

# Anexo: Combinatoria

Dada una colección de  $n$  objetos, se llama **permutación** a cualquier ordenación de esos objetos. El número de posibles permutaciones se denota por  $P_n$  y es:

$$P_n = n!$$

Si con los  $n$  objetos se pueden formar  $k$  grupos de objetos iguales entre sí y en los distintos grupos hay  $m_1, m_2, \dots, m_k$  elementos, cada ordenación recibe el nombre de **permutación con repetición**. El número de permutaciones con repetición que se pueden formar viene dado por:

$$P_n^{m_1, \dots, m_k} = \frac{n!}{m_1! \cdots m_k!}$$

siendo  $m_1 + \dots + m_k = n$ .

Ejemplo: el número de formas que hay de ordenar 3 bolas rojas y 5 blancas viene dado por:

$$P_8^{3,5} = \frac{8!}{3! \cdot 5!}$$

Supongamos ahora que de los  $n$  objetos se desea seleccionar  $m$ . Al realizar la selección puede ocurrir que “importe” el orden en que se eligen los objetos (ej: resultados de la quiniela de fútbol) o puede ocurrir que el orden sea indiferente (ej: combinación ganadora en un sorteo de la Lotería Primitiva). En el primer caso cada elección recibe el nombre de **Variación**, mientras que en el segundo recibe el nombre de **Combinación**. Si cada objeto puede ser elegido más de una vez, diremos que las elecciones se han realizado **con repetición**. Si esto no ocurre (cada objeto puede seleccionarse sólo una vez), diremos que se han realizado **sin repetición**.

El número de combinaciones y variaciones, con o sin repetición, de  $n$  objetos tomados de  $m$  en  $m$ , viene dado en la siguiente tabla:

	Combinaciones	Variaciones
Con repetición	$CR_{n,m} = \binom{n+m-1}{m}$	$VR_{n,m} = n^m$
Sin repetición (Ordinarias)	$C_{n,m} = \binom{n}{m}$ ( $m \leq n$ )	$V_{n,m} = n \cdot (n-1) \cdots (n-m+1)$ ( $m \leq n$ )

V. a. discretas	Interpretación	Función de probabilidad	Esperanza y Varianza	Relación con otras variables
Bernoulli Be(p)	Experimento aleatorio con dos posibles resultados: E, F. $P(E) = p$ ; $P(F) = 1-p = q$	$P[X=k] = p^k q^{1-k}$ $k=0,1$	$E[X] = p$ $Var[X] = pq$	Si $X_1, \dots, X_n \sim Be(p)$ independientes, entonces $X_1 + \dots + X_n \sim B(n, p)$
Binomial B(n,p)	Número de éxitos en la realización de $n$ experimentos de Bernoulli independientes	$P[X=k] = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ $k=0,1,\dots,n$	$E[X] = np$ $Var[X] = npq$	Si $p < 0.5$ y $np > 5$ o bien $p > 0.5$ y $nq > 5$ se puede aproximar por $N(np, npq)$
Geométrica Ge(p)	Número de ensayos hasta la obtención del primer éxito en una sucesión de experimentos de Bernoulli.	$P[X=k] = q^{k-1} p$ $k=1,2,3,\dots$	$E[X] = 1/p$ $Var[X] = q/p^2$	-----
Poisson $P(\lambda)$	Número de ocurrencias de un fenómeno en un intervalo de tiempo o región del espacio.	$P[X=k] = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$ $k=0,1,2,3,\dots$	$E[X] = \lambda$ $Var[X] = \lambda$	Si $\lambda$ es grande ( $>20$ ), se puede aproximar por $N(\lambda, \lambda)$  Si $X_1 \sim P(\lambda_1)$ y $X_2 \sim P(\lambda_2)$ independientes, entonces $X_1 + X_2 \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$
Uniforme discreta U(N)	Experimento aleatorio con N posibles resultados equiprobables	$P[X=k] = 1/N$ $k=1,2,\dots,N$	$E[X] = (N+1)/2$  $Var[X] = (N+1)(N-1)/12$	-----

V.a. continuas	Interpretación	Función de densidad	Esperanza y Varianza	Relación con otras variables
Uniforme U(a,b)	Densidad de probabilidad repartida uniformemente en el intervalo (a,b)	$f(x) = 1/(b-a)$ $x \in (a,b)$	$E[X] = \frac{a+b}{2}$ $Var[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$	-----
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	Densidad de probabilidad concentrada en torno a $\mu$ y en el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$ $\forall x \in R$	$E[X] = \mu$ $Var[X] = \sigma^2$	$\frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$  Si $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ independientes, entonces $aX_1 + bX_2 + c \sim N(a\mu_1 + b\mu_2 + c, a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2)$
Exponencial $Exp(\lambda)$	Tiempo entre ocurrencias de un determinado fenómeno	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $x > 0$	$E[X] = \frac{1}{\lambda}$ $Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$	-----

**Intervalos de confianza, en poblaciones normales, al  
(1 - α) · 100%**

Parámetro	Casos	Intervalo
$\mu$	$\sigma$ conocida	$\bar{X} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
	$\sigma$ desconocida	$\bar{X} \pm \frac{S_c}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$
$\sigma^2$		$\left( \frac{(n-1)S_c^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{(n-1)S_c^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right)$ ó $\left( \frac{nS^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{nS^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right)$
$\mu_x - \mu_y$	$\sigma_x, \sigma_y$ conocidas	$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_x - \mu_y$	$\sigma_x = \sigma_y$ desconocidas *	$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \cdot S_p \cdot t_{n_x+n_y-2, 1-\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_x - \mu_y$	$\sigma_x \neq \sigma_y$ desconocidas **	$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm \sqrt{\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}} \cdot t_{g, 1-\alpha/2}$
$\sigma_y^2/\sigma_x^2$		$\left( \frac{S_{c_y}^2}{S_{c_x}^2} \frac{1}{f_{n_y-1, n_x-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{S_{c_y}^2}{S_{c_x}^2} f_{n_x-1, n_y-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \right)$

$$* S_p^2 = \frac{(n_x-1)S_{c_x}^2 + (n_y-1)S_{c_y}^2}{n_x+n_y-2}$$

$$** g = \frac{\left( \frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y} \right)^2}{\frac{(S_{c_x}^2/n_x)^2}{n_x+1} + \frac{(S_{c_y}^2/n_y)^2}{n_y+1}} - 2$$

# Contrastes de hipótesis, sobre poblaciones normales, a nivel de significación $\alpha$

## Contrastes sobre una población

Contrastes sobre $\mu$ con $\sigma$ conocida	
Hipótesis	Región crítica
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \leq \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ó} \quad \bar{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \leq \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha}$
Contrastes sobre $\mu$ con $\sigma$ desconocida	
Hipótesis	Región Crítica
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \leq \mu_0 - \frac{S_c}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ó} \quad \bar{X} \geq \mu_0 + \frac{S_c}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \geq \mu_0 + \frac{S_c}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\bar{X} \leq \mu_0 - \frac{S_c}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 1-\alpha}$
Contrastes sobre $\sigma^2$	
Hipótesis	Región Crítica
$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$	$S_c^2 \geq \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1} \quad \text{ó} \quad S_c^2 \leq \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}$
$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$	$S_c^2 \geq \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, 1-\alpha}^2}{n-1}$
$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{cases}$	$S_c^2 \leq \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, \alpha}^2}{n-1}$

# Contrastes de hipótesis, sobre poblaciones normales, a nivel de significación $\alpha$

## Contrastes sobre dos poblaciones independientes

Contrastes sobre diferencias de medias con varianzas conocidas	
Hipótesis	Región Crítica
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y \neq \delta_0 \end{cases}$	$\begin{aligned} \bar{X} - \bar{Y} &\leq \delta_0 - \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \\ &\text{o bien} \\ \bar{X} - \bar{Y} &\geq \delta_0 + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y > \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta_0 + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot z_{1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y < \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta_0 - \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot z_{1-\alpha}$
Contrastes sobre diferencias de medias con varianzas iguales y desconocidas	
Hipótesis	Región Crítica*
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y \neq \delta_0 \end{cases}$	$\begin{aligned} \bar{X} - \bar{Y} &\leq \delta_0 - S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \cdot t_{n_x+n_y-2, 1-\frac{\alpha}{2}} \\ &\text{o bien} \\ \bar{X} - \bar{Y} &\geq \delta_0 + S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \cdot t_{n_x+n_y-2, 1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y > \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta_0 + S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \cdot t_{n_x+n_y-2, 1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y < \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta_0 - S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \cdot t_{n_x+n_y-2, 1-\alpha}$

$$*S_p^2 = \frac{(n_x-1)S_{c_x}^2 + (n_y-1)S_{c_y}^2}{n_x+n_y-2}$$

# Contrastes de hipótesis, sobre poblaciones normales, a nivel de significación $\alpha$

## Contrastes sobre dos poblaciones independientes

Contrastes sobre diferencias de medias con varianzas distintas y desconocidas	
Hipótesis	Región Crítica*
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y \neq \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta_0 - \sqrt{\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}} \cdot t_{g, 1-\frac{\alpha}{2}}$ <p style="text-align: center;">o bien</p> $\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta_0 + \sqrt{\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}} \cdot t_{g, 1-\frac{\alpha}{2}}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y > \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta_0 + \sqrt{\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}} \cdot t_{g, 1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y < \delta_0 \end{cases}$	$\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta_0 - \sqrt{\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}} \cdot t_{g, 1-\alpha}$

Contrastes sobre varianzas de dos poblaciones	
Hipótesis	Región Crítica
$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \end{cases}$	$\frac{S_{c_x}^2}{S_{c_y}^2} \geq f_{n_x-1, n_y-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{o bien} \quad \frac{S_{c_x}^2}{S_{c_y}^2} \leq \frac{1}{f_{n_y-1, n_x-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}$
$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_1 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2 \end{cases}$	$\frac{S_{c_x}^2}{S_{c_y}^2} \geq f_{n_x-1, n_y-1, 1-\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_1 : \sigma_x^2 < \sigma_y^2 \end{cases}$	$\frac{S_{c_x}^2}{S_{c_y}^2} \leq \frac{1}{f_{n_y-1, n_x-1, 1-\alpha}}$

$$* g \approx \frac{\left(\frac{S_{c_x}^2}{n_x} + \frac{S_{c_y}^2}{n_y}\right)^2}{\frac{(S_{c_x}^2/n_x)^2}{n_x+1} + \frac{(S_{c_y}^2/n_y)^2}{n_y+1}} - 2$$

## MODELO NORMAL TIPIFICADO

### FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

[illegible]

# Distribución T-Student

## Percentiles

Grados de libertad: 1-190

n \ p	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
36	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719
37	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715
38	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712
39	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
41	1,303	1,683	2,020	2,421	2,701
42	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698
43	1,302	1,681	2,017	2,416	2,695
44	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
46	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687
47	1,300	1,678	2,012	2,408	2,685
48	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682
49	1,299	1,677	2,010	2,405	2,680
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678

	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
51	1,298	1,675	2,008	2,402	2,676
52	1,298	1,675	2,007	2,400	2,674
53	1,298	1,674	2,006	2,399	2,672
54	1,297	1,674	2,005	2,397	2,670
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668
56	1,297	1,673	2,003	2,395	2,667
57	1,297	1,672	2,002	2,394	2,665
58	1,296	1,672	2,002	2,392	2,663
59	1,296	1,671	2,001	2,391	2,662
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
61	1,296	1,670	2,000	2,389	2,659
62	1,295	1,670	1,999	2,388	2,657
63	1,295	1,669	1,998	2,387	2,656
64	1,295	1,669	1,998	2,386	2,655
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654
66	1,295	1,668	1,997	2,384	2,652
67	1,294	1,668	1,996	2,383	2,651
68	1,294	1,668	1,995	2,382	2,650
69	1,294	1,667	1,995	2,382	2,649
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
71	1,294	1,667	1,994	2,380	2,647
72	1,293	1,666	1,993	2,379	2,646
73	1,293	1,666	1,993	2,379	2,645
74	1,293	1,666	1,993	2,378	2,644
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643
76	1,293	1,665	1,992	2,376	2,642
77	1,293	1,665	1,991	2,376	2,641
78	1,292	1,665	1,991	2,375	2,640
79	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
81	1,292	1,664	1,990	2,373	2,638
82	1,292	1,664	1,989	2,373	2,637
83	1,292	1,663	1,989	2,372	2,636
84	1,292	1,663	1,989	2,372	2,636
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635
86	1,291	1,663	1,988	2,370	2,634
87	1,291	1,663	1,988	2,370	2,634
88	1,291	1,662	1,987	2,369	2,633
89	1,291	1,662	1,987	2,369	2,632
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
110	1,289	1,659	1,982	2,361	2,621
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
130	1,288	1,657	1,978	2,355	2,614
140	1,288	1,656	1,977	2,353	2,611
150	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609
160	1,287	1,654	1,975	2,350	2,607
170	1,287	1,654	1,974	2,348	2,605
180	1,286	1,653	1,973	2,347	2,603
190	1,286	1,653	1,973	2,346	2,602



**MODELO CHI-CUADRADO**  
**PERCENTILES**  
Grados de libertad: 1-50

n \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	7,8794
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	4,6052	5,9915	7,3778	9,2104	10,5965
3	0,0717	0,1148	0,2158	0,3518	0,5844	6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	12,8381
4	0,2070	0,2971	0,4844	0,7107	1,0636	7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	14,8602
5	0,4118	0,5543	0,8312	1,1455	1,6103	9,2363	11,0705	12,8325	15,0863	16,7496
6	0,6757	0,8721	1,2373	1,6354	2,2041	10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	18,5475
7	0,9893	1,2390	1,6899	2,1673	2,8331	12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	20,2777
8	1,3444	1,6465	2,1797	2,7326	3,4895	13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	21,9549
9	1,7349	2,0879	2,7004	3,3251	4,1682	14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	23,5893
10	2,1558	2,5582	3,2470	3,9403	4,8652	15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	25,1881
11	2,6032	3,0535	3,8157	4,5748	5,5778	17,2750	19,6752	21,9200	24,7250	26,7569
12	3,0738	3,5706	4,4038	5,2260	6,3038	18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	28,2997
13	3,5650	4,1069	5,0087	5,8919	7,0415	19,8119	22,3620	24,7356	27,6882	29,8193
14	4,0747	4,6604	5,6287	6,5706	7,7895	21,0641	23,6848	26,1189	29,1412	31,3194
15	4,6009	5,2294	6,2621	7,2609	8,5468	22,3071	24,9958	27,4884	30,5780	32,8015
16	5,1422	5,8122	6,9077	7,9616	9,3122	23,5418	26,2962	28,8453	31,9999	34,2671
17	5,6973	6,4077	7,5642	8,6718	10,0852	24,7690	27,5871	30,1910	33,4087	35,7184
18	6,2648	7,0149	8,2307	9,3904	10,8649	25,9894	28,8693	31,5264	34,8052	37,1564
19	6,8439	7,6327	8,9065	10,1170	11,6509	27,2036	30,1435	32,8523	36,1908	38,5821
20	7,4338	8,2604	9,5908	10,8508	12,4426	28,4120	31,4104	34,1696	37,5663	39,9969
21	8,0336	8,8972	10,2829	11,5913	13,2396	29,6151	32,6706	35,4789	38,9322	41,4009
22	8,6427	9,5425	10,9823	12,3380	14,0415	30,8133	33,9245	36,7807	40,2894	42,7957
23	9,2604	10,1957	11,6885	13,0905	14,8480	32,0069	35,1725	38,0756	41,6383	44,1814
24	9,8862	10,8563	12,4011	13,8484	15,6587	33,1962	36,4150	39,3641	42,9798	45,5584
25	10,5196	11,5240	13,1197	14,6114	16,4734	34,3816	37,6525	40,6465	44,3140	46,9280
26	11,1602	12,1982	13,8439	15,3792	17,2919	35,5632	38,8851	41,9231	45,6416	48,2898
27	11,8077	12,8785	14,5734	16,1514	18,1139	36,7412	40,1133	43,1945	46,9628	49,6450
28	12,4613	13,5647	15,3079	16,9279	18,9392	37,9159	41,3372	44,4608	48,2782	50,9936
29	13,1211	14,2564	16,0471	17,7084	19,7677	39,0875	42,5569	45,7223	49,5878	52,3355
30	13,7867	14,9535	16,7908	18,4927	20,5992	40,2560	43,7730	46,9792	50,8922	53,6719
31	14,4577	15,6555	17,5387	19,2806	21,4336	41,4217	44,9853	48,2319	52,1914	55,0025
32	15,1340	16,3622	18,2908	20,0719	22,2706	42,5847	46,1942	49,4804	53,4857	56,3280
33	15,8152	17,0735	19,0467	20,8665	23,1102	43,7452	47,3999	50,7251	54,7754	57,6483
34	16,5013	17,7891	19,8062	21,6643	23,9522	44,9032	48,6024	51,9660	56,0609	58,9637
35	17,1917	18,5089	20,5694	22,4650	24,7966	46,0588	49,8018	53,2033	57,3420	60,2746
36	17,8868	19,2326	21,3359	23,2686	25,6433	47,2122	50,9985	54,4373	58,6192	61,5811
37	18,5859	19,9603	22,1056	24,0749	26,4921	48,3634	52,1923	55,6680	59,8926	62,8832
38	19,2888	20,6914	22,8785	24,8839	27,3430	49,5126	53,3835	56,8955	61,1620	64,1812
39	19,9958	21,4261	23,6543	25,6954	28,1958	50,6598	54,5722	58,1201	62,4281	65,4753
40	20,7066	22,1642	24,4331	26,5093	29,0505	51,8050	55,7585	59,3417	63,6908	66,7660
41	21,4208	22,9056	25,2145	27,3256	29,9071	52,9485	56,9424	60,5606	64,9500	68,0526
42	22,1384	23,6501	25,9987	28,1440	30,7654	54,0902	58,1240	61,7767	66,2063	69,3360
43	22,8596	24,3976	26,7854	28,9647	31,6255	55,2302	59,3035	62,9903	67,4593	70,6157
44	23,5836	25,1480	27,5745	29,7875	32,4871	56,3685	60,4809	64,2014	68,7096	71,8923
45	24,3110	25,9012	28,3662	30,6123	33,3504	57,5053	61,6562	65,4101	69,9569	73,1660
46	25,0413	26,6572	29,1600	31,4390	34,2152	58,6405	62,8296	66,6165	71,2015	74,4367
47	25,7745	27,4158	29,9562	32,2676	35,0814	59,7743	64,0011	67,8206	72,4432	75,7039
48	26,5107	28,1770	30,7545	33,0981	35,9491	60,9066	65,1708	69,0226	73,6826	76,9689
49	27,2494	28,9406	31,5549	33,9303	36,8182	62,0375	66,3387	70,2224	74,9194	78,2306
50	27,9908	29,7067	32,3574	34,7642	37,6886	63,1671	67,5048	71,4202	76,1538	79,4898

