

ESEIAAT



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola Superior d'Enginyeries Industrial,  
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

# Trajectòries interplanetàries Sense integració numèrica

---

Informe

**Curs:** Màster en Enginyeria Aeronàutica

**Assignatura:** Aerodinàmica, Mecànica de Vol i Orbital

**Data d'entrega:** 22-01-2018

**Estudiants:**

González García, Sílvia

Kaloyanov Naydenov, Boyan

Pla Olea, Laura

Serra Moncunill, Josep Maria

**Professor:** Calaf Zayas, Jaume

# Llista de continguts

<b>Llista de taules</b>	<b>iii</b>
<b>Llista de figures</b>	<b>iv</b>
<b>1 Introducció</b>	<b>1</b>
<b>2 Òrbita el·líptica heliocèntrica</b>	<b>2</b>
2.1 Plantejament d'equacions . . . . .	2
2.2 Mètode de resolució . . . . .	4
<b>3 Sortida del planeta origen</b>	<b>5</b>
3.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica . . . . .	5
3.2 Òrbita d'aparcament . . . . .	5
3.3 DeltaV . . . . .	5
<b>4 Arribada al planeta destí</b>	<b>6</b>
4.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica . . . . .	6
4.2 Òrbita d'aparcament . . . . .	6
4.3 DeltaV . . . . .	6
<b>5 Funcions auxiliars</b>	<b>7</b>
<b>6 Resultats</b>	<b>8</b>
6.1 Cas de la Terra a Mart . . . . .	8
6.2 Cas de Mart a Júpiter . . . . .	8
6.3 Cas de la Terra a Mart . . . . .	8
6.4 Cas 1 de Mart a Júpiter . . . . .	9
6.5 Cas 2 de la Terra a Mart . . . . .	9
6.6 Cas 3 de la Terra a Mart . . . . .	9
6.7 Cas 4 de la Terra a Mart . . . . .	10
6.8 Cas 5 de la Terra a Venus . . . . .	10
6.9 Cas 6 de Mart a la Terra . . . . .	10
6.10 Cas 7 de Mart a la Terra . . . . .	11
6.11 Cas 8 de la Terra a Mart . . . . .	11

## *Trajectòries Interplanetàries*

---

6.12 Cas 9 de la Terra a Mart . . . . .	12
<b>7 Conclusions</b>	<b>13</b>

## Llista de taules

6.1	Elements orbitals del primer cas resolt . . . . .	8
6.1	Elements orbitals del segon cas resolt . . . . .	8
6.1	Elements orbitals del tercer cas resolt . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 1 . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 2 . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 3 . . . . .	10
6.1	Elements orbitals del cas 4 . . . . .	10
6.1	Elements orbitals del cas 5 . . . . .	10
6.1	Elements orbitals del cas 6 . . . . .	11
6.1	Elements orbitals del cas 7 . . . . .	11
6.1	Elements orbitals del cas 8 . . . . .	12
6.1	Elements orbitals del cas 9 . . . . .	12

## Llista de figures

2.1	Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí	2
2.1	Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica . . . . .	3
6.1	Òrbita interplanetària del cas 7 . . . . .	11

# 1 | Introducció

miau miau miaaaau

## 2 | Òrbita el·líptica heliocèntrica

El primer pas en la resolució de la trajectòria interplanetària és l'obtenció dels elements de l'òrbita que porta la nau d'un planeta a l'altre. Per tal de conèixer aquests elements és necessari saber quins són els punts d'origen i de destí de la nau. És a dir, cal saber la posició dels planetes en l'instant en què la sonda surt del planeta d'origen i en l'instant en què arriba al planeta de destí. Coneixent aquestes dues posicions ja és possible projectar una òrbita com la que es veu en la figura 2.1.

