

Treballs de MO^(vp)

W

Sobre els treballs en equip.

Exemples de temes.

Treballs en equip (ASSIGNMENT)



- Els treballs es fan en equips de 2, 3 o 4 persones.
- Tipus de treballs: el tema és de lliure elecció d'entre els que proposo després. Pel que fa a l'extensió i profunditat es deixa a la voluntat (i al sentit comú!) de cada equip.
- Tots els treballs s'han de presentar com una carpeta comprimida amb:
 - Un fitxer pdf amb l'explicació “completa” del treball (títol, objectius, explicació teòrica, referències i, si s'han fet càlculs numèrics i/o gràfiques, els resultats més importants i les conclusions).
Com que aquest treball és docent, no escatimeu les explicacions ni les referències.
 - Els altres fitxers necessaris per entendre i avaluar el treball: programes, càlculs intermedis, etc.

- Un dels autors ha d'enviar el treball a: `jaume.calaf@upc.edu` amb l' "assumpte": `TREBALL-MECANICA-ORBITAL` adjuntant la carpeta comprimida (tipus zip) amb la informació. La carpeta s'ha de dir: `Treball-M0-2017des(C1-C2-C3-...)`, on `C1-C2-C3-...` són el primer cognom de cada membre de l'equip. Quan hagi descomprimit el zip us respondré el missatge amb un "OK Rebut".
- Si hi ha alguna pregunta o aclaració que m'hagi de fer l'equip i ja s'ha acabat el curs, la faré per e-mail al membre que m'ha enviat el treball i aquest, si cal, es posarà en contacte amb els altres.
- No hi ha una data límit concreta (però s'haurien d'haver lliurat, com a màxim, uns 10 dies abans de les notes definitives de l'assignatura).
- Per a la nota es valorarà tot una mica. En funció del tema: els resultats, la claretat de la presentació en el pdf, la recerca d'informació i de casos reals, etc.

Exemples de temes per al treball.



A continuació proposo una llista de possibles temes.

Tot és flexible, és a dir, es pot variar, reduir o ampliar segons els gustos i el temps que vulgui dedicar-hi cada equip.

Tota la teoria/formulació per fer aquests treballs (aquesta és la intenció) està en els apunts.

De totes formes, si teniu qualsevol dubte, envieu-me un correu.

A) Sense integració: Sobre trajectòries d'ICBM

(amb Terra esfèrica en rotació, però sense atmosfera)

- A₁) S'ha de fer un programa que donats dos punts de la “superfície” de la Terra i considerant la rotació d'aquesta, trobi, per a diferents velocitats inicials de sortida dels ICBM, els angles d'elevació i els azimuths corresponents, així com el temps de vol, altitud màxima i la sensibilitat a les condicions inicials.
- A₂) Un radar que es troba a una latitud, longitud i altitud conegudes (ϕ, λ, \bar{h}) detecte en un instant determinat t_0 un ICBM que s'està desplaçant. Si a t_0 , el radar dona la posició i la velocitat topocèntriques de l'ICBM, és a dir, distància radial ρ radar-ICBM, l'azimut nord a_n i l'elevació o altura h , i les seves derivades $\dot{\rho}$, \dot{a}_n i \dot{h} , trobeu, en primer lloc, les coordenades cartesianes geocèntriques de l'ICBM, després els seus elements orbitals i, finalment, en quin instant i on impactarà, així com d'on ha sortit.

(B) Amb integració numèrica: Pertorbacions de curt període de J_2

B₁) Efectes de curt i de llarg període de J_2 sobre els elements orbitals.

Efectes seculars: comprovació dels resultats analítics.

B₂) Complement de l'anterior: estudi dels efectes de curt període de J_2 .

Per això s'ha de fer una estimació de l'error màxim en les coordenades horitzontals observades (a, h, ρ) des d'una estació de seguiment situada a (ϕ, λ, \bar{h}) , després de comparar amb les (a, h, ρ) calculades sense integració considerant només les fórmules que donen el creixement secular de ω , Ω i M_0 .

Feu aquests estudis per a diversos conjunts d'elements, diversos llocs i durant 24, 48 i 96 hores.

(C₁) Amb integració numèrica: Pertorbacions dels satèl·lits geoest per C₂₂

Estudi dels efectes de C₂₂ i S₂₂ en els satèl·lits geoestacionaris segons la longitud on estan nominalment situats.