**MODELO CHI-CUADRADO**  
**PERCENTILES**  
Grados de libertad: 51-100

n \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
51	28,7347	30,4750	33,1618	35,5999	38,5604	64,295	68,669	72,616	77,386	80,746
52	29,4811	31,2457	33,9681	36,4371	39,4334	65,422	69,832	73,810	78,616	82,001
53	30,2300	32,0185	34,7763	37,2759	40,3076	66,548	70,993	75,002	79,843	83,253
54	30,9811	32,7934	35,5863	38,1162	41,1830	67,673	72,153	76,192	81,069	84,502
55	31,7349	33,5705	36,3981	38,9581	42,0596	68,796	73,311	77,380	82,292	85,749
56	32,4906	34,3495	37,2116	39,8013	42,9373	69,919	74,468	78,567	83,514	86,994
57	33,2482	35,1306	38,0267	40,6459	43,8162	71,040	75,624	79,752	84,733	88,237
58	34,0085	35,9135	38,8435	41,4920	44,6960	72,160	76,778	80,936	85,950	89,477
59	34,7704	36,6982	39,6619	42,3393	45,5769	73,279	77,930	82,117	87,166	90,715
60	35,5344	37,4848	40,4817	43,1880	46,4589	74,397	79,082	83,298	88,379	91,952
61	36,3005	38,2732	41,3032	44,0379	47,3418	75,514	80,232	84,476	89,591	93,186
62	37,0683	39,0633	42,1260	44,8890	48,2257	76,630	81,381	85,654	90,802	94,419
63	37,8383	39,8551	42,9503	45,7414	49,1105	77,745	82,529	86,830	92,010	95,649
64	38,6097	40,6485	43,7759	46,5949	49,9963	78,860	83,675	88,004	93,217	96,878
65	39,3832	41,4436	44,6030	47,4496	50,8829	79,973	84,821	89,177	94,422	98,105
66	40,1583	42,2402	45,4314	48,3054	51,7705	81,085	85,965	90,349	95,626	99,330
67	40,9349	43,0384	46,2610	49,1623	52,6589	82,197	87,108	91,519	96,828	100,554
68	41,7136	43,8380	47,0919	50,0203	53,5481	83,308	88,250	92,688	98,028	101,776
69	42,4934	44,6392	47,9241	50,8792	54,4381	84,418	89,391	93,856	99,227	102,996
70	43,2753	45,4417	48,7575	51,7393	55,3289	85,527	90,531	95,023	100,425	104,215
71	44,0584	46,2456	49,5922	52,6003	56,2206	86,635	91,670	96,189	101,621	105,432
72	44,8432	47,0510	50,4279	53,4623	57,1129	87,743	92,808	97,353	102,816	106,647
73	45,6291	47,8577	51,2648	54,3253	58,0061	88,850	93,945	98,516	104,010	107,862
74	46,4168	48,6657	52,1028	55,1892	58,9000	89,956	95,081	99,678	105,202	109,074
75	47,2061	49,4751	52,9419	56,0541	59,7946	91,061	96,217	100,839	106,393	110,285
76	47,9964	50,2855	53,7821	56,9198	60,6899	92,166	97,351	101,999	107,582	111,495
77	48,7885	51,0973	54,6233	57,7865	61,5859	93,270	98,484	103,158	108,771	112,704
78	49,5814	51,9104	55,4656	58,6539	62,4825	94,374	99,617	104,316	109,958	113,911
79	50,3760	52,7248	56,3089	59,5223	63,3799	95,476	100,749	105,473	111,144	115,116
80	51,1719	53,5400	57,1532	60,3915	64,2778	96,578	101,879	106,629	112,329	116,321
81	51,9690	54,3567	57,9984	61,2615	65,1765	97,680	103,010	107,783	113,512	117,524
82	52,7672	55,1743	58,8447	62,1323	66,0757	98,780	104,139	108,937	114,695	118,726
83	53,5669	55,9930	59,6917	63,0039	66,9756	99,880	105,267	110,090	115,876	119,927
84	54,3678	56,8129	60,5398	63,8762	67,8761	100,980	106,395	111,242	117,057	121,126
85	55,1695	57,6339	61,3888	64,7494	68,7771	102,079	107,522	112,393	118,236	122,324
86	55,9726	58,4559	62,2386	65,6233	69,6788	103,177	108,648	113,544	119,414	123,522
87	56,7770	59,2791	63,0894	66,4979	70,5810	104,275	109,773	114,693	120,591	124,718
88	57,5825	60,1029	63,9409	67,3732	71,4839	105,372	110,898	115,841	121,767	125,912
89	58,3888	60,9280	64,7934	68,2493	72,3872	106,469	112,022	116,989	122,942	127,106
90	59,1963	61,7540	65,6466	69,1260	73,2911	107,565	113,145	118,136	124,116	128,299
91	60,0049	62,5810	66,5007	70,0035	74,1955	108,661	114,268	119,282	125,289	129,490
92	60,8146	63,4089	67,3556	70,8816	75,1005	109,756	115,390	120,427	126,462	130,681
93	61,6252	64,2380	68,2112	71,7603	76,0059	110,850	116,511	121,571	127,633	131,871
94	62,4369	65,0676	69,0676	72,6398	76,9119	111,944	117,632	122,715	128,803	133,059
95	63,2495	65,8983	69,9249	73,5198	77,8184	113,038	118,752	123,858	129,973	134,247
96	64,0633	66,7300	70,7828	74,4006	78,7254	114,131	119,871	125,000	131,141	135,433
97	64,8778	67,5623	71,6415	75,2818	79,6329	115,223	120,990	126,141	132,309	136,619
98	65,6935	68,3957	72,5009	76,1638	80,5408	116,315	122,108	127,282	133,476	137,803
99	66,5099	69,2299	73,3611	77,0463	81,4492	117,407	123,225	128,422	134,641	138,987
100	67,3275	70,0650	74,2219	77,9294	82,3581	118,498	124,342	129,561	135,807	140,171

**MODELO CHI-CUADRADO**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad: 101-150**

n \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
101	68,1459	70,9007	75,0835	78,8132	83,2675	119,589	125,458	130,700	136,971	141,351
102	68,9652	71,7373	75,9457	79,6975	84,1773	120,679	126,574	131,838	138,134	142,532
103	69,7851	72,5748	76,8086	80,5823	85,0875	121,769	127,689	132,975	139,297	143,712
104	70,6062	73,4129	77,6721	81,4678	85,9982	122,858	128,804	134,111	140,459	144,891
105	71,4281	74,2521	78,5364	82,3537	86,9093	123,947	129,918	135,247	141,620	146,069
106	72,2509	75,0918	79,4013	83,2402	87,8208	125,035	131,031	136,382	142,780	147,247
107	73,0743	75,9324	80,2668	84,1273	88,7327	126,123	132,144	137,517	143,940	148,424
108	73,8986	76,7737	81,1329	85,0149	89,6451	127,211	133,257	138,651	145,099	149,599
109	74,7239	77,6156	81,9997	85,9030	90,5579	128,298	134,369	139,784	146,257	150,774
110	75,5498	78,4582	82,8671	86,7916	91,4710	129,385	135,480	140,916	147,414	151,948
111	76,3768	79,3017	83,7350	87,6808	92,3846	130,472	136,591	142,049	148,571	153,121
112	77,2043	80,1459	84,6036	88,5704	93,2985	131,558	137,701	143,180	149,727	154,295
113	78,0328	80,9906	85,4727	89,4605	94,2129	132,643	138,811	144,311	150,882	155,467
114	78,8617	81,8362	86,3425	90,3511	95,1276	133,729	139,921	145,441	152,037	156,637
115	79,6914	82,6825	87,2128	91,2422	96,0427	134,813	141,030	146,571	153,190	157,808
116	80,5222	83,5292	88,0836	92,1338	96,9582	135,898	142,138	147,700	154,344	158,977
117	81,3532	84,3768	88,9551	93,0258	97,8740	136,982	143,246	148,829	155,497	160,146
118	82,1853	85,2251	89,8270	93,9183	98,7902	138,066	144,354	149,957	156,648	161,314
119	83,0179	86,0739	90,6995	94,8113	99,7067	139,149	145,461	151,084	157,799	162,481
120	83,8517	86,9233	91,5726	95,7046	100,624	140,233	146,567	152,211	158,950	163,648
121	84,6859	87,7733	92,4462	96,5984	101,541	141,315	147,674	153,338	160,100	164,814
122	85,5205	88,6240	93,3203	97,4928	102,458	142,398	148,779	154,464	161,249	165,980
123	86,3557	89,4754	94,1949	98,3875	103,376	143,480	149,885	155,589	162,398	167,144
124	87,1919	90,3272	95,0701	99,2826	104,295	144,562	150,989	156,714	163,546	168,308
125	88,0289	91,1798	95,9458	100,178	105,213	145,643	152,094	157,838	164,694	169,471
126	88,8662	92,0328	96,8218	101,074	106,132	146,724	153,198	158,962	165,841	170,634
127	89,7044	92,8867	97,6985	101,971	107,051	147,805	154,301	160,086	166,987	171,796
128	90,5429	93,7408	98,5756	102,867	107,971	148,885	155,405	161,209	168,133	172,957
129	91,3824	94,5956	99,4532	103,765	108,891	149,965	156,507	162,331	169,278	174,118
130	92,2226	95,4510	100,331	104,662	109,811	151,045	157,610	163,453	170,423	175,278
131	93,0628	96,3071	101,210	105,560	110,732	152,125	158,712	164,575	171,567	176,438
132	93,9040	97,1634	102,089	106,459	111,652	153,204	159,814	165,696	172,711	177,596
133	94,7459	98,0205	102,968	107,357	112,573	154,283	160,915	166,816	173,854	178,755
134	95,5882	98,8780	103,848	108,257	113,495	155,361	162,016	167,936	174,996	179,913
135	96,4316	99,7361	104,729	109,156	114,416	156,440	163,116	169,056	176,138	181,069
136	97,2751	100,595	105,609	110,056	115,338	157,518	164,216	170,175	177,280	182,227
137	98,1190	101,454	106,491	110,956	116,261	158,595	165,316	171,294	178,421	183,382
138	98,9639	102,314	107,372	111,857	117,183	159,673	166,415	172,412	179,561	184,538
139	99,8088	103,174	108,254	112,758	118,106	160,750	167,514	173,530	180,701	185,692
140	100,655	104,034	109,137	113,659	119,029	161,827	168,613	174,648	181,841	186,847
141	101,501	104,896	110,020	114,561	119,953	162,904	169,711	175,765	182,979	188,000
142	102,348	105,757	110,903	115,463	120,876	163,980	170,809	176,881	184,117	189,153
143	103,195	106,619	111,787	116,366	121,800	165,056	171,907	177,998	185,255	190,306
144	104,043	107,482	112,671	117,268	122,724	166,132	173,004	179,114	186,393	191,459
145	104,892	108,345	113,556	118,171	123,649	167,207	174,101	180,229	187,530	192,610
146	105,741	109,209	114,441	119,075	124,574	168,283	175,198	181,344	188,666	193,761
147	106,590	110,073	115,326	119,979	125,499	169,358	176,294	182,459	189,802	194,911
148	107,441	110,937	116,212	120,883	126,424	170,432	177,390	183,573	190,938	196,062
149	108,291	111,802	117,098	121,787	127,349	171,507	178,485	184,687	192,073	197,211
150	109,142	112,668	117,985	122,692	128,275	172,581	179,581	185,800	193,207	198,360

**MODELO CHI-CUADRADO**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad 151-200**

n \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
151	109,994	113,533	118,871	123,597	129,201	173,655	180,676	186,914	194,342	199,509
152	110,846	114,400	119,759	124,502	130,127	174,729	181,770	188,026	195,476	200,657
153	111,698	115,266	120,646	125,408	131,054	175,803	182,865	189,139	196,609	201,804
154	112,551	116,134	121,534	126,314	131,980	176,876	183,959	190,251	197,742	202,951
155	113,405	117,001	122,423	127,220	132,907	177,949	185,052	191,362	198,874	204,098
156	114,259	117,869	123,312	128,127	133,835	179,022	186,146	192,473	200,006	205,244
157	115,113	118,738	124,201	129,034	134,762	180,094	187,239	193,585	201,138	206,390
158	115,968	119,607	125,090	129,941	135,690	181,167	188,332	194,695	202,269	207,535
159	116,823	120,476	125,980	130,848	136,618	182,239	189,424	195,805	203,400	208,680
160	117,679	121,346	126,870	131,756	137,546	183,311	190,516	196,915	204,530	209,824
161	118,535	122,216	127,761	132,664	138,474	184,382	191,608	198,025	205,660	210,967
162	119,392	123,086	128,651	133,572	139,403	185,454	192,700	199,134	206,790	212,111
163	120,249	123,957	129,542	134,481	140,331	186,525	193,791	200,243	207,919	213,254
164	121,107	124,828	130,434	135,390	141,260	187,596	194,883	201,351	209,047	214,396
165	121,965	125,700	131,326	136,299	142,190	188,667	195,973	202,459	210,176	215,539
166	122,823	126,572	132,218	137,209	143,119	189,737	197,064	203,567	211,304	216,680
167	123,682	127,445	133,111	138,118	144,049	190,808	198,154	204,675	212,431	217,821
168	124,541	128,318	134,003	139,028	144,979	191,878	199,244	205,782	213,559	218,962
169	125,401	129,191	134,897	139,939	145,909	192,948	200,334	206,889	214,685	220,103
170	126,261	130,064	135,790	140,849	146,839	194,017	201,423	207,995	215,812	221,242
171	127,122	130,938	136,684	141,760	147,769	195,087	202,513	209,102	216,938	222,382
172	127,983	131,813	137,578	142,671	148,700	196,156	203,601	210,208	218,064	223,521
173	128,844	132,687	138,472	143,582	149,631	197,225	204,690	211,313	219,189	224,659
174	129,706	133,563	139,367	144,494	150,562	198,294	205,779	212,418	220,314	225,798
175	130,568	134,438	140,262	145,406	151,493	199,363	206,867	213,524	221,438	226,936
176	131,430	135,314	141,157	146,318	152,425	200,432	207,955	214,628	222,563	228,074
177	132,293	136,190	142,053	147,230	153,356	201,500	209,042	215,733	223,686	229,211
178	133,156	137,066	142,949	148,143	154,288	202,568	210,130	216,837	224,810	230,347
179	134,020	137,943	143,845	149,056	155,220	203,636	211,217	217,941	225,933	231,483
180	134,884	138,821	144,741	149,969	156,153	204,704	212,304	219,044	227,056	232,620
181	135,749	139,698	145,638	150,882	157,085	205,771	213,391	220,148	228,178	233,755
182	136,614	140,576	146,535	151,796	158,018	206,839	214,477	221,251	229,301	234,890
183	137,479	141,454	147,432	152,709	158,950	207,906	215,563	222,353	230,423	236,025
184	138,344	142,332	148,330	153,623	159,883	208,973	216,649	223,456	231,544	237,160
185	139,210	143,211	149,228	154,538	160,817	210,040	217,735	224,558	232,665	238,294
186	140,077	144,090	150,126	155,452	161,750	211,106	218,820	225,660	233,786	239,428
187	140,943	144,970	151,024	156,367	162,684	212,173	219,906	226,761	234,907	240,561
188	141,810	145,850	151,923	157,282	163,617	213,239	220,991	227,863	236,027	241,695
189	142,677	146,730	152,822	158,197	164,551	214,305	222,076	228,964	237,147	242,827
190	143,545	147,610	153,721	159,112	165,485	215,371	223,160	230,064	238,266	243,959
191	144,413	148,491	154,621	160,028	166,419	216,437	224,245	231,165	239,385	245,091
192	145,282	149,372	155,521	160,944	167,354	217,502	225,329	232,265	240,505	246,223
193	146,151	150,254	156,421	161,860	168,288	218,568	226,413	233,365	241,623	247,354
194	147,020	151,136	157,321	162,776	169,223	219,633	227,496	234,465	242,742	248,485
195	147,889	152,017	158,221	163,693	170,158	220,698	228,580	235,564	243,860	249,616
196	148,759	152,900	159,122	164,610	171,093	221,763	229,663	236,664	244,977	250,746
197	149,629	153,782	160,023	165,526	172,029	222,828	230,746	237,762	246,095	251,876
198	150,500	154,665	160,925	166,444	172,964	223,892	231,829	238,861	247,212	253,006
199	151,370	155,548	161,826	167,361	173,900	224,957	232,912	239,960	248,328	254,135
200	152,241	156,432	162,728	168,279	174,835	226,021	233,994	241,058	249,445	255,264