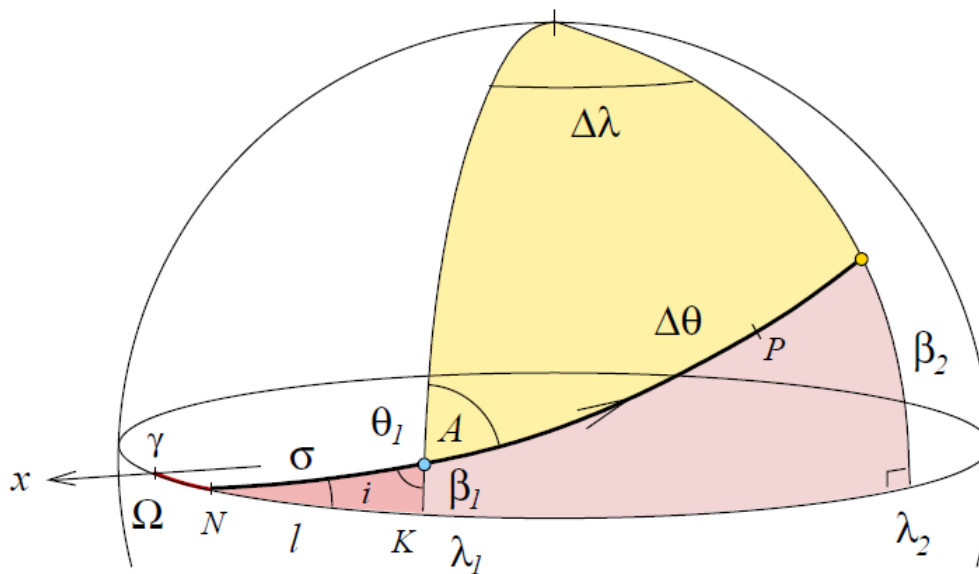


Figura 2.1: Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí

### 2.1 Plantejament d'equacions

Com es dedueix de la figura, és possible calcular la inclinació de l'òrbita sabent la posició dels dos planetes. A partir dels vectors de posició, es pot calcular la desviació respecte de l'eclíptica dels planetes d'origen (en blau) i de destí (en groc),  $\beta_1$  i  $\beta_2$  respectivament. També

## Trajectòries Interplanetàries

es pot obtenir la longitud eclíptica dels dos planetes,  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . A partir d'aquestes variables, el problema es resol aplicant trigonometria esfèrica:

$$\cos \Delta\theta = \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos \Delta\lambda \quad (2.1)$$

Del triangle groc s'obté:

$$\sin A = \cos \beta_2 \frac{\sin \Delta\lambda}{\sin \Delta\theta} \quad (2.2)$$

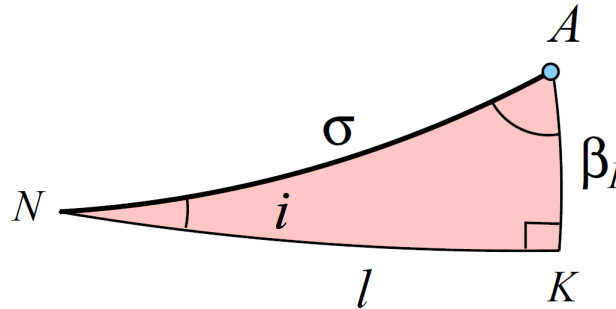


Figura 2.1: Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica

D'altra banda, del triangle esfèric de la figura 2.1 s'obtenen les següents expressions:

$$\tan \sigma = \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \quad (2.3)$$

$$\cos i = \sin A \cos \beta_1 \quad (2.4)$$

$$\sin l = \frac{\tan \beta_1}{\tan i} \quad (2.5)$$

De la figura 2.1 també es poden deduir l'ascensió recta del node ascendent i l'argument del perigeu:

$$\Omega = \lambda_1 - l \quad (2.6)$$

$$\omega = 2\pi - (\theta_1 - \sigma) \quad (2.7)$$

Finalment, a partir dels vectors de posició també s'obtenen els tres elements orbitals que falten. Assumint que la trajectòria és el·líptica, els mòduls dels vectors de posició vénen donats per les expressions:

$$r_1 = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.8)$$

$$r_2 = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \quad (2.9)$$

D'altra banda, també es pot relacionar el temps amb la posició de la sonda en l'òrbita mitjançant l'equació:

$$\frac{2\pi t}{T} = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.10)$$



## Trajectòries Interplanetàries

on  $T$  és el període en dies del planeta d'origen.

