

ESEIAAT



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola Superior d'Enginyeries Industrial,  
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

# Trajectòries interplanetàries Sense integració numèrica

---

Informe

**Curs:** Màster en Enginyeria Aeronàutica

**Assignatura:** Aerodinàmica, Mecànica de Vol i Orbital

**Data d'entrega:** 22-01-2018

**Estudiants:**

González García, Sílvia

Kaloyanov Naydenov, Boyan

Pla Olea, Laura

Serra Moncunill, Josep Maria

**Professor:** Calaf Zayas, Jaume

# Llista de continguts

<b>Llista de taules</b>	<b>ii</b>
<b>Llista de figures</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introducció</b>	<b>1</b>
<b>2 Òrbita el·líptica heliocèntrica</b>	<b>2</b>
2.1 Plantejament d'equacions . . . . .	2
2.2 Mètode de resolució . . . . .	4
<b>3 Sortida del planeta origen</b>	<b>5</b>
3.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica . . . . .	5
3.2 Òrbita d'aparcament . . . . .	5
3.3 DeltaV . . . . .	5
<b>4 Arribada al planeta destí</b>	<b>6</b>
4.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica . . . . .	6
4.2 Òrbita d'aparcament . . . . .	6
4.3 DeltaV . . . . .	6
<b>5 Funcions auxiliars</b>	<b>7</b>
<b>6 Resultats</b>	<b>8</b>
6.1 Cas de la Terra a Mart . . . . .	8
6.2 Cas de Mart a Júpiter . . . . .	8
6.3 Cas 1 de Mart a Júpiter . . . . .	8
6.4 Cas 2 de la Terra a Mart . . . . .	9
6.5 Cas 3 de la Terra a Mart . . . . .	9
6.6 Cas 4 de la Terra a Mart . . . . .	10
6.7 Cas 5 de la Terra a Venus . . . . .	10
6.8 Cas 6 de Mart a la Terra . . . . .	10
6.9 Cas 7 de Mart a la Terra . . . . .	11
<b>7 Conclusions</b>	<b>12</b>

## Llista de taules

6.1	Elements orbitals del primer cas resolt . . . . .	8
6.1	Elements orbitals del segon cas resolt . . . . .	8
6.1	Elements orbitals del cas 1 . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 2 . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 3 . . . . .	9
6.1	Elements orbitals del cas 4 . . . . .	10
6.1	Elements orbitals del cas 5 . . . . .	10
6.1	Elements orbitals del cas 6 . . . . .	11
6.1	Elements orbitals del cas 7 . . . . .	11

# Llista de figures

2.1	Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí	2
2.1	Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica . . . . .	3

# 1 | Introducció

miau miau miaaaau

## 2 | Òrbita el·líptica heliocèntrica

El primer pas en la resolució de la trajectòria interplanetària és l'obtenció dels elements de l'òrbita que porta la nau d'un planeta a l'altre. Per tal de conèixer aquests elements és necessari saber quins són els punts d'origen i de destí de la nau. És a dir, cal saber la posició dels planetes en l'instant en què la sonda surt del planeta d'origen i en l'instant en què arriba al planeta de destí. Coneixent aquestes dues posicions ja és possible projectar una òrbita com la que es veu en la figura 2.1.

