton-Rapson
45         E=E0+(M-E0+e*sin(E0))/(1-e*sin(E0));
46         E0=E;

```


Trajectòries Interplanetàries

```

47     end
48     theta=2*atan(sqrt((1+e)/(1-e))*tan(E/2)); %True anomaly
49     r_mod=a*(1-e*cos(E)); %Modulus of the position vector
50 else %Hyperbolic case
51     p=a*(e^2-1); %Conic parameter
52     if e<1.6
53         if M<pi
54             F0=M+e; %Initial hyperbolic anomaly
55         else
56             F0=M-e; %Initial hyperbolic anomaly
57         end
58     else
59         if e<3.6 && M>pi
60             F0=M-e; %Initial hyperbolic anomaly
61         else
62             F0=M/(e-1); %Initial hyperbolic anomaly
63         end
64     end
65     F=1;
66     while abs(F-F0)>error %Newton Rapson
67         F=F0+(M-e*sinh(F0)+F0)/(e*cosh(F0)-1);
68         F0=F;
69     end
70     theta=2*atan(sqrt((e+1)/(e-1))*tanh(F/2)); %True anomaly
71     r_mod=a*(e*cosh(F)-1); %Modulus of the position vector
72 end
73
74 %Rotation coefficients
75 Px=cos(RAAN)*cos(AP)-sin(RAAN)*cos(I)*sin(AP);
76 Py=sin(RAAN)*cos(AP)+cos(RAAN)*cos(I)*sin(AP);
77 Pz=sin(I)*sin(AP);
78 Qx=-cos(RAAN)*sin(AP)-sin(RAAN)*cos(I)*cos(AP);
79 Qy=-sin(RAAN)*sin(AP)+cos(RAAN)*cos(I)*cos(AP);
80 Qz=sin(I)*cos(AP);
81 Wx=sin(RAAN)*sin(I);
82 Wy=-cos(RAAN)*sin(I);
83 Wz=cos(I);
84 P=[Px ; Py ; Pz]; %Rotation vector for x_orb
85 Q=[Qx ; Qy ; Qz]; %Rotation vector for y_orb
86
87 r=r_mod*(cos(theta)*P+sin(theta)*Q); %Distance vector
88 v=sqrt(mu/p)*(-sin(theta)*P+(e+cos(theta))*Q); %velocity vector
89 end

```

4.4 JulianDate

S'aplica l'algoritme de conversió vist a classe. [2, pàg.48]

```
1 function JDN=JulianDate(year,month,day)
2
3 a = floor((14 - month) / 12);
4 y = year + 4800 - a;
5 m = month + 12*a - 3;
6
7 JDN = day + floor((153*m + 2)/5) + 365*y + floor(y/4)
8       - floor(y/100) + floor(y/400) - 32045;
9 end
```

4.5 checkTangent

Aquesta funció simplement s'encarrega de rebre un quocient, i segons el signe, decidir en quin quadrant situar l'angle que surt de fer l'arc tangent.