**MODELO F-SNEDECOR  
PERCENTILES  
Grados de libertad: 1-10,1-10**

n	p \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,9	39,864	8,526	5,538	4,545	4,060	3,776	3,589	3,458	3,360	3,285
1	0,95	161,45	18,513	10,128	7,709	6,608	5,987	5,591	5,318	5,117	4,965
1	0,975	647,79	38,506	17,443	12,218	10,007	8,813	8,073	7,571	7,209	6,937
1	0,99	4052,2	98,502	34,116	21,198	16,258	13,745	12,246	11,259	10,562	10,044
1	0,995	16212	198,5	55,552	31,332	22,785	18,635	16,235	14,688	13,614	12,827
2	0,9	49,500	9,000	5,462	4,325	3,780	3,463	3,257	3,113	3,006	2,924
2	0,95	199,50	19,000	9,552	6,944	5,786	5,143	4,737	4,459	4,256	4,103
2	0,975	799,48	39,000	16,044	10,649	8,434	7,260	6,542	6,059	5,715	5,456
2	0,99	4999,3	99,000	30,816	18,000	13,274	10,925	9,547	8,649	8,022	7,559
2	0,995	19997	199,01	49,800	26,284	18,314	14,544	12,404	11,043	10,107	9,427
3	0,9	53,593	9,162	5,391	4,191	3,619	3,289	3,074	2,924	2,813	2,728
3	0,95	215,71	19,164	9,277	6,591	5,409	4,757	4,347	4,066	3,863	3,708
3	0,975	864,15	39,166	15,439	9,979	7,764	6,599	5,890	5,416	5,078	4,826
3	0,99	5403,5	99,164	29,457	16,694	12,060	9,780	8,451	7,591	6,992	6,552
3	0,995	21614	199,16	47,468	24,260	16,530	12,917	10,883	9,597	8,717	8,081
4	0,9	55,833	9,243	5,343	4,107	3,520	3,181	2,961	2,806	2,693	2,605
4	0,95	224,58	19,247	9,117	6,388	5,192	4,534	4,120	3,838	3,633	3,478
4	0,975	899,60	39,248	15,101	9,604	7,388	6,227	5,523	5,053	4,718	4,468
4	0,99	5624,3	99,251	28,710	15,977	11,392	9,148	7,847	7,006	6,422	5,994
4	0,995	22501	199,24	46,195	23,154	15,556	12,028	10,050	8,805	7,956	7,343
5	0,9	57,240	9,293	5,309	4,051	3,453	3,108	2,883	2,726	2,611	2,522
5	0,95	230,16	19,296	9,013	6,256	5,050	4,387	3,972	3,688	3,482	3,326
5	0,975	921,83	39,298	14,885	9,364	7,146	5,988	5,285	4,817	4,484	4,236
5	0,99	5764,0	99,302	28,237	15,522	10,967	8,746	7,460	6,632	6,057	5,636
5	0,995	23056	199,30	45,391	22,456	14,939	11,464	9,522	8,302	7,471	6,872
6	0,9	58,204	9,326	5,285	4,010	3,405	3,055	2,827	2,668	2,551	2,461
6	0,95	233,99	19,329	8,941	6,163	4,950	4,284	3,866	3,581	3,374	3,217
6	0,975	937,11	39,331	14,735	9,197	6,978	5,820	5,119	4,652	4,320	4,072
6	0,99	5859,0	99,331	27,911	15,207	10,672	8,466	7,191	6,371	5,802	5,386
6	0,995	23440	199,33	44,838	21,975	14,513	11,073	9,155	7,952	7,134	6,545
7	0,9	58,906	9,349	5,266	3,979	3,368	3,014	2,785	2,624	2,505	2,414
7	0,95	236,77	19,353	8,887	6,094	4,876	4,207	3,787	3,500	3,293	3,135
7	0,975	948,20	39,356	14,624	9,074	6,853	5,695	4,995	4,529	4,197	3,950
7	0,99	5928,3	99,357	27,671	14,976	10,456	8,260	6,993	6,178	5,613	5,200
7	0,995	23715	199,36	44,434	21,622	14,200	10,786	8,885	7,694	6,885	6,303
8	0,9	59,439	9,367	5,252	3,955	3,339	2,983	2,752	2,589	2,469	2,377
8	0,95	238,88	19,371	8,845	6,041	4,818	4,147	3,726	3,438	3,230	3,072
8	0,975	956,64	39,373	14,540	8,980	6,757	5,600	4,899	4,433	4,102	3,855
8	0,99	5981,0	99,375	27,489	14,799	10,289	8,102	6,840	6,029	5,467	5,057
8	0,995	23924	199,38	44,125	21,352	13,961	10,566	8,678	7,496	6,693	6,116
9	0,9	59,857	9,381	5,240	3,936	3,316	2,958	2,725	2,561	2,440	2,347
9	0,95	240,54	19,385	8,812	5,999	4,772	4,099	3,677	3,388	3,179	3,020
9	0,975	963,28	39,387	14,473	8,905	6,681	5,523	4,823	4,357	4,026	3,779
9	0,99	6022,4	99,390	27,345	14,659	10,158	7,976	6,719	5,911	5,351	4,942
9	0,995	24091	199,39	43,881	21,138	13,772	10,391	8,514	7,339	6,541	5,968
10	0,9	60,195	9,392	5,230	3,920	3,297	2,937	2,703	2,538	2,416	2,323
10	0,95	241,88	19,396	8,785	5,964	4,735	4,060	3,637	3,347	3,137	2,978
10	0,975	968,63	39,398	14,419	8,844	6,619	5,461	4,761	4,295	3,964	3,717
10	0,99	6055,9	99,397	27,228	14,546	10,051	7,874	6,620	5,814	5,257	4,849
10	0,995	24222	199,39	43,685	20,967	13,618	10,250	8,380	7,211	6,417	5,847

**MODELO F-SNEDECOR  
PERCENTILES  
Grados de libertad: 1-10,11-20**

n	p \ m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,9	3,225	3,177	3,136	3,102	3,073	3,048	3,026	3,007	2,990	2,975
	0,95	4,844	4,747	4,667	4,600	4,543	4,494	4,451	4,414	4,381	4,351
	0,975	6,724	6,554	6,414	6,298	6,200	6,115	6,042	5,978	5,922	5,871
	0,99	9,646	9,330	9,074	8,862	8,683	8,531	8,400	8,285	8,185	8,096
1	0,995	12,226	11,754	11,374	11,060	10,798	10,576	10,384	10,218	10,073	9,944
2	0,9	2,860	2,807	2,763	2,726	2,695	2,668	2,645	2,624	2,606	2,589
	0,95	3,982	3,885	3,806	3,739	3,682	3,634	3,592	3,555	3,522	3,493
	0,975	5,256	5,096	4,965	4,857	4,765	4,687	4,619	4,560	4,508	4,461
	0,99	7,206	6,927	6,701	6,515	6,359	6,226	6,112	6,013	5,926	5,849
2	0,995	8,912	8,510	8,186	7,922	7,701	7,514	7,354	7,215	7,093	6,987
3	0,9	2,660	2,606	2,560	2,522	2,490	2,462	2,437	2,416	2,397	2,380
	0,95	3,587	3,490	3,411	3,344	3,287	3,239	3,197	3,160	3,127	3,098
	0,975	4,630	4,474	4,347	4,242	4,153	4,077	4,011	3,954	3,903	3,859
	0,99	6,217	5,953	5,739	5,564	5,417	5,292	5,185	5,092	5,010	4,938
3	0,995	7,600	7,226	6,926	6,680	6,476	6,303	6,156	6,028	5,916	5,818
4	0,9	2,536	2,480	2,434	2,395	2,361	2,333	2,308	2,286	2,266	2,249
	0,95	3,357	3,259	3,179	3,112	3,056	3,007	2,965	2,928	2,895	2,866
	0,975	4,275	4,121	3,996	3,892	3,804	3,729	3,665	3,608	3,559	3,515
	0,99	5,668	5,412	5,205	5,035	4,893	4,773	4,669	4,579	4,500	4,431
4	0,995	6,881	6,521	6,233	5,998	5,803	5,638	5,497	5,375	5,268	5,174
5	0,9	2,451	2,394	2,347	2,307	2,273	2,244	2,218	2,196	2,176	2,158
	0,95	3,204	3,106	3,025	2,958	2,901	2,852	2,810	2,773	2,740	2,711
	0,975	4,044	3,891	3,767	3,663	3,576	3,502	3,438	3,382	3,333	3,289
	0,99	5,316	5,064	4,862	4,695	4,556	4,437	4,336	4,248	4,171	4,103
5	0,995	6,422	6,071	5,791	5,562	5,372	5,212	5,075	4,956	4,853	4,762
6	0,9	2,389	2,331	2,283	2,243	2,208	2,178	2,152	2,130	2,109	2,091
	0,95	3,095	2,996	2,915	2,848	2,790	2,741	2,699	2,661	2,628	2,599
	0,975	3,881	3,728	3,604	3,501	3,415	3,341	3,277	3,221	3,172	3,128
	0,99	5,069	4,821	4,620	4,456	4,318	4,202	4,101	4,015	3,939	3,871
6	0,995	6,102	5,757	5,482	5,257	5,071	4,913	4,779	4,663	4,561	4,472
7	0,9	2,342	2,283	2,234	2,193	2,158	2,128	2,102	2,079	2,058	2,040
	0,95	3,012	2,913	2,832	2,764	2,707	2,657	2,614	2,577	2,544	2,514
	0,975	3,759	3,607	3,483	3,380	3,293	3,219	3,156	3,100	3,051	3,007
	0,99	4,886	4,640	4,441	4,278	4,142	4,026	3,927	3,841	3,765	3,699
7	0,995	5,865	5,524	5,253	5,031	4,847	4,692	4,559	4,445	4,345	4,257
8	0,9	2,304	2,245	2,195	2,154	2,119	2,088	2,061	2,038	2,017	1,999
	0,95	2,948	2,849	2,767	2,699	2,641	2,591	2,548	2,510	2,477	2,447
	0,975	3,664	3,512	3,388	3,285	3,199	3,125	3,061	3,005	2,956	2,913
	0,99	4,744	4,499	4,302	4,140	4,004	3,890	3,791	3,705	3,631	3,564
8	0,995	5,682	5,345	5,076	4,857	4,674	4,521	4,389	4,276	4,177	4,090
9	0,9	2,274	2,214	2,164	2,122	2,086	2,055	2,028	2,005	1,984	1,965
	0,95	2,896	2,796	2,714	2,646	2,588	2,538	2,494	2,456	2,423	2,393
	0,975	3,588	3,436	3,312	3,209	3,123	3,049	2,985	2,929	2,880	2,837
	0,99	4,632	4,388	4,191	4,030	3,895	3,780	3,682	3,597	3,523	3,457
9	0,995	5,537	5,202	4,935	4,717	4,536	4,384	4,254	4,141	4,043	3,956
10	0,9	2,248	2,188	2,138	2,095	2,059	2,028	2,001	1,977	1,956	1,937
	0,95	2,854	2,753	2,671	2,602	2,544	2,494	2,450	2,412	2,378	2,348
	0,975	3,526	3,374	3,250	3,147	3,060	2,986	2,922	2,866	2,817	2,774
	0,99	4,539	4,296	4,100	3,939	3,805	3,691	3,593	3,508	3,434	3,368
10	0,995	5,418	5,085	4,820	4,603	4,424	4,272	4,142	4,030	3,933	3,847

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 1-10,21-30

n	p \ m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0,9	2,961	2,949	2,937	2,927	2,918	2,909	2,901	2,894	2,887	2,881
1	0,95	4,325	4,301	4,279	4,260	4,242	4,225	4,210	4,196	4,183	4,171
1	0,975	5,827	5,786	5,750	5,717	5,686	5,659	5,633	5,610	5,588	5,568
1	0,99	8,017	7,945	7,881	7,823	7,770	7,721	7,677	7,636	7,598	7,562
1	0,995	9,830	9,727	9,635	9,551	9,475	9,406	9,342	9,284	9,230	9,180
2	0,9	2,575	2,561	2,549	2,538	2,528	2,519	2,511	2,503	2,495	2,489
2	0,95	3,467	3,443	3,422	3,403	3,385	3,369	3,354	3,340	3,328	3,316
2	0,975	4,420	4,383	4,349	4,319	4,291	4,265	4,242	4,221	4,201	4,182
2	0,99	5,780	5,719	5,664	5,614	5,568	5,526	5,488	5,453	5,420	5,390
2	0,995	6,891	6,806	6,730	6,661	6,598	6,541	6,489	6,440	6,396	6,355
3	0,9	2,365	2,351	2,339	2,327	2,317	2,307	2,299	2,291	2,283	2,276
3	0,95	3,072	3,049	3,028	3,009	2,991	2,975	2,960	2,947	2,934	2,922
3	0,975	3,819	3,783	3,750	3,721	3,694	3,670	3,647	3,626	3,607	3,589
3	0,99	4,874	4,817	4,765	4,718	4,675	4,637	4,601	4,568	4,538	4,510
3	0,995	5,730	5,652	5,582	5,519	5,462	5,409	5,361	5,317	5,276	5,239
4	0,9	2,233	2,219	2,207	2,195	2,184	2,174	2,165	2,157	2,149	2,142
4	0,95	2,840	2,817	2,796	2,776	2,759	2,743	2,728	2,714	2,701	2,690
4	0,975	3,475	3,440	3,408	3,379	3,353	3,329	3,307	3,286	3,267	3,250
4	0,99	4,369	4,313	4,264	4,218	4,177	4,140	4,106	4,074	4,045	4,018
4	0,995	5,091	5,017	4,950	4,890	4,835	4,785	4,740	4,698	4,659	4,623
5	0,9	2,142	2,128	2,115	2,103	2,092	2,082	2,073	2,064	2,057	2,049
5	0,95	2,685	2,661	2,640	2,621	2,603	2,587	2,572	2,558	2,545	2,534
5	0,975	3,250	3,215	3,183	3,155	3,129	3,105	3,083	3,063	3,044	3,026
5	0,99	4,042	3,988	3,939	3,895	3,855	3,818	3,785	3,754	3,725	3,699
5	0,995	4,681	4,609	4,544	4,486	4,433	4,384	4,340	4,300	4,262	4,228
6	0,9	2,075	2,060	2,047	2,035	2,024	2,014	2,005	1,996	1,988	1,980
6	0,95	2,573	2,549	2,528	2,508	2,490	2,474	2,459	2,445	2,432	2,421
6	0,975	3,090	3,055	3,023	2,995	2,969	2,945	2,923	2,903	2,884	2,867
6	0,99	3,812	3,758	3,710	3,667	3,627	3,591	3,558	3,528	3,499	3,473
6	0,995	4,393	4,322	4,259	4,202	4,150	4,103	4,059	4,020	3,983	3,949
7	0,9	2,023	2,008	1,995	1,983	1,971	1,961	1,952	1,943	1,935	1,927
7	0,95	2,488	2,464	2,442	2,423	2,405	2,388	2,373	2,359	2,346	2,334
7	0,975	2,969	2,934	2,902	2,874	2,848	2,824	2,802	2,782	2,763	2,746
7	0,99	3,640	3,587	3,539	3,496	3,457	3,421	3,388	3,358	3,330	3,304
7	0,995	4,179	4,109	4,047	3,991	3,939	3,893	3,850	3,811	3,775	3,742
8	0,9	1,982	1,967	1,953	1,941	1,929	1,919	1,909	1,900	1,892	1,884
8	0,95	2,420	2,397	2,375	2,355	2,337	2,321	2,305	2,291	2,278	2,266
8	0,975	2,874	2,839	2,808	2,779	2,753	2,729	2,707	2,687	2,669	2,651
8	0,99	3,506	3,453	3,406	3,363	3,324	3,288	3,256	3,226	3,198	3,173
8	0,995	4,013	3,944	3,882	3,826	3,776	3,730	3,687	3,649	3,613	3,580
9	0,9	1,948	1,933	1,919	1,906	1,895	1,884	1,874	1,865	1,857	1,849
9	0,95	2,366	2,342	2,320	2,300	2,282	2,265	2,250	2,236	2,223	2,211
9	0,975	2,798	2,763	2,731	2,703	2,677	2,653	2,631	2,611	2,592	2,575
9	0,99	3,398	3,346	3,299	3,256	3,217	3,182	3,149	3,120	3,092	3,067
9	0,995	3,880	3,812	3,750	3,695	3,645	3,599	3,557	3,519	3,483	3,450
10	0,9	1,920	1,904	1,890	1,877	1,866	1,855	1,845	1,836	1,827	1,819
10	0,95	2,321	2,297	2,275	2,255	2,236	2,220	2,204	2,190	2,177	2,165
10	0,975	2,735	2,700	2,668	2,640	2,613	2,590	2,568	2,547	2,529	2,511
10	0,99	3,310	3,258	3,211	3,168	3,129	3,094	3,062	3,032	3,005	2,979
10	0,995	3,771	3,703	3,642	3,587	3,537	3,492	3,450	3,412	3,377	3,344

