8. Pruebas de hipótesis

Ozner Leyva

2024-08-23

1. Enlatados

Los pesos de 21 latas de duraznos empacados elegidas al azar fueron:

Peso de las latas: 11, 11.6, 11.6, 11.7, 10.9, 11.6, 12, 11.2, 11.5, 12, 12, 11.4, 11.2, 10.8, 10.5, 11.8, 12.2, 10.9, 11.8, 11.4, 12.1

Por estudios anteriores se saber que población del peso de las latas se distribuye normalmente.

Si a los dueños no les conviene que el peso sea menor, pero tampoco mayor a 11.7, prueba la afirmación de que el verdadero peso de las latas es de 11.7 con un nivel de confianza de 0.98 haciendo uso de los datos obtenidos en la muestra.

Paso 1: Hipótesis

$H_0: \mu = 11.7$ $H_1: \mu \neq 11.7$

¿Cómo se distribuye $\bar{x}$?

- X se distribuye como una normal
- n es menor a 30, n < 30
- No conocemos sigma

Entonces: la distribución muestral es una t de Student

Paso 2: Regla de desición:

Nivel de confianza es de 0.98 Nivel de significancia es de 0.02

Necesito encontrar a cuántas desviaciones estándar está lejos el valor frontera.

```
n = 21
alfa = 0.02
t_f = qt(alfa/2, n-1)# valor frontera, es entre dos porque es prueba de dos colas
cat("t_f=", abs(t_f)) # se podría dejar en absoluto ya que es la distancia a partir la cual voy a rechazar

## t_f= 2.527977
```

Regla de desición Rechazo H_0 si: * $|t_e| > 2.53$ * valor p < 0.02

Paso 3: Análisis del resultado

- t_e: Número de desviaciones al que $\bar{x}$ se encuentra lejos de $\mu = 11.7$
- Valor p: Probabilidad de obtener lo que obtuve en la muestra o un valor más extremo

Estadístico de prueba

```
x= c(11, 11.6, 11.6, 11.7, 10.9, 11.6, 12, 11.2, 11.5, 12, 12, 11.4,
11.2, 10.8, 10.5, 11.8, 12.2, 10.9, 11.8, 11.4, 12.1)

xb = mean(x)

s =sd(x)

miu= 11.7

te= (xb-miu)/(s/sqrt(n))

cat("te=", te)

## te= -2.068884
```

No se rechaza

```
valorp = 2*pt(te, n-1)
cat("Valor p = ", valorp)

## Valor p =  0.0517299
```

Paso 4: Conclusión

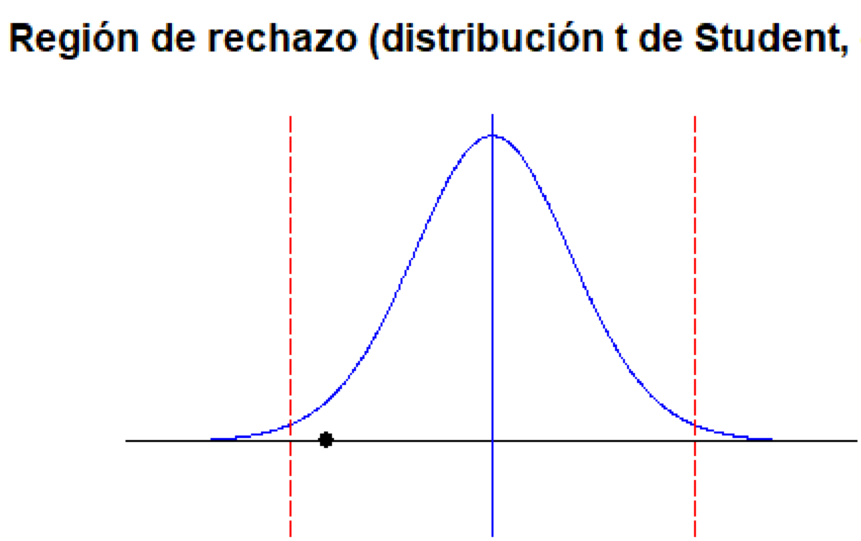
Comprar: Regla de desición vs Análisis del resultado