```
1 function angle = checkTangent(result,num,den)
2     if den<0 && num>0
3         % segon quadrant
4         angle = pi + result;
5     elseif den<0 && num<0
6         % tercer quadrant
7         angle = result + pi;
8     else
9         angle = result;
10    end
11 end
```

5 | Resultats

5.1 Cas de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2020$ Juliol 19
- Arribada: $t_2 = 2021$ Gener 25

$$\Delta\lambda = 141.693^\circ \quad \Delta\theta = 141.684^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.33073 AU	0.23629	359.613°	0.387°	1.434°	296.515°

Taula 5.1: Elements orbitals del primer cas resolt

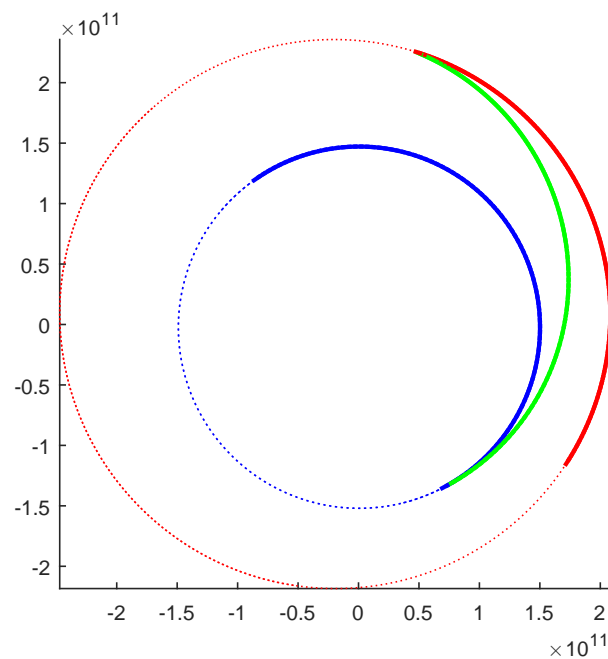


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del primer cas resolt

5.2 Cas de Mart a Júpiter

- Sortida: $t_1 = 2026$ Juny 05
- Arribada: $t_2 = 2029$ Abril 25

$$\Delta\lambda = 182.835^\circ \quad \Delta\theta = 177.141^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
3.45405 AU	0.59043	356.872°	176.203°	7.508°	207.127°

Taula 5.1: Elements orbitals del segon cas resolt

5.3 Cas de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2020$ Març 06
- Arribada: $t_2 = 2020$ Juny 09

$$\Delta\lambda = 135.697^\circ \quad \Delta\theta = 135.670^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
71.33848 AU	1.01109	306.690°	233.310°	2.514°	345.607°

Taula 5.1: Elements orbitals del tercer cas resolt

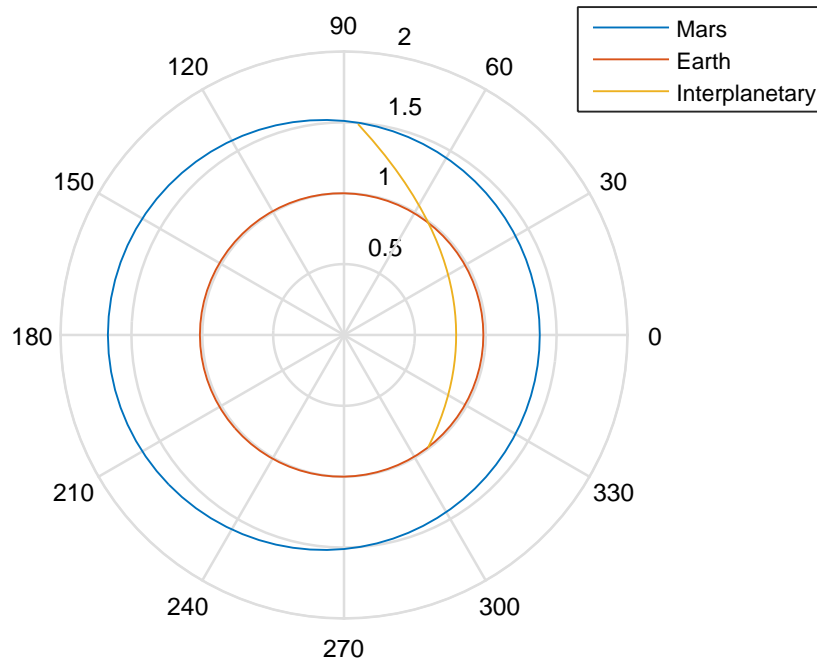


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del tercer cas resolt

5.4 Cas 1 de Mart a Júpiter

- Sortida: $t_1 = 2037$ Octubre 25
- Arribada: $t_2 = 2039$ Octubre 15

$$\Delta\lambda = 121.960^\circ \quad \Delta\theta = 121.957^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
