

Exercițiul 6 Se consideră sistemul

$$\begin{cases} x'(t) = 2y(t) \\ y'(t) = -2x(t) \end{cases}$$

Se cere:

0 (a) (1p) Să se determine fluxul

0,25 (b) (0,5p) Să se determine portretul fazic și să se precizeze stabilitatea și tipul punctului de echilibru (0;0).

$$\begin{cases} x'(t) = 2y(t) \\ y'(t) = -2x(t) \\ x(0) = \eta_1 \\ y(0) = \eta_2 \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{y'(t)}{-2}$$

$$y''(t) = -2x'(t)$$

$$y''(t) = -4y'(t)$$

$$y''(t) + 4y'(t) = 0$$

$$\lambda^2 + 4\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda + 4) = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = -4$$

$$y(t) = c_1 + c_2 \cdot e^{-4t}, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

$$x(t) = 2c_2 \cdot e^{-4t}$$

$$x(0) = 2c_2 = \eta_1 \Rightarrow c_2 = \frac{\eta_1}{2}$$

$$y(0) = c_1 + \frac{\eta_1}{2} = \eta_2$$

$$\Rightarrow c_1 = \eta_2 - \frac{\eta_1}{2}$$

$$\ell: W \rightarrow \mathbb{R}^2, \ell(t, \eta_1, \eta_2) =$$

$$= \left( \eta_1 \cdot e^{-4t}, \eta_2 - \frac{\eta_1}{2} + \frac{\eta_2}{2} \cdot e^{-4t} \right)$$

$$W = \{ i_\eta \times \{ \eta \} : \eta \in \mathbb{R}^2 \}$$

$$W = \mathbb{R}^3$$

$$i_\eta \uparrow \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x \end{cases}$$


---

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2y}{-2x} = -\frac{y}{x}$$

$$dx \cdot x = y \cdot dy$$

$$x^2 = -y^2 + c$$

$$\frac{x^2}{2} = -\frac{y^2}{2} + c$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = c$$