L'acceleració¹ (a_r, a_δ, a_λ) a la qual està sotmés el satèl·lit és la següent :

$$\begin{aligned}a_r + \frac{\mu}{r^2} &= -\frac{\mu R_e^2}{r^4} \left[\frac{3}{2} C_{20} (3 \sin^2 \delta - 1) + 9 \cos^2 \delta (C_{22} \cos 2\lambda + S_{22} \sin 2\lambda) \right] \\a_\delta &= -\frac{\mu R_e^2}{r^4} \cdot \frac{3}{2} \sin 2\delta \left[C_{20} - 2(C_{22} \cos 2\lambda + S_{22} \sin 2\lambda) \right] \\a_\lambda &= -\frac{\mu R_e^2}{r^4} \cdot 6 \cos \delta \left(-C_{22} \sin 2\lambda + S_{22} \cos 2\lambda \right)\end{aligned}$$

amb els coeficients: $C_{20} = \sqrt{5} \overline{C}_{20} = J_2 = -10826.27 \times 10^{-7},$

$$C_{22} = \sqrt{5/12} \overline{C}_{22} = +15.7446 \times 10^{-7}, \quad S_{22} = \sqrt{5/12} \overline{S}_{22} = -9.0380 \times 10^{-7}$$

No oblideu que aquesta acceleració s'ha de passar a coordenades rectangulars ECI amb l'eix *x* orientat cap a Àries, com s'ha vist al Tema 3.

¹Repasseu tot: l'expressió, els coeficients, els signes!

(C₂) Amb integració numèrica: Pertorbacions dels satèl·lits geoest per la LLuna

Es tracta de fer càlculs orientatius; per ex., es pot prendre l'òrbita de la Lluna com a circular, amb diferents inclinacions respecte de l'equador de la Terra (recordeu que oscil·la entre 18.3° i 28.6° en 18.6 anys). Amb la notació habitual:

\vec{r} : Terra \rightarrow Satèl·lit; $\vec{\rho}$: Satèl·lit \rightarrow Lluna; \vec{R} : Terra \rightarrow Lluna i $\mu_\ell = \mu/81.301$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \mu_\ell \left(\frac{\vec{\rho}}{\rho^3} - \frac{\vec{R}}{R^3} \right)$$

Com que l'efecte és petit s'ha d'integrar per a un interval de bastants mesos: vigileu amb els errors de la integració numèrica. Feu un seguiment de com l'òrbita del satèl·lit es va distanciant lentament de la geoestacionària.

Es pot fer el mateix amb el Sol (més fàcil i més realista). L'efecte és més petit que el que fa la Lluna.

(D) Sense integració numèrica: trajectòries interplanetàries.

Donades les posicions rectangulars eclíptiques de dos planetes en dos instants coneguts, trobeu una trajectòria que porti una nau, en un sol impuls inicial, del primer al segon planeta en els instants previstos.

Per això, calculeu els elements eclíptics de l'òrbita de transferència i les velocitats heliocèntriques de sortida i arribada, etc.

(Per trobar les velocitats planetocèntriques —que són molt importants— necessiteu les velocitats dels planetes, però no les dono aquí.)

A continuació s'exposen uns casos resolts (com s'explica als apunts) i, després, uns quants casos per resoldre.

Les dates de sortida i arribada s'han triat perquè es puguin fer els càlculs bé.

...Cas resolts sobre trajectòries interplanetàries

Cas de la Terra a Mart (resolt):

- Sortida: $t_1 = 2020 \text{ Jul } 19$, Arribada: $t_2 = 2021 \text{ Gen } 25$, $\Delta t = 190$ dies

– Sortida i Arribada, AU: $\Delta\lambda_0 = 29.837^\circ$, $\Delta\theta_0 = 141.683^\circ$

$$\vec{r}_T(t_1) = (0.4537, -0.9094, 0.0000)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.3148, 1.5078, 0.0239)$$

– **COMPROVEU QUE:** Elements eclíptics de la transferència

$$a = 1.33069 \text{ AU}, \quad e = 0.23629, \quad \theta_0 = 359.621^\circ$$

$$\omega = 0.470^\circ, \quad i = 1.435^\circ, \quad \Omega = 296.424^\circ$$

Velocitats heliocèntriques sonda a la sortida i a l'arribada, km/s:

$$\vec{v}_s(t_1) = (29.3678, 14.6982, 0.8229)$$

$$\vec{v}_s(t_2) = (20.4069, 8.2771, 0.3656)$$

...Cas resolts sobre trajectòries interplanetàries

Cas de Mart a Júpiter (resolt):

- Sortida: $t_1 = 2026$ Juny 05, Arribada: $t_2 = 2029$ Abril 25, $\Delta t = 1055$ dies

– Sortida i Arribada, AU: $\Delta\lambda_0 = 101.387^\circ$, $\Delta\theta_0 = 182.859^\circ$

$$\vec{r}_M(t_1) = (1.3277, 0.4901, 0.0223)$$

$$\vec{r}_J(t_2) = (5.0135, 2.1380, 0.0505)$$

– COMPROVEU QUE: Elements eclíptics de la transferència

$$a = 3.45403 \text{ AU}, \quad e = 0.59218, \quad \theta_0 = 350.769^\circ$$

$$\omega = 182.312^\circ, \quad i = 7.513^\circ, \quad \Omega = 207.121^\circ$$

Velocitats heliocèntriques sonda a la sortida i a l'arribada, km/s:

$$\vec{v}_s(t_1) = (12.5324, 28.6817, 4.1200)$$

$$\vec{v}_s(t_2) = (1.9715, 7.9799, 1.0552)$$

...Cas resolts sobre trajectòries interplanetàries

Cas de la Terra a Mart (hiperbòlic, resolts):