3.87684 AU	0.64755	32.516°	317.644°	1.267°	52.502°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 1

5.5 Cas 2 de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2033$ Març 13
- Arribada: $t_2 = 2033$ Agost 05

Trajectòries Interplanetàries

$$\Delta\lambda = 126.666^\circ \quad \Delta\theta = 126.647^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.34585 AU	0.26502	347.845°	192.155°	2.154°	352.263°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 2

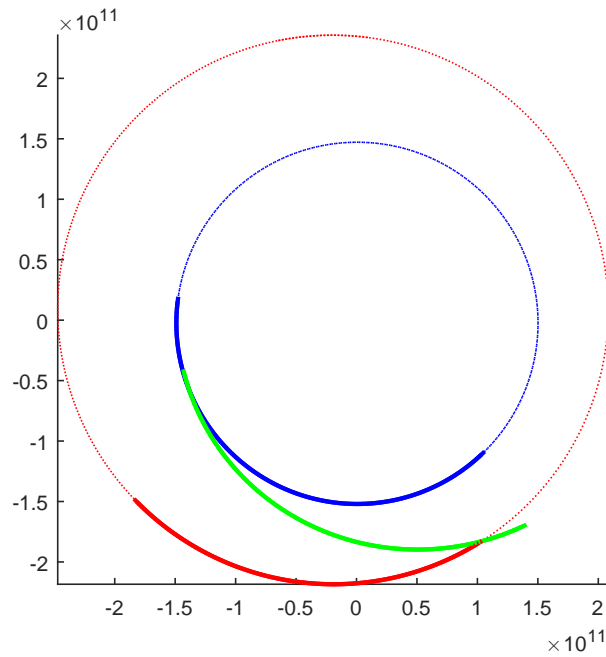


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del cas 2

5.6 Cas 3 de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2031$ Gener 23
- Arribada: $t_2 = 2031$ Agost 01

$$\Delta\lambda = 148.092^\circ \quad \Delta\theta = 148.071^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.24568 AU	0.20996	1.674°	358.471°	2.293°	122.188°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 3

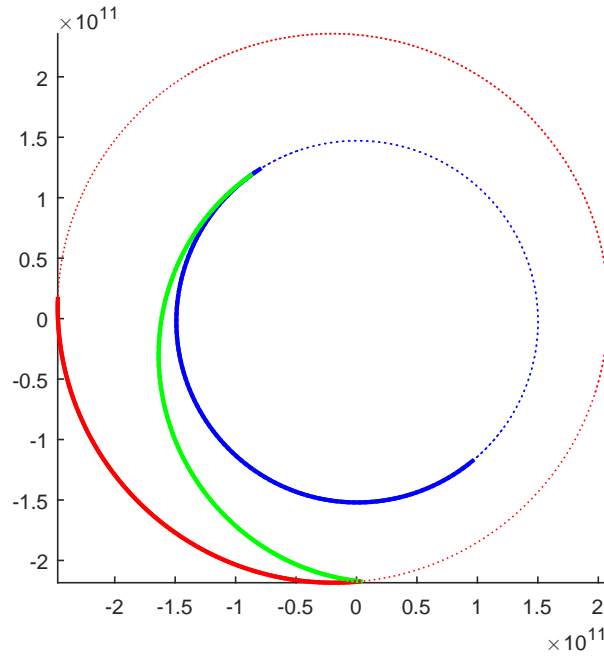


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del cas 3

5.7 Cas 4 de la Terra a Mart

$$\Delta\lambda = 308.176^\circ \quad \Delta\theta = 51.825^\circ$$

- Sortida: $t_1 = 2025$ Juliol 18
- Arribada: $t_2 = 2025$ Octubre 21

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.07039 AU	0.46551	112.076°	67.350°	0.563°	115.868°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 4

5.8 Cas 5 de la Terra a Venus

- Sortida: $t_1 = 2023$ Maig 27
- Arribada: $t_2 = 2023$ Novembre 01

$$\Delta\lambda = 202.000^\circ \quad \Delta\theta = 157.992^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
0.86221 AU	0.23212	147.050°	32.951°	1.678°	65.165°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 5

5.9 Cas 6 de Mart a la Terra

- Sortida: $t_1 = 2033$ Gener 18