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad 1-10, 31-40

n	p \ m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	0,9	2,875	2,869	2,864	2,859	2,855	2,850	2,846	2,842	2,839	2,835
1	0,95	4,160	4,149	4,139	4,130	4,121	4,113	4,105	4,098	4,091	4,085
1	0,975	5,549	5,531	5,515	5,499	5,485	5,471	5,458	5,446	5,435	5,424
1	0,99	7,530	7,499	7,471	7,444	7,419	7,396	7,373	7,353	7,333	7,314
1	0,995	9,133	9,090	9,050	9,012	8,976	8,943	8,912	8,882	8,854	8,828
2	0,9	2,482	2,477	2,471	2,466	2,461	2,456	2,452	2,448	2,444	2,440
2	0,95	3,305	3,295	3,285	3,276	3,267	3,259	3,252	3,245	3,238	3,232
2	0,975	4,165	4,149	4,134	4,120	4,106	4,094	4,082	4,071	4,061	4,051
2	0,99	5,362	5,336	5,312	5,289	5,268	5,248	5,229	5,211	5,194	5,179
2	0,995	6,317	6,281	6,248	6,217	6,188	6,161	6,135	6,111	6,088	6,066
3	0,9	2,270	2,263	2,258	2,252	2,247	2,243	2,238	2,234	2,230	2,226
3	0,95	2,911	2,901	2,892	2,883	2,874	2,866	2,859	2,852	2,845	2,839
3	0,975	3,573	3,557	3,543	3,529	3,517	3,505	3,493	3,483	3,473	3,463
3	0,99	4,484	4,459	4,437	4,416	4,396	4,377	4,360	4,343	4,327	4,313
3	0,995	5,204	5,171	5,141	5,113	5,086	5,062	5,038	5,016	4,995	4,976
4	0,9	2,136	2,129	2,123	2,118	2,113	2,108	2,103	2,099	2,095	2,091
4	0,95	2,679	2,668	2,659	2,650	2,641	2,634	2,626	2,619	2,612	2,606
4	0,975	3,234	3,218	3,204	3,191	3,179	3,167	3,156	3,145	3,135	3,126
4	0,99	3,993	3,969	3,948	3,927	3,908	3,890	3,873	3,858	3,843	3,828
4	0,995	4,590	4,559	4,531	4,504	4,479	4,455	4,433	4,412	4,392	4,374
5	0,9	2,042	2,036	2,030	2,024	2,019	2,014	2,009	2,005	2,001	1,997
5	0,95	2,523	2,512	2,503	2,494	2,485	2,477	2,470	2,463	2,456	2,449
5	0,975	3,010	2,995	2,981	2,968	2,956	2,944	2,933	2,923	2,913	2,904
5	0,99	3,675	3,652	3,630	3,611	3,592	3,574	3,558	3,542	3,528	3,514
5	0,995	4,196	4,166	4,138	4,112	4,088	4,065	4,043	4,023	4,004	3,986
6	0,9	1,973	1,967	1,961	1,955	1,950	1,945	1,940	1,935	1,931	1,927
6	0,95	2,409	2,399	2,389	2,380	2,372	2,364	2,356	2,349	2,342	2,336
6	0,975	2,851	2,836	2,822	2,808	2,796	2,785	2,774	2,763	2,754	2,744
6	0,99	3,449	3,427	3,406	3,386	3,368	3,351	3,334	3,319	3,305	3,291
6	0,995	3,918	3,889	3,861	3,836	3,812	3,790	3,769	3,749	3,731	3,713
7	0,9	1,920	1,913	1,907	1,901	1,896	1,891	1,886	1,881	1,877	1,873
7	0,95	2,323	2,313	2,303	2,294	2,285	2,277	2,270	2,262	2,255	2,249
7	0,975	2,730	2,715	2,701	2,688	2,676	2,664	2,653	2,643	2,633	2,624
7	0,99	3,281	3,258	3,238	3,218	3,200	3,183	3,167	3,152	3,137	3,124
7	0,995	3,711	3,682	3,655	3,630	3,607	3,585	3,564	3,545	3,526	3,509
8	0,9	1,877	1,870	1,864	1,858	1,852	1,847	1,842	1,838	1,833	1,829
8	0,95	2,255	2,244	2,235	2,225	2,217	2,209	2,201	2,194	2,187	2,180
8	0,975	2,635	2,620	2,606	2,593	2,581	2,569	2,558	2,548	2,538	2,529
8	0,99	3,149	3,127	3,106	3,087	3,069	3,052	3,036	3,021	3,006	2,993
8	0,995	3,549	3,521	3,495	3,470	3,447	3,425	3,404	3,385	3,367	3,350
9	0,9	1,842	1,835	1,828	1,822	1,817	1,811	1,806	1,802	1,797	1,793
9	0,95	2,199	2,189	2,179	2,170	2,161	2,153	2,145	2,138	2,131	2,124
9	0,975	2,558	2,543	2,529	2,516	2,504	2,492	2,481	2,471	2,461	2,452
9	0,99	3,043	3,021	3,000	2,981	2,963	2,946	2,930	2,915	2,901	2,888
9	0,995	3,420	3,392	3,366	3,341	3,318	3,296	3,276	3,257	3,239	3,222
10	0,9	1,812	1,805	1,799	1,793	1,787	1,781	1,776	1,772	1,767	1,763
10	0,95	2,153	2,142	2,133	2,123	2,114	2,106	2,098	2,091	2,084	2,077
10	0,975	2,495	2,480	2,466	2,453	2,440	2,429	2,418	2,407	2,397	2,388
10	0,99	2,955	2,934	2,913	2,894	2,876	2,859	2,843	2,828	2,814	2,801
10	0,995	3,314	3,286	3,260	3,235	3,212	3,191	3,171	3,152	3,134	3,117



**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
Grados de libertad: 11-20,1-10

n	p \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	0,9	60,473	9,401	5,222	3,907	3,282	2,920	2,684	2,519	2,396	2,302
11	0,95	242,98	19,405	8,763	5,936	4,704	4,027	3,603	3,313	3,102	2,943
11	0,975	973,03	39,407	14,374	8,794	6,568	5,410	4,709	4,243	3,912	3,665
11	0,99	6083,4	99,408	27,132	14,452	9,963	7,790	6,538	5,734	5,178	4,772
11	0,995	24334	199,42	43,525	20,824	13,491	10,133	8,270	7,105	6,314	5,746
12	0,9	60,705	9,408	5,216	3,896	3,268	2,905	2,668	2,502	2,379	2,284
12	0,95	243,90	19,412	8,745	5,912	4,678	4,000	3,575	3,284	3,073	2,913
12	0,975	976,72	39,415	14,337	8,751	6,525	5,366	4,666	4,200	3,868	3,621
12	0,99	6106,7	99,419	27,052	14,374	9,888	7,718	6,469	5,667	5,111	4,706
12	0,995	24427	199,42	43,387	20,705	13,385	10,034	8,176	7,015	6,227	5,661
13	0,9	60,902	9,415	5,210	3,886	3,257	2,892	2,654	2,488	2,364	2,269
13	0,95	244,69	19,419	8,729	5,891	4,655	3,976	3,550	3,259	3,048	2,887
13	0,975	979,84	39,421	14,305	8,715	6,488	5,329	4,628	4,162	3,831	3,583
13	0,99	6125,8	99,422	26,983	14,306	9,825	7,657	6,410	5,609	5,055	4,650
13	0,995	24505	199,42	43,270	20,603	13,293	9,950	8,097	6,938	6,153	5,589
14	0,9	61,073	9,420	5,205	3,878	3,247	2,881	2,643	2,475	2,351	2,255
14	0,95	245,36	19,424	8,715	5,873	4,636	3,956	3,529	3,237	3,025	2,865
14	0,975	982,55	39,427	14,277	8,684	6,456	5,297	4,596	4,130	3,798	3,550
14	0,99	6143,0	99,426	26,924	14,249	9,770	7,605	6,359	5,559	5,005	4,601
14	0,995	24572	199,42	43,172	20,515	13,215	9,878	8,028	6,872	6,089	5,526
15	0,9	61,220	9,425	5,200	3,870	3,238	2,871	2,632	2,464	2,340	2,244
15	0,95	245,95	19,429	8,703	5,858	4,619	3,938	3,511	3,218	3,006	2,845
15	0,975	984,87	39,431	14,253	8,657	6,428	5,269	4,568	4,101	3,769	3,522
15	0,99	6157,0	99,433	26,872	14,198	9,722	7,559	6,314	5,515	4,962	4,558
15	0,995	24632	199,43	43,085	20,438	13,146	9,814	7,968	6,814	6,032	5,471
16	0,9	61,350	9,429	5,196	3,864	3,230	2,863	2,623	2,454	2,330	2,233
16	0,95	246,47	19,433	8,692	5,844	4,604	3,922	3,494	3,202	2,989	2,828
16	0,975	986,91	39,436	14,232	8,633	6,403	5,244	4,543	4,076	3,744	3,496
16	0,99	6170,0	99,437	26,826	14,154	9,680	7,519	6,275	5,477	4,924	4,520
16	0,995	24684	199,45	43,008	20,371	13,086	9,758	7,915	6,763	5,983	5,422
17	0,9	61,465	9,433	5,193	3,858	3,223	2,855	2,615	2,446	2,320	2,224
17	0,95	246,92	19,437	8,683	5,832	4,590	3,908	3,480	3,187	2,974	2,812
17	0,975	988,72	39,439	14,213	8,611	6,381	5,222	4,521	4,054	3,722	3,474
17	0,99	6181,2	99,441	26,786	14,114	9,643	7,483	6,240	5,442	4,890	4,487
17	0,995	24728	199,45	42,939	20,311	13,033	9,709	7,868	6,718	5,939	5,379
18	0,9	61,566	9,436	5,190	3,853	3,217	2,848	2,607	2,438	2,312	2,215
18	0,95	247,32	19,440	8,675	5,821	4,579	3,896	3,467	3,173	2,960	2,798
18	0,975	990,35	39,442	14,196	8,592	6,362	5,202	4,501	4,034	3,701	3,453
18	0,99	6191,4	99,444	26,751	14,079	9,609	7,451	6,209	5,412	4,860	4,457
18	0,995	24766	199,45	42,881	20,258	12,985	9,664	7,826	6,678	5,899	5,340
19	0,9	61,658	9,439	5,187	3,848	3,212	2,842	2,601	2,431	2,305	2,208
19	0,95	247,69	19,443	8,667	5,811	4,568	3,884	3,455	3,161	2,948	2,785
19	0,975	991,80	39,446	14,181	8,575	6,344	5,184	4,483	4,016	3,683	3,435
19	0,99	6200,7	99,448	26,719	14,048	9,580	7,422	6,181	5,384	4,833	4,430
19	0,995	24803	199,45	42,826	20,211	12,942	9,625	7,788	6,641	5,864	5,306
20	0,9	61,740	9,441	5,184	3,844	3,207	2,836	2,595	2,425	2,298	2,201
20	0,95	248,02	19,446	8,660	5,803	4,558	3,874	3,445	3,150	2,936	2,774
20	0,975	993,08	39,448	14,167	8,560	6,329	5,168	4,467	3,999	3,667	3,419
20	0,99	6208,7	99,448	26,690	14,019	9,553	7,396	6,155	5,359	4,808	4,405
20	0,995	24837	199,45	42,779	20,167	12,903	9,589	7,754	6,608	5,832	5,274

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
Grados de libertad: 11-20,11-20

n	p \ m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	0,9	2,227	2,166	2,116	2,073	2,037	2,005	1,978	1,954	1,932	1,913
11	0,95	2,818	2,717	2,635	2,565	2,507	2,456	2,413	2,374	2,340	2,310
11	0,975	3,474	3,321	3,197	3,095	3,008	2,934	2,870	2,814	2,765	2,721
11	0,99	4,462	4,220	4,025	3,864	3,730	3,616	3,518	3,434	3,360	3,294
11	0,995	5,320	4,988	4,724	4,508	4,329	4,179	4,050	3,938	3,841	3,756
12	0,9	2,209	2,147	2,097	2,054	2,017	1,985	1,958	1,933	1,912	1,892
12	0,95	2,788	2,687	2,604	2,534	2,475	2,425	2,381	2,342	2,308	2,278
12	0,975	3,430	3,277	3,153	3,050	2,963	2,889	2,825	2,769	2,720	2,676
12	0,99	4,397	4,155	3,960	3,800	3,666	3,553	3,455	3,371	3,297	3,231
12	0,995	5,236	4,906	4,643	4,428	4,250	4,099	3,971	3,860	3,763	3,678
13	0,9	2,193	2,131	2,080	2,037	2,000	1,968	1,940	1,916	1,894	1,875
13	0,95	2,761	2,660	2,577	2,507	2,448	2,397	2,353	2,314	2,280	2,250
13	0,975	3,392	3,239	3,115	3,012	2,925	2,851	2,786	2,730	2,681	2,637
13	0,99	4,342	4,100	3,905	3,745	3,612	3,498	3,401	3,316	3,242	3,177
13	0,995	5,165	4,836	4,573	4,359	4,181	4,031	3,903	3,793	3,696	3,611
14	0,9	2,179	2,117	2,066	2,022	1,985	1,953	1,925	1,900	1,878	1,859
14	0,95	2,739	2,637	2,554	2,484	2,424	2,373	2,329	2,290	2,256	2,225
14	0,975	3,359	3,206	3,082	2,979	2,891	2,817	2,753	2,696	2,647	2,603
14	0,99	4,293	4,052	3,857	3,698	3,564	3,451	3,353	3,269	3,195	3,130
14	0,995	5,103	4,775	4,513	4,299	4,122	3,972	3,844	3,734	3,638	3,553
15	0,9	2,167	2,105	2,053	2,010	1,972	1,940	1,912	1,887	1,865	1,845
15	0,95	2,719	2,617	2,533	2,463	2,403	2,352	2,308	2,269	2,234	2,203
15	0,975	3,330	3,177	3,053	2,949	2,862	2,788	2,723	2,667	2,617	2,573
15	0,99	4,251	4,010	3,815	3,656	3,522	3,409	3,312	3,227	3,153	3,088
15	0,995	5,049	4,721	4,460	4,247	4,070	3,920	3,793	3,683	3,587	3,502
16	0,9	2,156	2,094	2,042	1,998	1,961	1,928	1,900	1,875	1,852	1,833
16	0,95	2,701	2,599	2,515	2,445	2,385	2,333	2,289	2,250	2,215	2,184
16	0,975	3,304	3,152	3,027	2,923	2,836	2,761	2,697	2,640	2,591	2,547
16	0,99	4,213	3,972	3,778	3,619	3,485	3,372	3,275	3,190	3,116	3,051
16	0,995	5,001	4,674	4,413	4,201	4,024	3,875	3,747	3,637	3,541	3,457
17	0,9	2,147	2,084	2,032	1,988	1,950	1,917	1,889	1,864	1,841	1,821
17	0,95	2,685	2,583	2,499	2,428	2,368	2,317	2,272	2,233	2,198	2,167
17	0,975	3,282	3,129	3,004	2,900	2,813	2,738	2,673	2,617	2,567	2,523
17	0,99	4,180	3,939	3,745	3,586	3,452	3,339	3,242	3,158	3,084	3,018
17	0,995	4,959	4,632	4,372	4,159	3,983	3,834	3,707	3,597	3,501	3,416
18	0,9	2,138	2,075	2,023	1,978	1,941	1,908	1,879	1,854	1,831	1,811
18	0,95	2,671	2,568	2,484	2,413	2,353	2,302	2,257	2,217	2,182	2,151
18	0,975	3,261	3,108	2,983	2,879	2,792	2,717	2,652	2,596	2,546	2,501
18	0,99	4,150	3,910	3,716	3,556	3,423	3,310	3,212	3,128	3,054	2,989
18	0,995	4,921	4,595	4,334	4,122	3,946	3,797	3,670	3,560	3,464	3,380
19	0,9	2,130	2,067	2,014	1,970	1,932	1,899	1,870	1,845	1,822	1,802
19	0,95	2,658	2,555	2,471	2,400	2,340	2,288	2,243	2,203	2,168	2,137
19	0,975	3,243	3,090	2,965	2,861	2,773	2,698	2,633	2,576	2,526	2,482
19	0,99	4,123	3,883	3,689	3,529	3,396	3,283	3,186	3,101	3,027	2,962
19	0,995	4,886	4,561	4,301	4,089	3,913	3,764	3,637	3,527	3,432	3,348
20	0,9	2,123	2,060	2,007	1,962	1,924	1,891	1,862	1,837	1,814	1,794
20	0,95	2,646	2,544	2,459	2,388	2,328	2,276	2,230	2,191	2,155	2,124
20	0,975	3,226	3,073	2,948	2,844	2,756	2,681	2,616	2,559	2,509	2,464
20	0,99	4,099	3,858	3,665	3,505	3,372	3,259	3,162	3,077	3,003	2,938
20	0,995	4,855	4,530	4,270	4,059	3,883	3,734	3,607	3,498	3,402	3,318