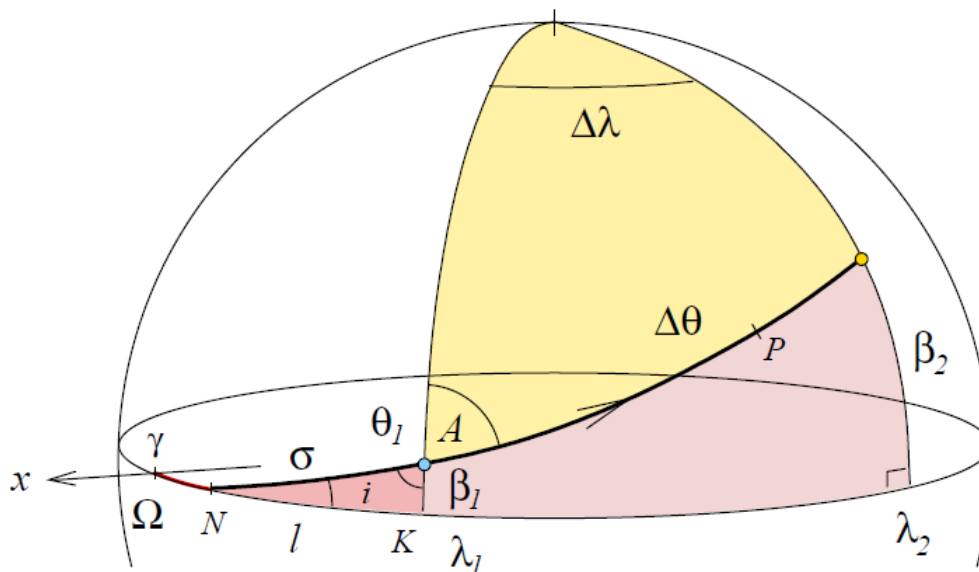


Figura 2.1: Òrbita interplanetària heliocèntrica del planeta d'origen al planeta de destí

### 2.1 Plantejament d'equacions

Com es dedueix de la figura, és possible calcular la inclinació de l'òrbita sabent la posició dels dos planetes. A partir dels vectors de posició, es pot calcular la desviació respecte de l'eclíptica dels planetes d'origen (en blau) i de destí (en groc),  $\beta_1$  i  $\beta_2$  respectivament. També

## Trajectòries Interplanetàries

es pot obtenir la longitud eclíptica dels dos planetes,  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . A partir d'aquestes variables, el problema es resol aplicant trigonometria esfèrica:

$$\cos \Delta\theta = \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos \Delta\lambda \quad (2.1)$$

Del triangle groc s'obté:

$$\sin A = \cos \beta_2 \frac{\sin \Delta\lambda}{\sin \Delta\theta} \quad (2.2)$$

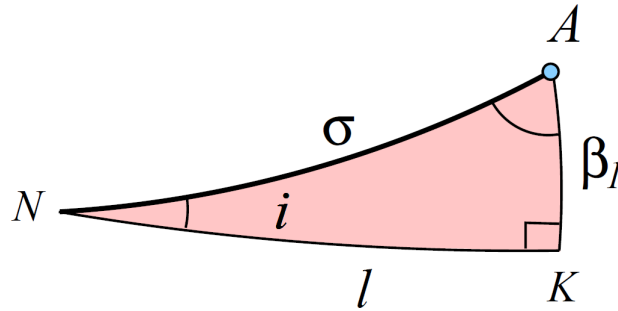


Figura 2.1: Triangle esfèric de l'òrbita interplanetària heliocèntrica

D'altra banda, del triangle esfèric de la figura 2.1 s'obtenen les següents expressions:

$$\tan \sigma = \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \quad (2.3)$$

$$\cos i = \sin A \cos \beta_1 \quad (2.4)$$

$$\sin l = \frac{\tan \beta_1}{\tan i} \quad (2.5)$$

De la figura 2.1 també es poden deduir l'ascensió recta del node ascendent i l'argument del perigeu:

$$\Omega = \lambda_1 - l \quad (2.6)$$

$$\omega = 2\pi - (\theta_1 - \sigma) \quad (2.7)$$

Finalment, a partir dels vectors de posició també s'obtenen els tres elements orbitals que falten. Assumint que la trajectòria és el·líptica, els mòduls dels vectors de posició vénen donats per les expressions:

$$r_1 = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.8)$$

$$r_2 = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \quad (2.9)$$

D'altra banda, també es pot relacionar el temps amb la posició de la sonda en l'òrbita mitjançant l'equació:

$$\frac{2\pi t}{T} = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1+e \cos \theta_1} \quad (2.10)$$

on  $T$  és el període en dies del planeta d'origen.