- Arribada: $t_2 = 2033$ Agost 28

$$\Delta\lambda = 140.675^\circ \quad \Delta\theta = 140.663^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.31415 AU	0.24918	191.345°	207.993°	1.696°	154.559°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 6

5.10 Cas 7 de Mart a la Terra

- Sortida: $t_1 = 2030$ Novembre 20
- Arribada: $t_2 = 2031$ Juliol 06

$$\Delta\lambda = 134.956^\circ \quad \Delta\theta = 134.927^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.31613 AU	0.26617	184.700°	220.499°	2.572°	103.210°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 7

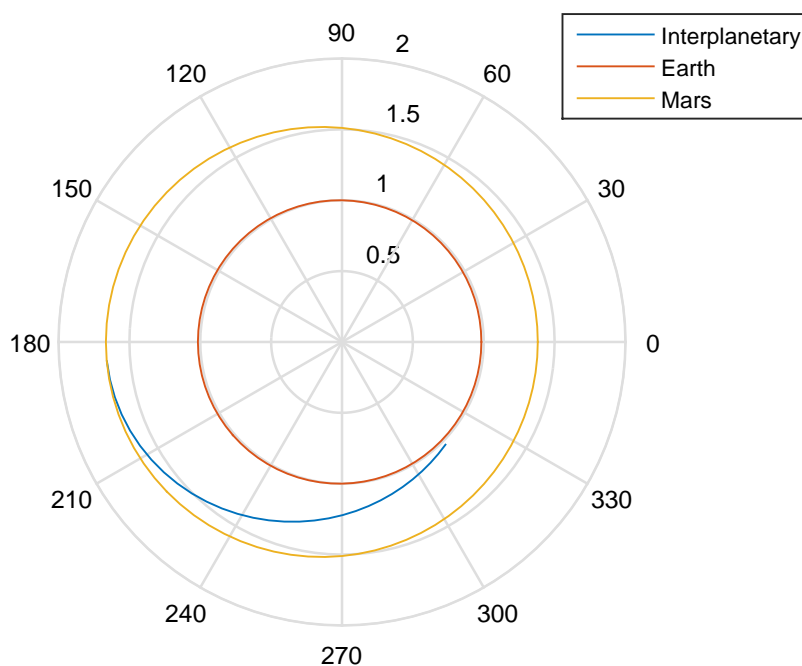


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del cas 7

5.11 Cas 8 de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2021$ Novembre 26
- Arribada: $t_2 = 2022$ Febrer 19

$$\Delta\lambda = 198.239^\circ \quad \Delta\theta = 161.735^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
1.34032 AU	1.44253	288.926°	251.074°	3.166°	243.635°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 8

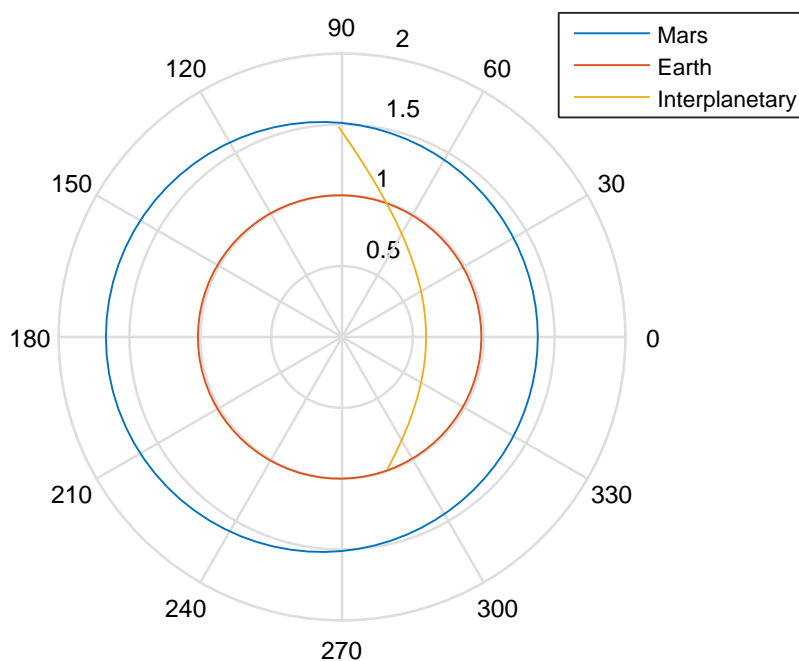


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del cas 8

5.12 Cas 9 de la Terra a Mart

- Sortida: $t_1 = 2022$ Gener 15
- Arribada: $t_2 = 2022$ Abril 20

$$\Delta\lambda = 182.508^\circ \quad \Delta\theta = 176.966^\circ$$

a	e	θ_1	ω	i	Ω
5.10048 AU	1.11071	280.991°	259.009°	34.288°	294.501°

Taula 5.1: Elements orbitals del cas 9

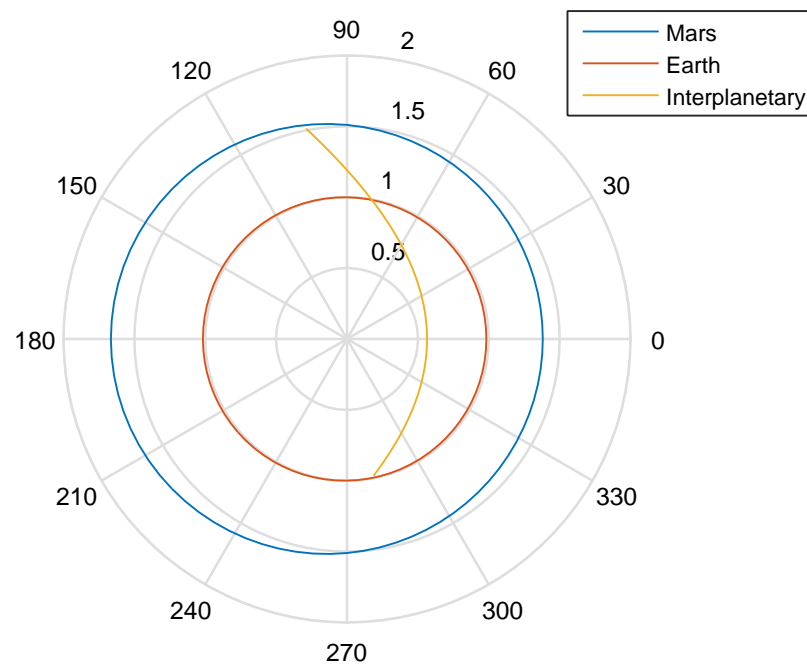


Figura 5.1: Òrbita interplanetària del cas 9

6 | Conclusions

Ens vam decidir pel treball del càlcul de trajectòries interplanetàries des del primer moment degut a que és un tema que realment ens apassiona. Estem vivint una època en que l'arribada a Mart és imminent. Això ens anima a pensar que encara és pot anar més lluny.