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 11-20, 21-30

n	p \ m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	0,9	1,896	1,880	1,866	1,853	1,841	1,830	1,820	1,811	1,802	1,794
11	0,95	2,283	2,259	2,236	2,216	2,198	2,181	2,166	2,151	2,138	2,126
11	0,975	2,682	2,647	2,615	2,586	2,560	2,536	2,514	2,494	2,475	2,458
11	0,99	3,236	3,184	3,137	3,094	3,056	3,021	2,988	2,959	2,931	2,906
11	0,995	3,680	3,612	3,551	3,497	3,447	3,402	3,360	3,322	3,287	3,255
12	0,9	1,875	1,859	1,845	1,832	1,820	1,809	1,799	1,790	1,781	1,773
12	0,95	2,250	2,226	2,204	2,183	2,165	2,148	2,132	2,118	2,104	2,092
12	0,975	2,637	2,602	2,570	2,541	2,515	2,491	2,469	2,448	2,430	2,412
12	0,99	3,173	3,121	3,074	3,032	2,993	2,958	2,926	2,896	2,868	2,843
12	0,995	3,602	3,535	3,474	3,420	3,370	3,325	3,284	3,246	3,211	3,179
13	0,9	1,857	1,841	1,827	1,814	1,802	1,790	1,780	1,771	1,762	1,754
13	0,95	2,222	2,198	2,175	2,155	2,136	2,119	2,103	2,089	2,075	2,063
13	0,975	2,598	2,563	2,531	2,502	2,476	2,452	2,429	2,409	2,390	2,372
13	0,99	3,119	3,067	3,020	2,977	2,939	2,904	2,872	2,842	2,814	2,789
13	0,995	3,536	3,469	3,408	3,354	3,304	3,259	3,218	3,180	3,145	3,113
14	0,9	1,841	1,825	1,811	1,797	1,785	1,774	1,764	1,754	1,745	1,737
14	0,95	2,197	2,173	2,150	2,130	2,111	2,094	2,078	2,064	2,050	2,037
14	0,975	2,564	2,528	2,497	2,468	2,441	2,417	2,395	2,374	2,355	2,338
14	0,99	3,072	3,019	2,973	2,930	2,892	2,857	2,824	2,795	2,767	2,742
14	0,995	3,478	3,411	3,351	3,296	3,247	3,202	3,161	3,123	3,088	3,056
15	0,9	1,827	1,811	1,796	1,783	1,771	1,760	1,749	1,740	1,731	1,722
15	0,95	2,176	2,151	2,128	2,108	2,089	2,072	2,056	2,041	2,027	2,015
15	0,975	2,534	2,498	2,466	2,437	2,411	2,387	2,364	2,344	2,325	2,307
15	0,99	3,030	2,978	2,931	2,889	2,850	2,815	2,783	2,753	2,726	2,700
15	0,995	3,427	3,360	3,300	3,246	3,196	3,151	3,110	3,073	3,038	3,006
16	0,9	1,815	1,798	1,784	1,770	1,758	1,747	1,736	1,726	1,717	1,709
16	0,95	2,156	2,131	2,109	2,088	2,069	2,052	2,036	2,021	2,007	1,995
16	0,975	2,507	2,472	2,440	2,411	2,384	2,360	2,337	2,317	2,298	2,280
16	0,99	2,993	2,941	2,894	2,852	2,813	2,778	2,746	2,716	2,689	2,663
16	0,995	3,382	3,315	3,255	3,201	3,152	3,107	3,066	3,028	2,993	2,961
17	0,9	1,803	1,787	1,772	1,759	1,746	1,735	1,724	1,715	1,705	1,697
17	0,95	2,139	2,114	2,091	2,070	2,051	2,034	2,018	2,003	1,989	1,976
17	0,975	2,483	2,448	2,416	2,386	2,360	2,335	2,313	2,292	2,273	2,255
17	0,99	2,960	2,908	2,861	2,819	2,780	2,745	2,713	2,683	2,656	2,630
17	0,995	3,342	3,275	3,215	3,161	3,111	3,067	3,026	2,988	2,953	2,921
18	0,9	1,793	1,777	1,762	1,748	1,736	1,724	1,714	1,704	1,695	1,686
18	0,95	2,123	2,098	2,075	2,054	2,035	2,018	2,002	1,987	1,973	1,960
18	0,975	2,462	2,426	2,394	2,365	2,338	2,314	2,291	2,270	2,251	2,233
18	0,99	2,931	2,879	2,832	2,789	2,751	2,715	2,683	2,653	2,626	2,600
18	0,995	3,305	3,239	3,179	3,125	3,075	3,031	2,990	2,952	2,917	2,885
19	0,9	1,784	1,768	1,753	1,739	1,726	1,715	1,704	1,694	1,685	1,676
19	0,95	2,109	2,084	2,061	2,040	2,021	2,003	1,987	1,972	1,958	1,945
19	0,975	2,442	2,407	2,374	2,345	2,318	2,294	2,271	2,251	2,231	2,213
19	0,99	2,904	2,852	2,805	2,762	2,724	2,688	2,656	2,626	2,599	2,573
19	0,995	3,273	3,206	3,146	3,092	3,043	2,998	2,957	2,919	2,885	2,853
20	0,9	1,776	1,759	1,744	1,730	1,718	1,706	1,695	1,685	1,676	1,667
20	0,95	2,096	2,071	2,048	2,027	2,007	1,990	1,974	1,959	1,945	1,932
20	0,975	2,425	2,389	2,357	2,327	2,300	2,276	2,253	2,232	2,213	2,195
20	0,99	2,880	2,827	2,780	2,738	2,699	2,664	2,632	2,602	2,574	2,549
20	0,995	3,243	3,176	3,116	3,062	3,013	2,968	2,927	2,890	2,855	2,823

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 11-20, 31-40

n	p \ m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
11	0,9	1,787	1,780	1,773	1,767	1,761	1,756	1,751	1,746	1,741	1,737
	0,95	2,114	2,103	2,093	2,084	2,075	2,067	2,059	2,051	2,044	2,038
	0,975	2,442	2,426	2,412	2,399	2,387	2,375	2,364	2,353	2,344	2,334
	0,99	2,882	2,860	2,840	2,821	2,803	2,786	2,770	2,755	2,741	2,727
	0,995	3,225	3,197	3,171	3,146	3,124	3,102	3,082	3,063	3,045	3,028
12	0,9	1,765	1,758	1,751	1,745	1,739	1,734	1,729	1,724	1,719	1,715
	0,95	2,080	2,070	2,060	2,050	2,041	2,033	2,025	2,017	2,010	2,003
	0,975	2,396	2,381	2,366	2,353	2,341	2,329	2,318	2,307	2,298	2,288
	0,99	2,820	2,798	2,777	2,758	2,740	2,723	2,707	2,692	2,678	2,665
	0,995	3,149	3,121	3,095	3,071	3,048	3,027	3,007	2,988	2,970	2,953
13	0,9	1,746	1,739	1,732	1,726	1,720	1,715	1,709	1,704	1,700	1,695
	0,95	2,051	2,040	2,030	2,021	2,012	2,003	1,995	1,988	1,981	1,974
	0,975	2,356	2,341	2,327	2,313	2,301	2,289	2,278	2,267	2,257	2,248
	0,99	2,765	2,744	2,723	2,704	2,686	2,669	2,653	2,638	2,624	2,611
	0,995	3,083	3,056	3,030	3,005	2,983	2,961	2,941	2,923	2,905	2,888
14	0,9	1,729	1,722	1,715	1,709	1,703	1,697	1,692	1,687	1,682	1,678
	0,95	2,026	2,015	2,004	1,995	1,986	1,977	1,969	1,962	1,954	1,948
	0,975	2,321	2,306	2,292	2,278	2,266	2,254	2,243	2,232	2,222	2,213
	0,99	2,718	2,696	2,676	2,657	2,639	2,622	2,606	2,591	2,577	2,563
	0,995	3,026	2,998	2,973	2,948	2,926	2,905	2,885	2,866	2,848	2,831
15	0,9	1,714	1,707	1,700	1,694	1,688	1,682	1,677	1,672	1,667	1,662
	0,95	2,003	1,992	1,982	1,972	1,963	1,954	1,946	1,939	1,931	1,924
	0,975	2,291	2,275	2,261	2,248	2,235	2,223	2,212	2,201	2,191	2,182
	0,99	2,677	2,655	2,634	2,615	2,597	2,580	2,564	2,549	2,535	2,522
	0,995	2,976	2,948	2,922	2,898	2,876	2,854	2,834	2,816	2,798	2,781
16	0,9	1,701	1,694	1,687	1,680	1,674	1,669	1,663	1,658	1,653	1,649
	0,95	1,983	1,972	1,961	1,952	1,942	1,934	1,926	1,918	1,911	1,904
	0,975	2,263	2,248	2,234	2,220	2,207	2,196	2,184	2,174	2,164	2,154
	0,99	2,640	2,618	2,597	2,578	2,560	2,543	2,527	2,512	2,498	2,484
	0,995	2,931	2,904	2,878	2,854	2,831	2,810	2,790	2,771	2,753	2,737
17	0,9	1,689	1,682	1,675	1,668	1,662	1,656	1,651	1,646	1,641	1,636
	0,95	1,965	1,953	1,943	1,933	1,924	1,915	1,907	1,899	1,892	1,885
	0,975	2,239	2,223	2,209	2,195	2,183	2,171	2,160	2,149	2,139	2,129
	0,99	2,606	2,584	2,564	2,545	2,527	2,510	2,494	2,479	2,465	2,451
	0,995	2,891	2,864	2,838	2,814	2,791	2,770	2,750	2,731	2,713	2,697
18	0,9	1,678	1,671	1,664	1,657	1,651	1,645	1,640	1,635	1,630	1,625
	0,95	1,948	1,937	1,926	1,917	1,907	1,899	1,890	1,883	1,875	1,868
	0,975	2,217	2,201	2,187	2,173	2,160	2,148	2,137	2,126	2,116	2,107
	0,99	2,577	2,555	2,534	2,515	2,497	2,480	2,464	2,449	2,434	2,421
	0,995	2,855	2,828	2,802	2,778	2,755	2,734	2,714	2,695	2,677	2,661
19	0,9	1,668	1,661	1,654	1,647	1,641	1,635	1,630	1,624	1,619	1,615
	0,95	1,933	1,922	1,911	1,902	1,892	1,883	1,875	1,867	1,860	1,853
	0,975	2,197	2,181	2,167	2,153	2,140	2,128	2,117	2,106	2,096	2,086
	0,99	2,550	2,527	2,507	2,488	2,470	2,453	2,437	2,421	2,407	2,394
	0,995	2,823	2,795	2,769	2,745	2,723	2,701	2,681	2,663	2,645	2,628
20	0,9	1,659	1,652	1,645	1,638	1,632	1,626	1,620	1,615	1,610	1,605
	0,95	1,920	1,908	1,898	1,888	1,878	1,870	1,861	1,853	1,846	1,839
	0,975	2,178	2,163	2,148	2,135	2,122	2,110	2,098	2,088	2,077	2,068
	0,99	2,525	2,503	2,482	2,463	2,445	2,428	2,412	2,397	2,382	2,369
	0,995	2,793	2,766	2,740	2,716	2,693	2,672	2,652	2,633	2,615	2,598

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 21-30, 1-10

n	p \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
21	0,9	61,815	9,444	5,182	3,841	3,202	2,831	2,589	2,419	2,292	2,194
21	0,95	248,31	19,448	8,654	5,795	4,549	3,865	3,435	3,140	2,926	2,764
21	0,975	994,30	39,450	14,155	8,546	6,314	5,154	4,452	3,985	3,652	3,403
21	0,99	6216,1	99,451	26,664	13,994	9,528	7,372	6,132	5,336	4,786	4,383
21	0,995	24863	199,45	42,732	20,128	12,868	9,556	7,723	6,578	5,803	5,245
22	0,9	61,883	9,446	5,180	3,837	3,198	2,827	2,584	2,414	2,287	2,189
22	0,95	248,58	19,450	8,648	5,787	4,541	3,856	3,426	3,131	2,917	2,754
22	0,975	995,35	39,452	14,144	8,533	6,301	5,141	4,439	3,971	3,638	3,390
22	0,99	6223,1	99,455	26,639	13,970	9,506	7,351	6,111	5,316	4,765	4,363
22	0,995	24892	199,45	42,692	20,093	12,837	9,527	7,695	6,551	5,776	5,219
23	0,9	61,945	9,448	5,178	3,834	3,194	2,822	2,580	2,409	2,282	2,183
23	0,95	248,82	19,452	8,643	5,781	4,534	3,849	3,418	3,123	2,908	2,745
23	0,975	996,34	39,455	14,134	8,522	6,289	5,128	4,426	3,959	3,626	3,377
23	0,99	6228,7	99,455	26,617	13,949	9,485	7,331	6,092	5,297	4,746	4,344
23	0,995	24915	199,45	42,655	20,060	12,807	9,499	7,669	6,526	5,752	5,195
24	0,9	62,002	9,450	5,176	3,831	3,191	2,818	2,575	2,404	2,277	2,178
24	0,95	249,05	19,454	8,638	5,774	4,527	3,841	3,410	3,115	2,900	2,737
24	0,975	997,27	39,457	14,124	8,511	6,278	5,117	4,415	3,947	3,614	3,365
24	0,99	6234,3	99,455	26,597	13,929	9,466	7,313	6,074	5,279	4,729	4,327
24	0,995	24937	199,45	42,623	20,030	12,780	9,474	7,645	6,503	5,729	5,173
25	0,9	62,055	9,451	5,175	3,828	3,187	2,815	2,571	2,400	2,272	2,174
25	0,95	249,26	19,456	8,634	5,769	4,521	3,835	3,404	3,108	2,893	2,730
25	0,975	998,09	39,458	14,115	8,501	6,268	5,107	4,405	3,937	3,604	3,355
25	0,99	6239,9	99,459	26,579	13,911	9,449	7,296	6,058	5,263	4,713	4,311
25	0,995	24959	199,45	42,590	20,003	12,756	9,451	7,623	6,482	5,708	5,153
26	0,9	62,103	9,453	5,173	3,826	3,184	2,811	2,568	2,396	2,268	2,170
26	0,95	249,45	19,457	8,630	5,763	4,515	3,829	3,397	3,102	2,886	2,723
26	0,975	998,84	39,459	14,107	8,492	6,258	5,097	4,395	3,927	3,594	3,345
26	0,99	6244,5	99,462	26,562	13,894	9,433	7,281	6,043	5,248	4,698	4,296
26	0,995	24982	199,46	42,561	19,977	12,732	9,430	7,603	6,462	5,689	5,134
27	0,9	62,148	9,454	5,172	3,823	3,181	2,808	2,564	2,392	2,265	2,166
27	0,95	249,63	19,459	8,626	5,759	4,510	3,823	3,391	3,095	2,880	2,716
27	0,975	999,54	39,461	14,100	8,483	6,250	5,088	4,386	3,918	3,584	3,335
27	0,99	6249,2	99,462	26,546	13,878	9,418	7,266	6,029	5,234	4,684	4,283
27	0,995	24997	199,46	42,535	19,953	12,711	9,410	7,584	6,444	5,671	5,116
28	0,9	62,189	9,456	5,170	3,821	3,179	2,805	2,561	2,389	2,261	2,162
28	0,95	249,80	19,460	8,623	5,754	4,505	3,818	3,386	3,090	2,874	2,710
28	0,975	1000,2	39,462	14,093	8,475	6,242	5,080	4,378	3,909	3,576	3,327
28	0,99	6252,9	99,462	26,531	13,864	9,404	7,253	6,016	5,221	4,672	4,270
28	0,995	25012	199,46	42,510	19,931	12,691	9,391	7,566	6,427	5,655	5,100
29	0,9	62,229	9,457	5,169	3,819	3,176	2,803	2,558	2,386	2,258	2,159
29	0,95	249,95	19,461	8,620	5,750	4,500	3,813	3,381	3,084	2,869	2,705
29	0,975	1000,8	39,463	14,086	8,468	6,234	5,072	4,370	3,901	3,568	3,319
29	0,99	6257,1	99,462	26,517	13,850	9,391	7,240	6,003	5,209	4,660	4,258
29	0,995	25027	199,46	42,488	19,911	12,673	9,374	7,550	6,411	5,639	5,085
30	0,9	62,265	9,458	5,168	3,817	3,174	2,800	2,555	2,383	2,255	2,155
30	0,95	250,10	19,463	8,617	5,746	4,496	3,808	3,376	3,079	2,864	2,700
30	0,975	1001,4	39,465	14,081	8,461	6,227	5,065	4,362	3,894	3,560	3,311
30	0,99	6260,4	99,466	26,504	13,838	9,379	7,229	5,992	5,198	4,649	4,247
30	0,995	25041	199,48	42,466	19,892	12,656	9,358	7,534	6,396	5,625	5,071

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 21-30, 11-20

n	p \ m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	0,9	2,117	2,053	2,000	1,955	1,917	1,884	1,855	1,829	1,807	1,786
21	0,95	2,636	2,533	2,448	2,377	2,316	2,264	2,219	2,179	2,144	2,112
21	0,975	3,211	3,057	2,932	2,828	2,740	2,665	2,600	2,543	2,493	2,448
21	0,99	4,077	3,836	3,643	3,483	3,350	3,237	3,139	3,055	2,981	2,916
21	0,995	4,827	4,502	4,243	4,031	3,855	3,707	3,580	3,471	3,375	3,291
22	0,9	2,111	2,047	1,994	1,949	1,911	1,877	1,848	1,823	1,800	1,779
22	0,95	2,626	2,523	2,438	2,367	2,306	2,254	2,208	2,168	2,133	2,102
22	0,975	3,197	3,043	2,918	2,814	2,726	2,651	2,585	2,529	2,478	2,434
22	0,99	4,057	3,816	3,622	3,463	3,330	3,216	3,119	3,035	2,961	2,895
22	0,995	4,801	4,476	4,217	4,006	3,830	3,682	3,555	3,446	3,350	3,266
23	0,9	2,105	2,041	1,988	1,943	1,905	1,871	1,842	1,816	1,793	1,773
23	0,95	2,617	2,514	2,429	2,357	2,297	2,244	2,199	2,159	2,123	2,092
23	0,975	3,184	3,031	2,905	2,801	2,713	2,637	2,572	2,515	2,465	2,420
23	0,99	4,038	3,798	3,604	3,444	3,311	3,198	3,101	3,016	2,942	2,877
23	0,995	4,778	4,453	4,194	3,983	3,807	3,659	3,532	3,423	3,327	3,243
24	0,9	2,100	2,036	1,983	1,938	1,899	1,866	1,836	1,810	1,787	1,767
24	0,95	2,609	2,505	2,420	2,349	2,288	2,235	2,190	2,150	2,114	2,082
24	0,975	3,173	3,019	2,893	2,789	2,701	2,625	2,560	2,503	2,452	2,408
24	0,99	4,021	3,780	3,587	3,427	3,294	3,181	3,083	2,999	2,925	2,859
24	0,995	4,756	4,431	4,173	3,961	3,786	3,638	3,511	3,402	3,306	3,222
25	0,9	2,095	2,031	1,978	1,933	1,894	1,860	1,831	1,805	1,782	1,761
25	0,95	2,601	2,498	2,412	2,341	2,280	2,227	2,181	2,141	2,106	2,074
25	0,975	3,162	3,008	2,882	2,778	2,689	2,614	2,548	2,491	2,441	2,396
25	0,99	4,005	3,765	3,571	3,412	3,278	3,165	3,068	2,983	2,909	2,843
25	0,995	4,736	4,412	4,153	3,942	3,766	3,618	3,492	3,382	3,287	3,203
26	0,9	2,091	2,027	1,973	1,928	1,889	1,855	1,826	1,800	1,777	1,756
26	0,95	2,594	2,491	2,405	2,333	2,272	2,220	2,174	2,134	2,098	2,066
26	0,975	3,152	2,998	2,872	2,767	2,679	2,603	2,538	2,481	2,430	2,385
26	0,99	3,990	3,750	3,556	3,397	3,264	3,150	3,053	2,968	2,894	2,829
26	0,995	4,717	4,393	4,134	3,923	3,748	3,600	3,473	3,364	3,269	3,184
27	0,9	2,087	2,022	1,969	1,923	1,885	1,851	1,821	1,795	1,772	1,751
27	0,95	2,588	2,484	2,398	2,326	2,265	2,212	2,167	2,126	2,090	2,059
27	0,975	3,142	2,988	2,862	2,758	2,669	2,594	2,528	2,471	2,420	2,375
27	0,99	3,977	3,736	3,543	3,383	3,250	3,137	3,039	2,955	2,880	2,815
27	0,995	4,700	4,376	4,117	3,906	3,731	3,583	3,457	3,347	3,252	3,168
28	0,9	2,083	2,019	1,965	1,919	1,880	1,847	1,817	1,791	1,767	1,746
28	0,95	2,582	2,478	2,392	2,320	2,259	2,206	2,160	2,119	2,084	2,052
28	0,975	3,133	2,979	2,853	2,749	2,660	2,584	2,519	2,461	2,411	2,366
28	0,99	3,964	3,724	3,530	3,371	3,237	3,124	3,026	2,942	2,868	2,802
28	0,995	4,684	4,360	4,101	3,891	3,715	3,567	3,441	3,332	3,236	3,152
29	0,9	2,080	2,015	1,961	1,916	1,876	1,843	1,813	1,787	1,763	1,742
29	0,95	2,576	2,472	2,386	2,314	2,253	2,200	2,154	2,113	2,077	2,045
29	0,975	3,125	2,971	2,845	2,740	2,652	2,576	2,510	2,453	2,402	2,357
29	0,99	3,952	3,712	3,518	3,359	3,225	3,112	3,014	2,930	2,855	2,790
29	0,995	4,668	4,345	4,087	3,876	3,701	3,553	3,426	3,317	3,221	3,137
30	0,9	2,076	2,011	1,958	1,912	1,873	1,839	1,809	1,783	1,759	1,738
30	0,95	2,570	2,466	2,380	2,308	2,247	2,194	2,148	2,107	2,071	2,039
30	0,975	3,118	2,963	2,837	2,732	2,644	2,568	2,502	2,445	2,394	2,349
30	0,99	3,941	3,701	3,507	3,348	3,214	3,101	3,003	2,919	2,844	2,778
30	0,995	4,654	4,331	4,073	3,862	3,687	3,539	3,412	3,303	3,208	3,123