Per tant, es pot plantejar un sistema de tres equacions amb tres incògnites:

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \quad (2.11)$$

$$a = \frac{r_1 (1 + e \cos \theta_1)}{1 - e^2} \quad (2.12)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2\pi} a^{3/2} \cdot \left[ 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{(\theta_1 + \Delta\theta)}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin (\theta_1 + \Delta\theta)}{1 + e \cos (\theta_1 + \Delta\theta)} \right] - \\ - 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin \theta_1}{1 + e \cos \theta_1} \quad (2.13)$$

## 2.2 Mètode de resolució

1. Es calcula la posició del planeta d'origen en l'instant de temps de sortida i la posició del planeta de destí en l'instant de temps d'arribada.
2. A partir dels vectors de posició es calculen les longituds i latituds eclíptiques dels planetes.
3. A partir del sistema d'equacions donat per 2.11, 2.12 i 2.13 s'obtenen l'excentricitat  $e$  i el semieix major  $a$  de l'òrbita, i l'anomalia vertadera de la sonda  $\theta_1$  en l'instant de sortida.
4. Es calcula la inclinació a partir de les equacions donades pels triangles esfèrics 2.4.
5. Càlcul de la longitud eclíptica del node ascendent donat per 2.6.
6. Es calcula l'argument del periheli amb 2.7.



## 3 | Sortida del planeta origen

### 3.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica

### 3.2 Òrbita d'aparcament

### 3.3 DeltaV

## 4 | Arribada al planeta destí

### 4.1 Òrbita planetocèntrica hiperbòlica

### 4.2 Òrbita d'aparcament

### 4.3 DeltaV

## 5 | Funcions auxiliars

## 6 | Resultats

### 6.1 Cas de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2020$  Juliol 19
- Arribada:  $t_2 = 2021$  Gener 25

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
1.33073 AU	0.23629	$359.613^\circ$	$0.387^\circ$	$1.434^\circ$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del primer cas resolt

### 6.2 Cas de Mart a Júpiter

- Sortida:  $t_1 = 2026$  Juny 05
- Arribada:  $t_2 = 2029$  Abril 25

$a$	$e$	$\theta_1$	$\omega$	$i$	$\Omega$
9.39850 AU	0.87012	$314.767^\circ$	$218.308^\circ$	$7.508^\circ$	$207.127^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del segon cas resolt

### 6.3 Cas 1 de Mart a Júpiter

- Sortida:  $t_1 = 2037$  Octubre 25
- Arribada:  $t_2 = 2039$  Octubre 15

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 1

## 6.4 Cas 2 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2033$  Març 13
- Arribada:  $t_2 = 2033$  Agost 05

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 2

## 6.5 Cas 3 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2031$  Gener 23
- Arribada:  $t_2 = 2031$  Agost 01

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 3

## 6.6 Cas 4 de la Terra a Mart

- Sortida:  $t_1 = 2025$  Juliol 18
- Arribada:  $t_2 = 2025$  Octubre 21

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 4

## 6.7 Cas 5 de la Terra a Venus

- Sortida:  $t_1 = 2023$  Maig 27
- Arribada:  $t_2 = 2023$  Novembre 01

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 5

## 6.8 Cas 6 de Mart a la Terra

- Sortida:  $t_1 = 2033$  Gener 18
- Arribada:  $t_2 = 2033$  Agost 28

$a$	1.33073 AU
$e$	0.23629
$\theta_1$	$359.613^\circ$
$\omega$	$0.387^\circ$
$i$	$1.434^\circ$
$\Omega$	$296.515^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 6

## 6.9 Cas 7 de Mart a la Terra

- Sortida:  $t_1 = 2030$  Novembre 20
- Arribada:  $t_2 = 2031$  Juliol 06

$a$	3.45405 AU
$e$	0.59043
$\theta_1$	$356.872^\circ$
$\omega$	$176.203^\circ$
$i$	$7.508^\circ$
$\Omega$	$207.127^\circ$

Taula 6.1: Elements orbitals del cas 7

## 7 | Conclusions

miau miau miaaaau