Per tant, es pot plantejar un sistema de tres equacions amb tres incògnites:

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \quad (2.11)$$

$$a = \frac{r_1 (1 + e \cos \theta_1)}{1 - e^2} \quad (2.12)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{365.25}{2\pi} a^{3/2} \cdot \left[ 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{(\theta_1 + \Delta\theta)}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin (\theta_1 + \Delta\theta)}{1 + e \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \right] - \\ - 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1 + e \cos \theta_1} \quad (2.13)$$

en què tant els vectors  $\vec{r}_1$  i  $\vec{r}_2$  com el semieix major  $a$  estan expressats en AU, per tal de treballar amb valors més simples.

## 2.2 Mètode de resolució

1. Es calcula la posició del planeta d'origen en l'instant de temps de sortida i la posició del planeta de destí en l'instant de temps d'arribada.
2. A partir dels vectors de posició es calculen les longituds i latituds eclíptiques dels planetes.
3. A partir del sistema d'equacions donat per 2.11, 2.12 i 2.13 s'obtenen l'excentricitat  $e$  i el semieix major  $a$  de l'òrbita, i l'anomalia vertadera de la sonda  $\theta_1$  en l'instant de sortida.
4. Es calcula la inclinació a partir de les equacions donades pels triangles esfèrics 2.4.
5. Càlcul de la longitud eclíptica del node ascendent donat per 2.6.
6. Es calcula l'argument del periheli amb 2.7.

## 3 | Sortida del planeta origen

### 3.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica

### 3.2 Òrbita d'aparcament

### 3.3 DeltaV

## 4 | Arribada al planeta destí

### 4.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica

### 4.2 Òrbita d'aparcament

### 4.3 DeltaV

## 5 | Funcions auxiliars

## 6 | Resultats

### 6.1 Cas de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2020$  Juliol 19
- Arribada:  $t_2 = 2021$  Gener 25

$$\Delta\lambda = 141.693^\circ \quad \Delta\theta = 141.684^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.33073 AU	0.23629	359.613°	0.387°	1.434°	296.515°

Taula 6.1: Elements orbitals del primer cas resolt

### 6.2 Cas de Mart a Júpiter

- Sortida:  $t_1 = 2026$  Juny 05
- Arribada:  $t_2 = 2029$  Abril 25

$$\Delta\lambda = 182.835^\circ \quad \Delta\theta = 177.141^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
3.45405 AU	0.59043	356.872°	176.203°	7.508°	207.127°

Taula 6.1: Elements orbitals del segon cas resolt

### 6.3 Cas de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2020$  Març 06

## Trajectòries Interplanetàries

- Arribada:  $t_2 = 2020$  Juny 09

$$\Delta\lambda = 135.697^\circ \quad \Delta\theta = 135.670^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
71.33848 AU	1.01109	306.690°	233.310°	2.514°	345.607°

Taula 6.1: Elements orbitals del tercer cas resolt

### 6.4 Cas 1 de Mart a Júpiter

- Sortida:  $t_1 = 2037$  Octubre 25
- Arribada:  $t_2 = 2039$  Octubre 15

$$\Delta\lambda = 121.960^\circ \quad \Delta\theta = 121.957^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
3.87684 AU	0.64755	32.516°	317.644°	1.267°	52.502°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 1

### 6.5 Cas 2 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2033$  Març 13
- Arribada:  $t_2 = 2033$  Agost 05

$$\Delta\lambda = 126.666^\circ \quad \Delta\theta = 126.647^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.34585 AU	0.26502	347.845°	192.155°	2.154°	352.263°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 2

### 6.6 Cas 3 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2031$  Gener 23

## Trajectòries Interplanetàries

- Arribada:  $t_2 = 2031$  Agost 01

$$\Delta\lambda = 148.092^\circ \quad \Delta\theta = 148.071^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.24568 AU	0.20996	$1.674^\circ$	$358.471^\circ$	$2.293^\circ$	$122.188^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 3