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad: 21-30, 21-30**

n	p \ m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
21	0,9	1,768	1,751	1,736	1,722	1,710	1,698	1,687	1,677	1,668	1,659
21	0,95	2,084	2,059	2,036	2,015	1,995	1,978	1,961	1,946	1,932	1,919
21	0,975	2,409	2,373	2,340	2,311	2,284	2,259	2,237	2,216	2,196	2,178
21	0,99	2,857	2,805	2,758	2,716	2,677	2,642	2,609	2,579	2,552	2,526
21	0,995	3,216	3,149	3,089	3,035	2,986	2,941	2,900	2,863	2,828	2,796
22	0,9	1,761	1,744	1,729	1,715	1,702	1,690	1,680	1,669	1,660	1,651
22	0,95	2,073	2,048	2,025	2,003	1,984	1,966	1,950	1,935	1,921	1,908
22	0,975	2,394	2,358	2,325	2,296	2,269	2,244	2,222	2,201	2,181	2,163
22	0,99	2,837	2,785	2,738	2,695	2,657	2,621	2,589	2,559	2,531	2,506
22	0,995	3,191	3,125	3,065	3,011	2,961	2,917	2,876	2,838	2,803	2,771
23	0,9	1,754	1,737	1,722	1,708	1,695	1,683	1,673	1,662	1,653	1,644
23	0,95	2,063	2,038	2,014	1,993	1,974	1,956	1,940	1,924	1,910	1,897
23	0,975	2,380	2,344	2,312	2,282	2,255	2,230	2,208	2,187	2,167	2,149
23	0,99	2,818	2,766	2,719	2,676	2,638	2,602	2,570	2,540	2,512	2,487
23	0,995	3,168	3,102	3,042	2,988	2,939	2,894	2,853	2,815	2,780	2,748
24	0,9	1,748	1,731	1,716	1,702	1,689	1,677	1,666	1,656	1,647	1,638
24	0,95	2,054	2,028	2,005	1,984	1,964	1,946	1,930	1,915	1,901	1,887
24	0,975	2,368	2,332	2,299	2,269	2,242	2,217	2,195	2,174	2,154	2,136
24	0,99	2,801	2,749	2,702	2,659	2,620	2,585	2,552	2,522	2,495	2,469
24	0,995	3,147	3,081	3,021	2,967	2,918	2,873	2,832	2,794	2,759	2,727
25	0,9	1,742	1,726	1,710	1,696	1,683	1,671	1,660	1,650	1,640	1,632
25	0,95	2,045	2,020	1,996	1,975	1,955	1,938	1,921	1,906	1,891	1,878
25	0,975	2,356	2,320	2,287	2,257	2,230	2,205	2,183	2,161	2,142	2,124
25	0,99	2,785	2,733	2,686	2,643	2,604	2,569	2,536	2,506	2,478	2,453
25	0,995	3,128	3,061	3,001	2,947	2,898	2,853	2,812	2,775	2,740	2,708
26	0,9	1,737	1,720	1,705	1,691	1,678	1,666	1,655	1,644	1,635	1,626
26	0,95	2,037	2,012	1,988	1,967	1,947	1,929	1,913	1,897	1,883	1,870
26	0,975	2,345	2,309	2,276	2,246	2,219	2,194	2,171	2,150	2,131	2,112
26	0,99	2,770	2,718	2,671	2,628	2,589	2,554	2,521	2,491	2,463	2,437
26	0,995	3,110	3,043	2,983	2,929	2,880	2,835	2,794	2,756	2,722	2,689
27	0,9	1,732	1,715	1,700	1,686	1,672	1,660	1,649	1,639	1,630	1,621
27	0,95	2,030	2,004	1,981	1,959	1,939	1,921	1,905	1,889	1,875	1,862
27	0,975	2,335	2,299	2,266	2,236	2,209	2,184	2,161	2,140	2,120	2,102
27	0,99	2,756	2,704	2,657	2,614	2,575	2,540	2,507	2,477	2,449	2,423
27	0,995	3,093	3,026	2,966	2,912	2,863	2,818	2,777	2,739	2,705	2,672
28	0,9	1,728	1,711	1,695	1,681	1,668	1,656	1,645	1,634	1,625	1,616
28	0,95	2,023	1,997	1,973	1,952	1,932	1,914	1,898	1,882	1,868	1,854
28	0,975	2,325	2,289	2,256	2,226	2,199	2,174	2,151	2,130	2,110	2,092
28	0,99	2,743	2,691	2,644	2,601	2,562	2,526	2,494	2,464	2,436	2,410
28	0,995	3,077	3,011	2,951	2,897	2,847	2,802	2,761	2,724	2,689	2,657
29	0,9	1,723	1,706	1,691	1,676	1,663	1,651	1,640	1,630	1,620	1,611
29	0,95	2,016	1,990	1,967	1,945	1,926	1,907	1,891	1,875	1,861	1,847
29	0,975	2,317	2,280	2,247	2,217	2,190	2,165	2,142	2,121	2,101	2,083
29	0,99	2,731	2,679	2,632	2,589	2,550	2,514	2,481	2,451	2,423	2,398
29	0,995	3,063	2,996	2,936	2,882	2,833	2,788	2,747	2,709	2,674	2,642
30	0,9	1,719	1,702	1,686	1,672	1,659	1,647	1,636	1,625	1,616	1,606
30	0,95	2,010	1,984	1,961	1,939	1,919	1,901	1,884	1,869	1,854	1,841
30	0,975	2,308	2,272	2,239	2,209	2,182	2,157	2,133	2,112	2,092	2,074
30	0,99	2,720	2,667	2,620	2,577	2,538	2,503	2,470	2,440	2,412	2,386
30	0,995	3,049	2,982	2,922	2,868	2,819	2,774	2,733	2,695	2,660	2,628

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad: 21-30, 31-40**

n	p \ m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	0,9	1,651	1,643	1,636	1,630	1,623	1,617	1,612	1,606	1,601	1,596
21	0,95	1,907	1,896	1,885	1,875	1,866	1,857	1,848	1,841	1,833	1,826
21	0,975	2,162	2,146	2,131	2,118	2,105	2,093	2,081	2,071	2,060	2,051
21	0,99	2,502	2,480	2,460	2,440	2,422	2,405	2,389	2,374	2,360	2,346
21	0,995	2,766	2,738	2,713	2,689	2,666	2,645	2,625	2,606	2,588	2,571
22	0,9	1,643	1,636	1,628	1,622	1,615	1,609	1,604	1,598	1,593	1,588
22	0,95	1,896	1,884	1,873	1,863	1,854	1,845	1,837	1,829	1,821	1,814
22	0,975	2,146	2,131	2,116	2,102	2,089	2,077	2,066	2,055	2,045	2,035
22	0,99	2,482	2,460	2,439	2,420	2,401	2,384	2,368	2,353	2,339	2,325
22	0,995	2,741	2,714	2,688	2,664	2,641	2,620	2,600	2,581	2,563	2,546
23	0,9	1,636	1,628	1,621	1,614	1,608	1,602	1,596	1,591	1,586	1,581
23	0,95	1,885	1,873	1,863	1,853	1,843	1,834	1,826	1,818	1,810	1,803
23	0,975	2,132	2,116	2,102	2,088	2,075	2,063	2,051	2,040	2,030	2,020
23	0,99	2,463	2,441	2,420	2,400	2,382	2,365	2,349	2,334	2,319	2,306
23	0,995	2,719	2,691	2,665	2,641	2,618	2,597	2,577	2,558	2,540	2,523
24	0,9	1,630	1,622	1,615	1,608	1,601	1,595	1,590	1,584	1,579	1,574
24	0,95	1,875	1,864	1,853	1,843	1,833	1,824	1,816	1,808	1,800	1,793
24	0,975	2,119	2,103	2,088	2,075	2,062	2,049	2,038	2,027	2,017	2,007
24	0,99	2,445	2,423	2,402	2,383	2,364	2,347	2,331	2,316	2,302	2,288
24	0,995	2,697	2,670	2,644	2,620	2,597	2,576	2,556	2,537	2,519	2,502
25	0,9	1,623	1,616	1,608	1,601	1,595	1,589	1,583	1,578	1,573	1,568
25	0,95	1,866	1,854	1,844	1,833	1,824	1,815	1,806	1,798	1,791	1,783
25	0,975	2,107	2,091	2,076	2,062	2,049	2,037	2,025	2,015	2,004	1,994
25	0,99	2,429	2,406	2,386	2,366	2,348	2,331	2,315	2,299	2,285	2,271
25	0,995	2,678	2,650	2,624	2,600	2,577	2,556	2,536	2,517	2,499	2,482
26	0,9	1,618	1,610	1,603	1,596	1,589	1,583	1,577	1,572	1,567	1,562
26	0,95	1,857	1,846	1,835	1,825	1,815	1,806	1,798	1,790	1,782	1,775
26	0,975	2,095	2,080	2,065	2,051	2,038	2,025	2,014	2,003	1,993	1,983
26	0,99	2,414	2,391	2,370	2,351	2,333	2,315	2,299	2,284	2,270	2,256
26	0,995	2,660	2,632	2,606	2,582	2,559	2,538	2,518	2,499	2,481	2,464
27	0,9	1,612	1,604	1,597	1,590	1,584	1,578	1,572	1,566	1,561	1,556
27	0,95	1,849	1,838	1,827	1,817	1,807	1,798	1,789	1,781	1,774	1,766
27	0,975	2,085	2,069	2,054	2,040	2,027	2,015	2,003	1,992	1,982	1,972
27	0,99	2,399	2,377	2,356	2,337	2,318	2,301	2,285	2,270	2,255	2,241
27	0,995	2,643	2,615	2,589	2,565	2,542	2,520	2,500	2,481	2,464	2,447
28	0,9	1,607	1,599	1,592	1,585	1,579	1,572	1,567	1,561	1,556	1,551
28	0,95	1,842	1,830	1,819	1,809	1,799	1,790	1,782	1,774	1,766	1,759
28	0,975	2,075	2,059	2,044	2,030	2,017	2,005	1,993	1,982	1,971	1,962
28	0,99	2,386	2,364	2,343	2,323	2,305	2,288	2,271	2,256	2,242	2,228
28	0,995	2,627	2,599	2,573	2,549	2,526	2,505	2,484	2,465	2,448	2,431
29	0,9	1,602	1,595	1,587	1,580	1,574	1,567	1,562	1,556	1,551	1,546
29	0,95	1,835	1,823	1,812	1,802	1,792	1,783	1,775	1,766	1,759	1,751
29	0,975	2,066	2,050	2,035	2,021	2,008	1,995	1,983	1,972	1,962	1,952
29	0,99	2,374	2,351	2,330	2,311	2,292	2,275	2,259	2,244	2,229	2,215
29	0,995	2,612	2,584	2,558	2,534	2,511	2,490	2,469	2,450	2,433	2,416
30	0,9	1,598	1,590	1,583	1,576	1,569	1,563	1,557	1,551	1,546	1,541
30	0,95	1,828	1,817	1,806	1,795	1,786	1,776	1,768	1,760	1,752	1,744
30	0,975	2,057	2,041	2,026	2,012	1,999	1,986	1,974	1,963	1,953	1,943
30	0,99	2,362	2,340	2,319	2,299	2,281	2,263	2,247	2,232	2,217	2,203
30	0,995	2,598	2,570	2,544	2,520	2,497	2,475	2,455	2,436	2,418	2,401



**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 31-40, 1-10

n	p \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	0,9	62,299	9,459	5,167	3,816	3,172	2,798	2,553	2,380	2,252	2,152
31	0,95	250,23	19,463	8,614	5,742	4,492	3,804	3,371	3,075	2,859	2,695
31	0,975	1001,96	39,466	14,075	8,455	6,220	5,058	4,356	3,887	3,553	3,304
31	0,99	6264,1	99,470	26,493	13,826	9,368	7,218	5,981	5,188	4,638	4,236
31	0,995	25056	199,5	42,444	19,873	12,639	9,343	7,520	6,382	5,611	5,057
32	0,9	62,331	9,460	5,166	3,814	3,170	2,795	2,550	2,378	2,249	2,150
32	0,95	250,36	19,465	8,611	5,739	4,488	3,800	3,367	3,070	2,854	2,690
32	0,975	1002,45	39,467	14,070	8,449	6,214	5,052	4,349	3,881	3,547	3,297
32	0,99	6266,9	99,470	26,481	13,815	9,357	7,207	5,971	5,178	4,628	4,227
32	0,995	25071	199,48	42,426	19,856	12,624	9,329	7,507	6,369	5,598	5,045
33	0,9	62,361	9,461	5,165	3,812	3,168	2,793	2,548	2,375	2,247	2,147
33	0,95	250,47	19,465	8,609	5,735	4,484	3,796	3,363	3,066	2,850	2,686
33	0,975	1002,92	39,468	14,065	8,443	6,208	5,046	4,343	3,874	3,541	3,291
33	0,99	6270,1	99,470	26,471	13,804	9,347	7,198	5,962	5,168	4,619	4,217
33	0,995	25079	199,48	42,408	19,841	12,610	9,316	7,494	6,357	5,586	5,033
34	0,9	62,389	9,462	5,164	3,811	3,166	2,791	2,546	2,373	2,244	2,144
34	0,95	250,59	19,466	8,606	5,732	4,481	3,792	3,359	3,062	2,846	2,681
34	0,975	1003,38	39,468	14,060	8,438	6,203	5,041	4,337	3,869	3,535	3,285
34	0,99	6272,9	99,470	26,461	13,794	9,338	7,189	5,953	5,159	4,610	4,209
34	0,995	25094	199,48	42,393	19,826	12,597	9,303	7,482	6,345	5,575	5,022
35	0,9	62,416	9,463	5,163	3,810	3,165	2,789	2,544	2,371	2,242	2,142
35	0,95	250,69	19,467	8,604	5,729	4,478	3,789	3,356	3,059	2,842	2,678
35	0,975	1003,79	39,469	14,055	8,433	6,197	5,035	4,332	3,863	3,529	3,279
35	0,99	6275,3	99,470	26,451	13,785	9,329	7,180	5,944	5,151	4,602	4,201
35	0,995	25101	199,48	42,375	19,812	12,584	9,291	7,471	6,334	5,564	5,011
36	0,9	62,441	9,463	5,163	3,808	3,163	2,787	2,542	2,369	2,240	2,140
36	0,95	250,79	19,468	8,602	5,727	4,474	3,786	3,352	3,055	2,839	2,674
36	0,975	1004,20	39,470	14,051	8,428	6,192	5,030	4,327	3,858	3,524	3,274
36	0,99	6278,0	99,470	26,443	13,776	9,321	7,172	5,936	5,143	4,594	4,193
36	0,995	25116	199,48	42,361	19,798	12,572	9,280	7,460	6,324	5,554	5,001
37	0,9	62,465	9,464	5,162	3,807	3,161	2,786	2,540	2,367	2,238	2,138
37	0,95	250,89	19,469	8,600	5,724	4,472	3,783	3,349	3,052	2,835	2,670
37	0,975	1004,58	39,471	14,047	8,423	6,188	5,025	4,322	3,853	3,519	3,269
37	0,99	6280,4	99,470	26,434	13,768	9,313	7,164	5,929	5,136	4,587	4,185
37	0,995	25123	199,48	42,346	19,786	12,561	9,270	7,450	6,314	5,545	4,992
38	0,9	62,487	9,465	5,161	3,806	3,160	2,784	2,538	2,365	2,236	2,135
38	0,95	250,98	19,469	8,598	5,722	4,469	3,780	3,346	3,049	2,832	2,667
38	0,975	1004,96	39,471	14,044	8,419	6,183	5,021	4,317	3,848	3,514	3,264
38	0,99	6282,7	99,473	26,425	13,760	9,305	7,157	5,922	5,129	4,580	4,178
38	0,995	25131	199,48	42,332	19,774	12,550	9,260	7,440	6,305	5,535	4,983
39	0,9	62,509	9,466	5,160	3,805	3,159	2,783	2,537	2,363	2,234	2,134
39	0,95	251,06	19,470	8,596	5,719	4,466	3,777	3,343	3,046	2,829	2,664
39	0,975	1005,28	39,472	14,040	8,415	6,179	5,017	4,313	3,844	3,510	3,260
39	0,99	6284,6	99,473	26,418	13,752	9,298	7,150	5,915	5,122	4,573	4,172
39	0,995	25138	199,48	42,321	19,762	12,539	9,250	7,431	6,296	5,527	4,974
40	0,9	62,529	9,466	5,160	3,804	3,157	2,781	2,535	2,361	2,232	2,132
40	0,95	251,14	19,471	8,594	5,717	4,464	3,774	3,340	3,043	2,826	2,661
40	0,975	1005,60	39,473	14,036	8,411	6,175	5,012	4,309	3,840	3,505	3,255
40	0,99	6286,4	99,477	26,411	13,745	9,291	7,143	5,908	5,116	4,567	4,165
40	0,995	25146	199,48	42,310	19,751	12,530	9,241	7,422	6,288	5,519	4,966