El mètode del patched conics....molt útil per una primer approx...bla bla-....els resultats s'han de refinar amb un mètode numèric....blablabla....alguns valors poden diferir de la solució del professor pel fet que una petita variació en els vectors orbitals comporta una gran variació dels àngles d'euler...blabla

EL treball s'ha dividit en petites funcions que a continuació s'han repartit entre els membres de l'equip. Cada funció s'ha intentat validar de forma independent a la resta del codi, per així poder obtenir un programa global funcional i robust.

Per aspectes d'eficiència s'ha emprat un sistema de control de versions git, per així poder treballar simultàniament sobre els mateixos arxius sense perdre cap informació.

Així doncs, s'ha aconseguit combinar la nostra passió pel tema, amb una bona organització. Això ha ajudat a que poguem gaudir i aprendre molt amb el tema escollit..

7 | Bibliografia

- [1] BATTIN, R. H. *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*. 1999.
- [2] CALAF, J. 1. Sistemes de referència. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [3] CALAF, J. 2. Moviment orbital keplerià. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [4] CALAF, J. 4. Maniobres orbitals bàsiques. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [5] CALAF, J. 5. Trajectòries interplanetàries i lunars. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [6] CALAF, J. A. Repàs de Matemàtiques. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [7] CALAF, J. A. Treballs de Mecànica Orbital. *Teoria de màster UPC* (2017).
- [8] VALLADO, D. A. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 1998.