Entonces: * $|t_e| = 2.07 < 2.53$ -> No RH0 * Valor p = 0.05 > 0.02 -> No RH0

Más fácil

```
t.test(x, mu=11.7, alternative=("two.sided"),conf.level=0.98)

##
##  One Sample t-test
##
## data:  x
## t = -2.0689, df = 20, p-value = 0.05173
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 11.7
## 98 percent confidence interval:
##  11.22388 11.74755
## sample estimates:
## mean of x
##  11.48571
```

```
sigma= sqrt((n-1)/(n-3))
x=seq(-4*sigma,4*sigma,0.01)
y=dt(x,n-1)

plot(x,y,type="l",col="blue",xlab="",ylab="",ylim=c(-
0.1,0.4),frame.plot=FALSE,xaxt="n",yaxt="n",main="Región de rechazo
(distribución t de Student, gl=20)")


abline(v=t_f,col="red",lty=5)
abline(v=-1*t_f,col="red",lty=5)

abline(h=0)
abline(v=0,col="blue",pch=19)

points(te, 0, pch=19, cex=1.1)
```



En resumen, se llevó a cabo una prueba de hipótesis para evaluar si el peso real de las latas de duraznos envasados es efectivamente 11.7 onzas, utilizando un nivel de confianza del 98%. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Valor crítico: Con un nivel de significancia de 0.02 y 20 grados de libertad, se determinó un valor crítico de 2.528. Este valor establece el umbral para rechazar la hipótesis nula.

Estadístico de prueba: Se calculó un valor de -2.068, que se encuentra dentro del rango de no rechazo, ya que su valor absoluto es menor que el valor crítico. Valor p: Se obtuvo un valor p de 0.0517, superior al nivel de significancia de 0.02, lo que indica que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

Basándose en estos resultados, no se rechaza la hipótesis nula. Esto implica que, con un 98% de confianza, no se puede afirmar que el peso promedio de las latas sea diferente de 11.7 onzas. Por consiguiente, la declaración de que el peso de las latas es 11.7 onzas se considera válida según los datos muestrales. En conclusión, los propietarios pueden asumir que el peso de las latas no se desvía significativamente de 11.7 onzas. No obstante, se recomienda mantener un control continuo del peso de las latas para garantizar que se mantenga dentro del rango esperado y preservar la percepción de calidad del producto.

En conclusión, los propietarios pueden asumir que el peso de las latas no se desvía significativamente de 11.7 onzas. No obstante, se recomienda mantener un control continuo del peso de las latas para garantizar que se mantenga dentro del rango esperado y preservar la percepción de calidad del producto.

2. La decisión de Fowle Marketing Research, Inc.

Fowle Marketing Research, Inc., basa los cargos a un cliente bajo el supuesto de que las encuestas telefónicas (para recopilación de datos) pueden completarse en un tiempo medio de 15 minutos o menos. Si el tiempo es mayor a 15 minutos entonces se cobra una tarifa adicional. Compañías que contratan estos servicios piensan que el tiempo promedio es mayor a lo que especifica Fowle Marketing Research Inc. así que realizan su propio estudio en una muestra aleatoria de llamadas telefónicas y encuentran los siguientes datos:

Tiempo: 17, 11, 12, 23, 20, 23, 15, 16, 23, 22, 18, 23, 25, 14, 12, 12, 20, 18, 12, 19, 11, 11, 20, 21, 11, 18, 14, 13, 13, 19, 16, 10, 22, 18, 23

Por experiencias anteriores, se sabe que σ = 4 minutos. Usando un nivel de significación de 0.07, ¿está justificada la tarifa adicional?

Paso 1: Planteamiento de Hipótesis

Hipótesis nula (H_0): El tiempo promedio de las llamadas telefónicas es menor o igual a 15 minutos. $H_0: \mu \leq 15$

Hipótesis alternativa (H_1): El tiempo promedio de las llamadas telefónicas es mayor a 15 minutos. $H_1: \mu > 15$

Paso 2: Regla de Decisión

Utilizando un nivel de significancia de $\alpha = 0.07$, determinaremos la región de rechazo basada en la distribución normal estandarizada debido a que conocemos la desviación estándar poblacional ($\sigma = 4$ minutos).

La regla de decisión será:

Rechazar H_0 si el estadístico de prueba z_e es mayor que el valor crítico z_α, donde $z_\alpha = qnorm(1 - \alpha)$.