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
 Grados de libertad: 31-40, 11-20

n	p \ m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
31	0,9	2,073	2,008	1,954	1,909	1,869	1,835	1,805	1,779	1,756	1,734
31	0,95	2,565	2,461	2,375	2,303	2,241	2,188	2,142	2,102	2,066	2,033
31	0,975	3,110	2,956	2,830	2,725	2,636	2,560	2,494	2,437	2,386	2,341
31	0,99	3,931	3,690	3,497	3,337	3,204	3,090	2,993	2,908	2,834	2,768
31	0,995	4,641	4,318	4,060	3,849	3,674	3,526	3,399	3,290	3,195	3,110
32	0,9	2,070	2,005	1,951	1,905	1,866	1,832	1,802	1,776	1,752	1,731
32	0,95	2,561	2,456	2,370	2,298	2,236	2,183	2,137	2,096	2,060	2,028
32	0,975	3,104	2,949	2,823	2,718	2,629	2,553	2,487	2,430	2,379	2,334
32	0,99	3,921	3,681	3,487	3,327	3,194	3,080	2,983	2,898	2,824	2,758
32	0,995	4,629	4,305	4,047	3,837	3,662	3,514	3,387	3,278	3,182	3,098
33	0,9	2,067	2,002	1,948	1,902	1,863	1,829	1,799	1,772	1,749	1,728
33	0,95	2,556	2,452	2,366	2,293	2,232	2,178	2,132	2,091	2,055	2,023
33	0,975	3,097	2,943	2,817	2,711	2,623	2,546	2,481	2,423	2,372	2,327
33	0,99	3,912	3,671	3,478	3,318	3,184	3,071	2,973	2,889	2,814	2,748
33	0,995	4,617	4,294	4,036	3,825	3,650	3,502	3,376	3,266	3,171	3,087
34	0,9	2,065	2,000	1,945	1,899	1,860	1,826	1,796	1,769	1,746	1,724
34	0,95	2,552	2,447	2,361	2,289	2,227	2,174	2,127	2,087	2,050	2,018
34	0,975	3,091	2,937	2,810	2,705	2,616	2,540	2,474	2,416	2,365	2,320
34	0,99	3,903	3,663	3,469	3,309	3,176	3,062	2,965	2,880	2,805	2,739
34	0,995	4,606	4,283	4,025	3,814	3,639	3,491	3,365	3,256	3,160	3,076
35	0,9	2,062	1,997	1,943	1,897	1,857	1,823	1,793	1,766	1,743	1,721
35	0,95	2,548	2,443	2,357	2,284	2,223	2,169	2,123	2,082	2,046	2,013
35	0,975	3,086	2,931	2,805	2,699	2,610	2,534	2,468	2,410	2,359	2,314
35	0,99	3,895	3,654	3,461	3,301	3,167	3,054	2,956	2,871	2,797	2,731
35	0,995	4,595	4,272	4,015	3,804	3,629	3,481	3,355	3,245	3,150	3,066
36	0,9	2,060	1,995	1,940	1,894	1,855	1,820	1,790	1,764	1,740	1,718
36	0,95	2,544	2,439	2,353	2,280	2,219	2,165	2,119	2,078	2,042	2,009
36	0,975	3,080	2,926	2,799	2,694	2,605	2,529	2,462	2,405	2,353	2,308
36	0,99	3,887	3,647	3,453	3,293	3,160	3,046	2,948	2,863	2,789	2,723
36	0,995	4,586	4,263	4,005	3,794	3,619	3,471	3,345	3,236	3,140	3,056
37	0,9	2,058	1,992	1,938	1,892	1,852	1,818	1,788	1,761	1,737	1,716
37	0,95	2,541	2,436	2,349	2,277	2,215	2,161	2,115	2,074	2,037	2,005
37	0,975	3,075	2,920	2,794	2,689	2,599	2,523	2,457	2,399	2,348	2,302
37	0,99	3,880	3,639	3,445	3,286	3,152	3,039	2,941	2,856	2,781	2,715
37	0,995	4,576	4,253	3,996	3,785	3,610	3,462	3,336	3,226	3,131	3,047
38	0,9	2,056	1,990	1,936	1,889	1,850	1,815	1,785	1,758	1,735	1,713
38	0,95	2,537	2,432	2,346	2,273	2,211	2,158	2,111	2,070	2,034	2,001
38	0,975	3,070	2,915	2,789	2,684	2,594	2,518	2,452	2,394	2,343	2,297
38	0,99	3,873	3,632	3,438	3,279	3,145	3,031	2,934	2,849	2,774	2,708
38	0,995	4,567	4,244	3,987	3,776	3,601	3,453	3,327	3,218	3,122	3,038
39	0,9	2,054	1,988	1,934	1,887	1,848	1,813	1,783	1,756	1,732	1,711
39	0,95	2,534	2,429	2,342	2,270	2,208	2,154	2,107	2,066	2,030	1,997
39	0,975	3,066	2,911	2,784	2,679	2,590	2,513	2,447	2,389	2,338	2,292
39	0,99	3,866	3,626	3,432	3,272	3,138	3,025	2,927	2,842	2,767	2,701
39	0,995	4,559	4,236	3,978	3,768	3,593	3,445	3,319	3,209	3,114	3,029
40	0,9	2,052	1,986	1,931	1,885	1,845	1,811	1,781	1,754	1,730	1,708
40	0,95	2,531	2,426	2,339	2,266	2,204	2,151	2,104	2,063	2,026	1,994
40	0,975	3,061	2,906	2,780	2,674	2,585	2,509	2,442	2,384	2,333	2,287
40	0,99	3,860	3,619	3,425	3,266	3,132	3,018	2,920	2,835	2,761	2,695
40	0,995	4,551	4,228	3,970	3,760	3,585	3,437	3,311	3,201	3,106	3,022

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad: 31-40, 21-30**

n	p \ m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	0,9	1,715	1,698	1,683	1,668	1,655	1,643	1,632	1,621	1,611	1,602
31	0,95	2,004	1,978	1,955	1,933	1,913	1,895	1,878	1,863	1,848	1,835
31	0,975	2,300	2,264	2,231	2,201	2,174	2,148	2,125	2,104	2,084	2,066
31	0,99	2,709	2,657	2,609	2,567	2,527	2,492	2,459	2,429	2,401	2,375
31	0,995	3,036	2,969	2,909	2,855	2,806	2,761	2,720	2,682	2,647	2,615
32	0,9	1,712	1,695	1,679	1,664	1,651	1,639	1,628	1,617	1,607	1,598
32	0,95	1,999	1,973	1,949	1,927	1,908	1,889	1,872	1,857	1,842	1,829
32	0,975	2,293	2,257	2,224	2,194	2,166	2,141	2,118	2,096	2,076	2,058
32	0,99	2,699	2,647	2,599	2,556	2,517	2,482	2,449	2,419	2,391	2,365
32	0,995	3,024	2,957	2,897	2,843	2,793	2,748	2,707	2,669	2,635	2,602
33	0,9	1,708	1,691	1,675	1,661	1,648	1,635	1,624	1,614	1,604	1,595
33	0,95	1,994	1,968	1,944	1,922	1,902	1,884	1,867	1,851	1,837	1,823
33	0,975	2,286	2,250	2,216	2,186	2,159	2,134	2,110	2,089	2,069	2,051
33	0,99	2,690	2,637	2,590	2,547	2,508	2,472	2,439	2,409	2,381	2,355
33	0,995	3,012	2,945	2,885	2,831	2,782	2,737	2,696	2,658	2,623	2,591
34	0,9	1,705	1,688	1,672	1,658	1,644	1,632	1,621	1,610	1,600	1,591
34	0,95	1,989	1,963	1,939	1,917	1,897	1,879	1,862	1,846	1,832	1,818
34	0,975	2,279	2,243	2,210	2,180	2,152	2,127	2,104	2,082	2,062	2,044
34	0,99	2,681	2,628	2,581	2,538	2,499	2,463	2,430	2,400	2,372	2,346
34	0,995	3,001	2,934	2,874	2,820	2,771	2,726	2,685	2,647	2,612	2,580
35	0,9	1,702	1,685	1,669	1,654	1,641	1,629	1,617	1,607	1,597	1,588
35	0,95	1,984	1,958	1,934	1,912	1,892	1,874	1,857	1,841	1,827	1,813
35	0,975	2,273	2,237	2,204	2,173	2,146	2,120	2,097	2,076	2,056	2,037
35	0,99	2,672	2,620	2,572	2,529	2,490	2,454	2,421	2,391	2,363	2,337
35	0,995	2,991	2,924	2,864	2,810	2,761	2,716	2,674	2,636	2,601	2,569
36	0,9	1,699	1,682	1,666	1,651	1,638	1,626	1,614	1,604	1,594	1,585
36	0,95	1,980	1,954	1,930	1,908	1,888	1,869	1,852	1,837	1,822	1,808
36	0,975	2,267	2,231	2,198	2,167	2,140	2,114	2,091	2,070	2,050	2,031
36	0,99	2,664	2,612	2,564	2,521	2,482	2,446	2,413	2,383	2,355	2,329
36	0,995	2,981	2,914	2,854	2,800	2,751	2,706	2,664	2,627	2,592	2,559
37	0,9	1,696	1,679	1,663	1,648	1,635	1,623	1,611	1,601	1,591	1,582
37	0,95	1,976	1,949	1,925	1,904	1,884	1,865	1,848	1,832	1,818	1,804
37	0,975	2,262	2,225	2,192	2,162	2,134	2,109	2,085	2,064	2,044	2,025
37	0,99	2,657	2,604	2,556	2,513	2,474	2,438	2,405	2,375	2,347	2,321
37	0,995	2,972	2,905	2,845	2,791	2,741	2,696	2,655	2,617	2,582	2,550
38	0,9	1,694	1,676	1,660	1,646	1,632	1,620	1,608	1,598	1,588	1,579
38	0,95	1,972	1,945	1,921	1,900	1,879	1,861	1,844	1,828	1,813	1,800
38	0,975	2,256	2,220	2,186	2,156	2,128	2,103	2,080	2,058	2,038	2,019
38	0,99	2,649	2,597	2,549	2,506	2,467	2,431	2,398	2,367	2,339	2,313
38	0,995	2,963	2,896	2,836	2,782	2,732	2,687	2,646	2,608	2,573	2,541
39	0,9	1,691	1,674	1,658	1,643	1,630	1,617	1,606	1,595	1,585	1,576
39	0,95	1,968	1,942	1,918	1,896	1,876	1,857	1,840	1,824	1,809	1,796
39	0,975	2,251	2,215	2,181	2,151	2,123	2,098	2,074	2,053	2,033	2,014
39	0,99	2,642	2,590	2,542	2,499	2,460	2,424	2,391	2,360	2,332	2,306
39	0,995	2,955	2,888	2,828	2,773	2,724	2,679	2,638	2,600	2,565	2,532
40	0,9	1,689	1,671	1,655	1,641	1,627	1,615	1,603	1,592	1,583	1,573
40	0,95	1,965	1,938	1,914	1,892	1,872	1,853	1,836	1,820	1,806	1,792
40	0,975	2,246	2,210	2,176	2,146	2,118	2,093	2,069	2,048	2,028	2,009
40	0,99	2,636	2,583	2,536	2,492	2,453	2,417	2,384	2,354	2,325	2,299
40	0,995	2,947	2,880	2,820	2,765	2,716	2,671	2,630	2,592	2,557	2,524

**MODELO F-SNEDECOR**  
**PERCENTILES**  
**Grados de libertad: 31-40, 31-40**

n	p \ m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
31	0,9	1,594	1,586	1,578	1,571	1,565	1,559	1,553	1,547	1,542	1,537
31	0,95	1,822	1,810	1,799	1,789	1,779	1,770	1,761	1,753	1,745	1,738
31	0,975	2,049	2,033	2,018	2,003	1,990	1,978	1,966	1,955	1,944	1,934
31	0,99	2,351	2,329	2,308	2,288	2,270	2,252	2,236	2,220	2,206	2,192
31	0,995	2,585	2,557	2,531	2,506	2,484	2,462	2,442	2,423	2,405	2,388
32	0,9	1,590	1,582	1,574	1,567	1,561	1,554	1,548	1,543	1,538	1,532
32	0,95	1,816	1,804	1,793	1,783	1,773	1,764	1,755	1,747	1,739	1,732
32	0,975	2,041	2,025	2,010	1,996	1,982	1,970	1,958	1,947	1,936	1,926
32	0,99	2,341	2,318	2,297	2,277	2,259	2,242	2,225	2,210	2,195	2,182
32	0,995	2,572	2,544	2,518	2,494	2,471	2,450	2,430	2,411	2,393	2,376
33	0,9	1,586	1,578	1,571	1,564	1,557	1,551	1,545	1,539	1,534	1,528
33	0,95	1,811	1,799	1,788	1,777	1,768	1,758	1,750	1,741	1,733	1,726
33	0,975	2,033	2,017	2,002	1,988	1,975	1,962	1,951	1,939	1,929	1,919
33	0,99	2,331	2,308	2,287	2,268	2,249	2,232	2,215	2,200	2,185	2,172
33	0,995	2,561	2,533	2,507	2,482	2,459	2,438	2,418	2,399	2,381	2,364
34	0,9	1,583	1,575	1,567	1,560	1,553	1,547	1,541	1,535	1,530	1,525
34	0,95	1,805	1,794	1,783	1,772	1,762	1,753	1,744	1,736	1,728	1,721
34	0,975	2,026	2,010	1,995	1,981	1,968	1,955	1,943	1,932	1,922	1,912
34	0,99	2,322	2,299	2,278	2,258	2,240	2,222	2,206	2,191	2,176	2,162
34	0,995	2,550	2,522	2,495	2,471	2,448	2,427	2,407	2,387	2,369	2,352
35	0,9	1,579	1,571	1,564	1,556	1,550	1,543	1,537	1,532	1,526	1,521
35	0,95	1,800	1,789	1,777	1,767	1,757	1,748	1,739	1,731	1,723	1,715
35	0,975	2,020	2,004	1,989	1,974	1,961	1,949	1,937	1,925	1,915	1,905
35	0,99	2,313	2,290	2,269	2,249	2,231	2,213	2,197	2,182	2,167	2,153
35	0,995	2,539	2,511	2,485	2,461	2,438	2,416	2,396	2,377	2,359	2,342
36	0,9	1,576	1,568	1,560	1,553	1,546	1,540	1,534	1,528	1,523	1,518
36	0,95	1,796	1,784	1,773	1,762	1,752	1,743	1,734	1,726	1,718	1,710
36	0,975	2,014	1,997	1,982	1,968	1,955	1,942	1,930	1,919	1,908	1,898
36	0,99	2,304	2,282	2,261	2,241	2,222	2,205	2,189	2,173	2,158	2,145
36	0,995	2,529	2,501	2,475	2,451	2,428	2,406	2,386	2,367	2,349	2,332
37	0,9	1,573	1,565	1,557	1,550	1,543	1,537	1,531	1,525	1,520	1,514
37	0,95	1,791	1,779	1,768	1,758	1,748	1,738	1,730	1,721	1,713	1,706
37	0,975	2,008	1,991	1,976	1,962	1,949	1,936	1,924	1,913	1,902	1,892
37	0,99	2,296	2,274	2,253	2,233	2,214	2,197	2,181	2,165	2,150	2,136
37	0,995	2,520	2,492	2,465	2,441	2,418	2,397	2,376	2,357	2,339	2,322
38	0,9	1,570	1,562	1,554	1,547	1,540	1,534	1,528	1,522	1,517	1,511
38	0,95	1,787	1,775	1,764	1,753	1,743	1,734	1,725	1,717	1,709	1,701
38	0,975	2,002	1,986	1,971	1,956	1,943	1,930	1,918	1,907	1,896	1,886
38	0,99	2,289	2,266	2,245	2,225	2,207	2,189	2,173	2,157	2,143	2,129
38	0,995	2,511	2,483	2,456	2,432	2,409	2,387	2,367	2,348	2,330	2,313
39	0,9	1,567	1,559	1,551	1,544	1,537	1,531	1,525	1,519	1,514	1,508
39	0,95	1,783	1,771	1,760	1,749	1,739	1,730	1,721	1,712	1,704	1,697
39	0,975	1,997	1,980	1,965	1,951	1,937	1,925	1,913	1,901	1,891	1,881
39	0,99	2,282	2,259	2,238	2,218	2,200	2,182	2,166	2,150	2,135	2,121
39	0,995	2,502	2,474	2,448	2,423	2,400	2,379	2,359	2,339	2,321	2,304
40	0,9	1,565	1,556	1,549	1,541	1,535	1,528	1,522	1,516	1,511	1,506
40	0,95	1,779	1,767	1,756	1,745	1,735	1,726	1,717	1,708	1,700	1,693
40	0,975	1,991	1,975	1,960	1,946	1,932	1,919	1,907	1,896	1,885	1,875
40	0,99	2,275	2,252	2,231	2,211	2,193	2,175	2,159	2,143	2,128	2,114
40	0,995	2,494	2,466	2,440	2,415	2,392	2,371	2,350	2,331	2,313	2,296

# Tema 6

## Modelos de regresión

### 6.1 Introducción

El término **Análisis de Regresión** describe una colección de técnicas estadísticas que sirven como base para realizar inferencias sobre la relación existente entre dos o más variables en estudio.