- Sortida: $t_1 = 2020 \text{ Mar } 06$, Arribada: $t_2 = 2020 \text{ Jun } 09$, $\Delta t = 95$ dies

– Sortida i Arribada, AU: $\Delta\lambda_0 = 81.006^\circ$, $\Delta\theta_0 = 135.670^\circ$

$$\vec{r}_T(t_1) = (-0.9609, 0.2466, 0.0000),$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.7285, -1.1980, -0.0430)$$

– COMPROVEU QUE: Elements eclíptics de la transferència

$$a = 71.08581 \text{ AU}, \quad e = 1.01113, \quad \theta_0 = -53.310^\circ$$

$$\omega = 233.297^\circ, \quad i = 2.513^\circ, \quad \Omega = 345.619^\circ$$

Velocitats heliocèntriques sonda a la sortida i a l'arribada, km/s:

$$\vec{v}_s(t_1) = (9.1364, -41.4090, -1.6612)$$

$$\vec{v}_s(t_2) = (35.1754, -6.3201, 0.1148)$$

...Casos per resoldre sobre trajectòries interplanetàries

Cas 1 de Mart a Júpiter:

Sortida: $t_1 = 2037$ Oct 25, Arribada: $t_2 = 2039$ Oct 15, $\Delta t = 720$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_M(t_1) = (1.0707, 0.9868, 0.0055)$$

$$\vec{r}_J(t_2) = (5.2210, 1.4357, 0.1109)$$

(Ajuda: $e = 0.64754$)

...Casos per resoldre sobre trajectòries interplanetàries

Cas 2 de la Terra a Mart:

Sortida: $t_1 = 2033$ Mar 13, Arribada: $t_2 = 2033$ Ago 05, $\Delta t = 145$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (0.9848, 0.1338, 0.0000)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.6797, 1.2298, 0.0424)$$

Cas 3 de la Terra a Mart:

Sortida: $t_1 = 2031$ Gen 23, Arribada: $t_2 = 2031$ Ago 01, $\Delta t = 190$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (0.5264, 0.8316, 0.0001)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.0108, 1.4542, 0.0309)$$

...Casos per resoldre sobre trajectòries interplanetàries

Cas 4 de la Terra a Mart:

Sortida: $t_1 = 2025 \text{ Jul } 18$, Arribada: $t_2 = 2025 \text{ Oct } 21$, $\Delta t = 95 \text{ dies}$

Sortida i Arribada, AU (l'òrbita és molt el·líptica):

$$\vec{r}_T(t_1) = (0.4342, 0.9188, 0.0001)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.6775, 1.3571, 0.0118)$$

Cas 5 de la Terra a Venus:

Sortida: $t_1 = 2023 \text{ Mai } 27$, Arribada: $t_2 = 2023 \text{ Nov } 01$, $\Delta t = 158 \text{ dies}$

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (-0.4255, -0.9194, 0.0000)$$

$$\vec{r}_V(t_2) = (0.0356, 0.7189, 0.0079)$$

...Casos per resoldre sobre trajectòries interplanetàries

Cas 6 de Mart a la Terra:

Sortida: $t_1 = 2033$ Gen 18, Arribada: $t_2 = 2033$ Ago 28, $\Delta t = 222$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_M(t_1) = (1.5831, 0.3913, 0.0306)$$

$$\vec{r}_T(t_2) = (0.9123, 0.4340, 0.0000)$$

Cas 7 de Mart a la Terra:

Sortida: $t_1 = 2030$ Nov 20, Arribada: $t_2 = 2031$ Jul 06, $\Delta t = 228$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (1.4166, 0.8722, 0.0530)$$

$$\vec{r}_V(t_2) = (0.2345, 0.9893, 0.0001)$$

...Casos per resoldre sobre trajectòries interplanetàries

Cas 8 de la Terra a Mart (hiperbòlica):

Sortida: $t_1 = 2021 \text{ Nov } 26$, Arribada: $t_2 = 2022 \text{ Feb } 19$, $\Delta t = 85$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (0.4383, 0.8843, 0.0000)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (-0.2082, -1.4582, -0.0255)$$

Cas 9 de la Terra a Mart (hiperbòlica):

Sortida: $t_1 = 2022 \text{ Gen } 15$, Arribada: $t_2 = 2022 \text{ Abr } 20$, $\Delta t = 95$ dies

Sortida i Arribada, AU:

$$\vec{r}_T(t_1) = (-0.4079, 0.8950, 0.0000)$$

$$\vec{r}_M(t_2) = (0.6393, -1.2542, -0.0420)$$