## 6.7 Cas 4 de la Terra a Mart

$$\Delta\lambda = 308.176^\circ \quad \Delta\theta = 51.825^\circ$$

- Sortida:  $t_1 = 2025$  Juliol 18
- Arribada:  $t_2 = 2025$  Octubre 21

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.07039 AU	0.46551	$112.076^\circ$	$67.350^\circ$	$0.563^\circ$	$115.868^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 4

## 6.8 Cas 5 de la Terra a Venus

- Sortida:  $t_1 = 2023$  Maig 27
- Arribada:  $t_2 = 2023$  Novembre 01

$$\Delta\lambda = 202.000^\circ \quad \Delta\theta = 157.992^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
0.86221 AU	0.23212	$147.050^\circ$	$32.951^\circ$	$1.678^\circ$	$65.165^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 5

## 6.9 Cas 6 de Mart a la Terra

- Sortida:  $t_1 = 2033$  Gener 18

## Trajectòries Interplanetàries

- Arribada:  $t_2 = 2033$  Agost 28

$$\Delta\lambda = 140.675^\circ \quad \Delta\theta = 140.663^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.31415 AU	0.24918	191.345°	207.993°	1.696°	154.559°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 6

### 6.10 Cas 7 de Mart a la Terra

- Sortida:  $t_1 = 2030$  Novembre 20
- Arribada:  $t_2 = 2031$  Juliol 06

$$\Delta\lambda = 134.956^\circ \quad \Delta\theta = 134.927^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.31613 AU	0.26617	184.700°	220.499°	2.572°	103.210°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 7

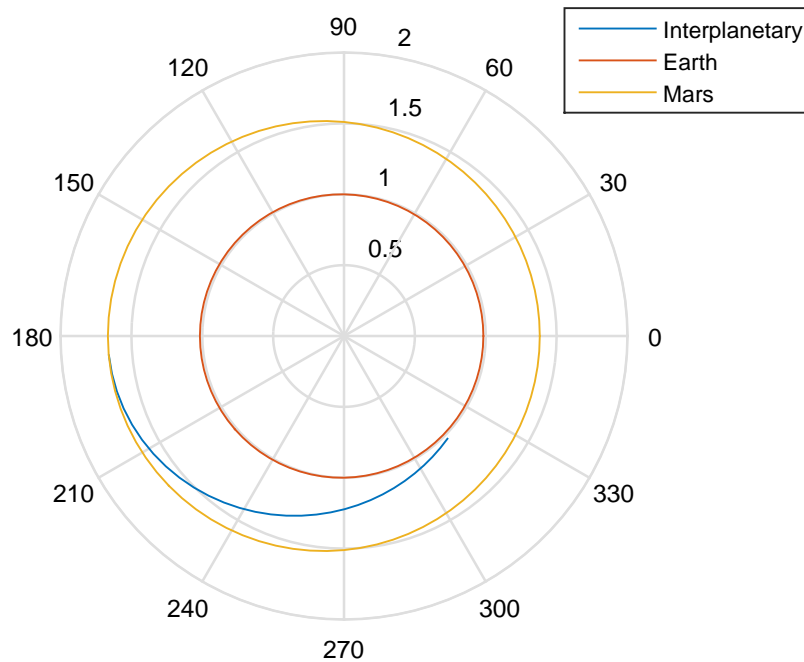


Figura 6.1: Òrbita interplanetària del cas 7



## 6.11 Cas 8 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2021$  Novembre 26
- Arribada:  $t_2 = 2022$  Febrer 19

$$\Delta\lambda = 198.239^\circ \quad \Delta\theta = 161.735^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.34032 AU	1.44253	288.926°	251.074°	3.166°	243.635°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 8

## 6.12 Cas 9 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2022$  Gener 15
- Arribada:  $t_2 = 2022$  Abril 20

$$\Delta\lambda = 182.508^\circ \quad \Delta\theta = 176.966^\circ$$

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
5.10048 AU	1.11071	280.991°	259.009°	34.288°	294.501°

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 9

## 7 | Conclusions

miau miau miaaaau