Calculamos el valor crítico:

```
alfa <- 0.07
z_f <- qnorm(1 - alfa)
cat("Valor crítico (z_f) =", z_f)

## Valor crítico (z_f) = 1.475791
```

Paso 3: Estadístico de Prueba

Calculamos el estadístico de prueba z_e utilizando los datos proporcionados:

Muestra: $\bar{x} = 17.09, n = 35, \sigma = 4$.

```
muestra <- c(17, 11, 12, 23, 20, 23, 15, 16, 23, 22, 18, 23, 25, 14, 12,
12, 20, 18, 12, 19, 11, 11, 20, 21, 11, 18, 14, 13, 13, 19, 16, 10, 22,
18, 23)
n <- length(muestra)
xb <- mean(muestra)
miu <- 15
sigma <- 4

ze <- (xb - miu) / (sigma / sqrt(n))
cat("Estadístico de prueba (z_e) =", ze)

## Estadístico de prueba (z_e) = 2.95804
```

Paso 4: Conclusión

Comparamos el valor del estadístico de prueba z_e con el valor crítico z_f y determinamos si se rechaza o no la hipótesis nula.

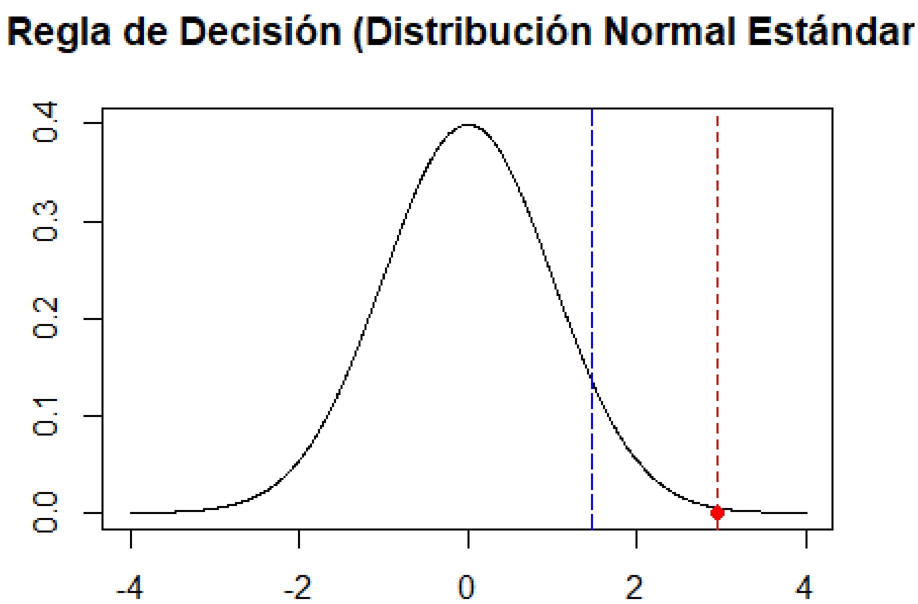
```
if(ze > z_f) {
  cat("Rechazamos la hipótesis nula. Justifica el cobro adicional.")
} else {
  cat("No rechazamos la hipótesis nula. No se justifica el cobro
adicional.")
}

## Rechazamos la hipótesis nula. Justifica el cobro adicional.
```

Gráfico: Regla de Decisión y Estadístico de Prueba

Generamos un gráfico que muestre la región de rechazo y la posición del estadístico de prueba.

```
x <- seq(-4, 4, length=1000)
y <- dnorm(x)
plot(x, y, type="l", col="black", xlab="", ylab="", main="Regla de
```

```
Decisión (Distribución Normal Estándar)")
abline(v=z_f, col="blue", lty=5)
abline(v=ze, col="red", lty=2)
points(ze, 0, pch=19, col="red")
```



En conclusión...

En resumen, se realizó una prueba de hipótesis para evaluar la duración promedio de las llamadas telefónicas. Los resultados obtenidos fueron:

Valor crítico: Se determinó un valor crítico z_f de aproximadamente 1.475. Este valor establece el umbral para rechazar la hipótesis nula. Estadístico de prueba: Se calculó un valor z_e de aproximadamente 2.958, que es considerablemente mayor que el valor crítico.

Estos resultados conducen al rechazo de la hipótesis nula. Con un nivel de significancia del 7%, la evidencia estadística respalda la conclusión de que el tiempo promedio de las llamadas telefónicas excede los 15 minutos.

Por lo tanto, se justifica que Fowle Marketing Research, Inc. aplique la tarifa adicional, ya que se ha demostrado estadísticamente que la duración promedio de las llamadas supera el límite de 15 minutos establecido en su política.