Por ejemplo: la lluvia caída por metro cuadrado,  $(x)$ , y la cosecha obtenida,  $(y)$ . Está claro que la relación entre estas variables no es perfecta (en el sentido de que no existe una función  $f$  tal que  $y = f(x)$ ), aunque no se puede negar que existe cierta relación entre ambas variables por lo que se podría estudiar la posibilidad de encontrar una función matemática  $f$  tal que  $y \approx f(x)$ .

En lo que sigue estudiaremos el modelo más sencillo posible que resulta cuando sólo hay una variable independiente  $x$  y la función  $f$  es lineal. Con la notación anterior sería  $y \approx \beta_0 + \beta_1 x$ . La condición de similaridad se traduce estadísticamente en la adición de un error  $\varepsilon$  en forma de variable aleatoria.

Así, el **modelo de regresión lineal simple** es:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

donde  $y$  es la variable respuesta medida,  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son los parámetros de la regresión, y  $\varepsilon$  es el error del modelo.

En la práctica dispondremos de un conjunto de  $n$  pares de observaciones experimentales,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , y el objetivo será encontrar estimaciones de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ .

De este modo, para cada par, resulta el modelo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Durante todo el tema supondremos que los  $x_i$  son valores no aleatorios mientras que los  $\varepsilon_i$  son v.a. con media 0, varianza constante  $\sigma^2$  e incorreladas entre sí.

La **interpretación del modelo**<sup>1</sup> es: para un valor fijo de  $x$ , por ejemplo  $x_i$ , la v.a.  $y_i$  tiene una media igual a  $E[y_i] = \beta_0 + \beta_1 x_i$  y una varianza igual a  $\sigma^2$  independiente de  $x_i$ .

El **objetivo**, como ya se ha indicado, es estimar los coeficientes regresión,  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , labor que comenzamos a tratar en la siguiente sección.

---

<sup>1</sup>Ocasionalmente utilizaremos la notación  $E[y|x] = \beta_0 + \beta_1 x$ , interpretando a  $E[y|x]$  como el valor esperado de  $y$  para un valor específico de  $x$ .

## 6.2 Formulación de mínimos cuadrados

Llamaremos  $b_0$  y  $b_1$  a los **estimadores** de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  respectivamente, y denotaremos por  $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$  al **valor estimado** de la respuesta cuando  $x = x_i$ , esto es, el valor de  $y$  que teóricamente correspondería a  $x = x_i$ .

Se trata de encontrar  $b_0$  y  $b_1$  de modo que cada valor real de la variable respuesta,  $y_i$ , y el correspondiente valor estimado de la misma,  $\hat{y}_i$ , difieran lo menos posible. El método de mínimos cuadrados consiste en determinar los valores de  $b_0$  y  $b_1$  que hacen mínima la **suma de cuadrados residuales**, esto es, la suma de los cuadrados de las diferencias entre cada valor  $y_i$  y el correspondiente valor estimado  $\hat{y}_i$ , es decir:

$$\min_{b_0, b_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

o lo que es igual

$$\min_{b_0, b_1} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Para ello,  $b_0$  y  $b_1$  deben ser solución del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial b_0} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \right] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial b_1} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \right] = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, se llega a que la solución viene dada por:

$$\boxed{b_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2}} \quad \boxed{b_0 = \bar{y} - \frac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot \bar{x}}$$

donde  $S_{xy}$  es la *covarianza* entre  $x$  e  $y$ , cuya expresión es:  $S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$

Por lo tanto la recta estimada es:

$$\boxed{y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} (x - \bar{x})}$$

### 6.2.1 Propiedades de los estimadores

Bajo la hipótesis establecida de que los  $x_i$  son no aleatorios, los errores  $\varepsilon_i$  son incorrelados y  $E[\varepsilon_i] = 0$  y  $Var[\varepsilon_i] = \sigma^2$ , se verifica que:

1.  $E[b_0] = \beta_0$  y  $E[b_1] = \beta_1$
2.  $Var[b_0] = \sigma^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)$  y  $Var[b_1] = \frac{\sigma^2}{n S_x^2}$

## 6.3 Estimación de la varianza del error

El estimador de máxima verosimilitud de  $\sigma^2$  viene dado por:

$$\widehat{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

Por otra parte, se puede comprobar que el estimador anterior es un estimador sesgado de  $\sigma^2$  y que su esperanza es  $E(\widehat{\sigma^2}) = \frac{n-2}{n}\sigma^2$ . Se deduce entonces que un estimador insesgado de  $\sigma^2$  viene dado por

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

A  $S^2$  se le denomina **cuadrados medios del error** y  $n-2$  son los **grados de libertad del error o del residuo**.

## 6.4 Descomposición de la variabilidad total

Supongamos dado un conjunto de datos experimentales y desarrollado sobre ellos el modelo de regresión lineal simple tal como hemos descrito en este tema. Se puede interpretar el modelo ajustado como una explicación de la variación observada en la variable  $y$  (respuesta), que se medirá con respecto a  $\bar{y}$ . Por supuesto, es importante que los valores ajustados  $\hat{y}_i$  estén próximos a los reales  $y_i$ . Si esto ocurre, la variación de los  $\hat{y}_i$  alrededor de  $\bar{y}$  estará próxima a la variación de los  $y_i$  en torno a  $\bar{y}$  (puede comprobarse que  $\bar{\hat{y}} = \bar{y}$ ).

En consecuencia, se consideran dos fuentes de variación:

1. La suma total de cuadrados:  $SS_{\text{Tot}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$
2. La suma de cuadrados debida a la regresión:  $SS_{\text{Reg}} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$

Se puede comprobar que:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

esto es,

$$SS_{\text{Tot}} = SS_{\text{Reg}} + SS_{\text{Res}}$$

Esta ecuación representa la siguiente relación entre las sumas de cuadrados:

$$\left( \begin{array}{c} \text{variabilidad total} \\ \text{de la respuesta} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{variabilidad explicada} \\ \text{por el modelo} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{variabilidad} \\ \text{no explicada} \end{array} \right)$$

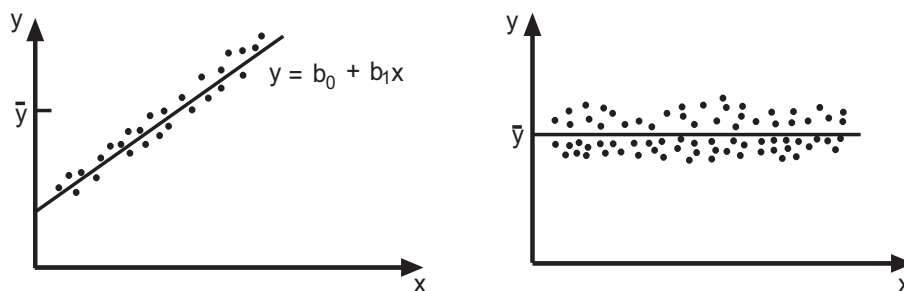
La situación deseable es que  $SS_{\text{Reg}}$  sea grande en comparación con  $SS_{\text{Res}}$ , pues  $SS_{\text{Reg}}$  se puede interpretar como la variación de  $y$  producida por los cambios en  $x$ , mientras que  $SS_{\text{Res}}$  es la variación debida a los errores  $\varepsilon_i$  del modelo.

La descomposición de  $SS_{Tot}$  es una herramienta muy sencilla para determinar si la variación explicada por el modelo de regresión es **real** o **casual**.

Si es **real**, significa que hay una tendencia lineal clara en la relación entre  $x$  e  $y$ , esto es,  $\beta_1 \neq 0$ . En tal caso  $SS_{Reg}$  será una parte apreciable de la  $SS_{Tot}$ .

Las siguientes figuras representan dos conjuntos de datos ficticios. En el primero observamos que existe una pendiente no nula (concretamente, positiva) en la regresión y como consecuencia  $E[y|x]$  aumenta cuando aumenta  $x$ .

La segunda figura muestra una recta de ajuste horizontal. En este caso  $SS_{Reg} = 0$  y la variación completa en  $y$  es la variación del error alrededor de la línea ajustada  $\hat{y} = \bar{y}$ .



Si bien en estos dos ejemplos es evidente el carácter significativo o no de la regresión, en general será necesario el uso de un contraste de hipótesis para determinar si la regresión es significativa.

## 6.5 Contrastes de hipótesis e intervalos de confianza

A partir de la recta de regresión podemos obtener información sobre las siguientes cuestiones:

1. Dado  $x$ , ¿realmente influye de manera lineal en la variable respuesta  $y$ ?
2. ¿Existe un ajuste adecuado de los datos y el modelo?

La primera cuestión se puede responder mediante un test de hipótesis sobre la pendiente de la recta,  $\beta_1$ . Para ello se resuelve el contraste

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

Rechazar  $H_0$  en favor de  $H_1$  lleva a la conclusión de que  $x$  influye significativamente en la respuesta de manera lineal. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que el rechazo de  $H_0$  simplemente indica que se detectó una tendencia, no implica nada sobre la calidad del ajuste ni sobre la capacidad del modelo para hacer predicciones sobre la variable dependiente. La resolución de este tipo de contrastes se detallará en la Sección 6.5.1.

La respuesta a la segunda cuestión la obtendremos a partir del *coeficiente de determinación* y el *coeficiente de determinación corregido*. En la Sección 6.6 veremos cómo calcular e interpretar estos coeficientes.

### 6.5.1 El $T$ -test y la estimación mediante intervalos de confianza

Se pueden realizar tests de hipótesis separadamente sobre  $\beta_0$  y  $\beta_1$ . Para ello es necesaria la hipótesis de normalidad sobre los errores.

Con esta hipótesis, se puede demostrar que

$$\frac{b_1 - \beta_1}{S} \sqrt{nS_x^2} \sim t_{n-2}$$

Si estamos interesados en realizar el contraste:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_{1,0} \\ H_1 : \beta_1 \neq \beta_{1,0} \end{cases}$$

donde  $\beta_{1,0}$  es una constante determinada, un estadístico adecuado es

$$t = \frac{b_1 - \beta_{1,0}}{S} \sqrt{n} S_x$$

Fijado un nivel de significación  $\alpha$  para el contraste, se rechazará  $H_0$  si:

$$\begin{array}{c} b_1 \geq \beta_{1,0} + \frac{S}{S_x \sqrt{n}} t_{n-2, 1-\alpha/2} \\ \\ \text{o bien} \\ \\ b_1 \leq \beta_{1,0} - \frac{S}{S_x \sqrt{n}} t_{n-2, 1-\alpha/2} \end{array}$$

En lo relativo a  $\beta_0$ , para resolver el contraste

$$\begin{cases} H_0 : \beta_0 = \beta_{0,0} \\ H_1 : \beta_0 \neq \beta_{0,0} \end{cases}$$

un estadístico apropiado será

$$t = \frac{b_0 - \beta_{0,0}}{S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{nS_x^2}}}$$

que, bajo  $H_0$ , sigue una distribución  $t_{n-2}$ .

Como consecuencia, rechazaremos la hipótesis nula cuando

$$\begin{array}{c} b_0 \geq \beta_{0,0} + S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2, 1-\alpha/2} \\ \\ \text{o bien} \\ \\ b_0 \leq \beta_{0,0} - S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2, 1-\alpha/2} \end{array}$$

Supongamos que se desea calcular un intervalo de confianza bien para la pendiente,  $\beta_1$ , o para la intersección,  $\beta_0$ , del ajuste.

Un intervalo de confianza para  $\beta_1$  con nivel de confianza  $100(1 - \alpha)\%$  viene dado por:

$$\left( b_1 - \sqrt{\frac{S^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2, 1-\alpha/2}, b_1 + \sqrt{\frac{S^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2, 1-\alpha/2} \right)$$

y un intervalo de confianza para  $\beta_0$  al  $(1 - \alpha)100\%$  será:

$$\left( b_0 - S\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2,1-\alpha/2}, b_0 + S\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2,1-\alpha/2} \right)$$

Por otra parte, dado un valor  $x_0$  de la variable  $x$ ,  $\hat{y}(x_0) = b_0 + b_1x_0$  representa la respuesta estimada y se puede considerar como un estimador del valor medio de  $y$  cuando  $x = x_0$ , esto es:  $E(y|x_0) = \beta_0 + \beta_1x_0$ . Bajo la condición de errores “normales”,  $\hat{y}(x_0)$  sigue una distribución normal, y un intervalo de confianza para  $E(y|x_0)$  viene dado por

$$\left( \hat{y}(x_0) - S \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2,1-\alpha/2}, \hat{y}(x_0) + S \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{nS_x^2}} \cdot t_{n-2,1-\alpha/2} \right)$$

## 6.6 Calidad del modelo ajustado

Responderemos ahora a la siguiente cuestión:

- ¿Se ajustan los datos al modelo de forma adecuada?

El coeficiente de determinación se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{Res}}}{SS_{\text{Tot}}}$$

Alternativamente, en el caso de la regresión lineal, debido a la relación que existe entre la suma de cuadrados total y la suma de cuadrados debidos a la regresión y los residuos, puede escribirse como:

$$R^2 = \frac{SS_{\text{Reg}}}{SS_{\text{Tot}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Representa la proporción de la variación en la respuesta que es explicada por el modelo. Claramente,  $0 \leq R^2 \leq 1$  y la cota superior se alcanza cuando el ajuste es perfecto.

En el caso de la regresión lineal simple se verifica además que:

$$R^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_x^2 \cdot S_y^2}$$

es decir,  $R^2 = r^2$ , donde  $r$  es el coeficiente de correlación lineal de Pearson.

¿Qué valor es aceptable para  $R^2$ ? Depende del tipo de estudio y del campo científico en el que se trabaje. Un químico interesado en calibrar una composición de alta precisión necesitará un valor de  $R^2$  muy alto, quizá superior a 0.99, mientras que un científico que estudia el comportamiento humano puede considerarse afortunado si observa un valor de  $R^2$  ligeramente superior a 0.7. Además, determinados fenómenos pueden, por su propia naturaleza, modelarse con más precisión que otros.

Aunque el coeficiente de determinación puede interpretarse fácilmente, existen algunos peligros en su uso. Por ejemplo, es un criterio peligroso para la comparación de modelos



candidatos, porque cualquier término adicional del modelo (como un término cuadrático) hará decrecer  $SS_{\text{Res}}$  (o al menos no lo aumentará) y por tanto hará crecer  $R^2$  (o al menos no disminuirá). Así,  $R^2$  puede ser artificialmente alto a causa de un “sobreajuste”, es decir, de la inclusión de demasiados términos en el modelo. Un incremento en  $R^2$  no implica que el elemento adicional sea necesario. Por ello, para evitar este problema, en la comparación de modelos candidatos se utiliza el **coeficiente de determinación corregido** definido como

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SS_{\text{Res}}/(n-p)}{SS_{\text{Tot}}/(n-1)}$$

donde  $p$  es el número de parámetros del modelo.

## 6.7 El modelo de regresión lineal múltiple

El modelo desarrollado anteriormente se puede generalizar al caso en que sea necesario el uso de más de una variable regresora.

Consideremos un experimento en el que los datos generados son del tipo

$y$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_k$
$y_1$	$x_{11}$	$x_{21}$	$\dots$	$x_{k1}$
$y_2$	$x_{12}$	$x_{22}$	$\dots$	$x_{k2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$y_n$	$x_{1n}$	$x_{2n}$	$\dots$	$x_{kn}$

Donde la variable  $y$  es la “respuesta” observada y  $x_1, \dots, x_k$  representan magnitudes que se pueden medir de forma exacta o con un error despreciable. En la fila  $i$ -ésima aparecen representados los datos observados en el experimento  $i$ -ésimo para la variable respuesta y para la variable regresora.

Si suponemos que cada  $y_i$  está relacionada de forma lineal con las variables  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , obtenemos el modelo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad n \geq k + 1$$

donde  $\varepsilon_i$  es un error incorrelado de observación en observación, con media 0 y varianza  $\sigma^2$  y los  $x_{ij}$  son no aleatorios.

Un modelo es lineal cuando lo es en los parámetros  $\beta_i$ . Por ejemplo, son lineales los modelos

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 \ln x_1 + \beta_2 \ln x_2 + \beta_3 \ln x_3 + \varepsilon$$

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{x_1}\right) + \beta_2 \left(\frac{1}{x_2}\right) + \varepsilon$$

y no son lineales

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1^{\beta_2} + \beta_3 x_2^{\beta_4} + \varepsilon$$

$$y = \frac{\beta_0}{1 + e^{-(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)}} + \varepsilon$$

### 6.7.1 Modelo lineal general

El modelo descrito anteriormente se puede escribir de la forma

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

donde

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$\varepsilon$  e  $Y$  son vectores aleatorios,  $X$  es una matriz  $n \times p$  de datos, con  $p = k + 1$ , que es el número total de parámetros del modelo, y recibe el nombre de matriz de diseño.

### 6.7.2 Método de mínimos cuadrados

Se trata de buscar el estimador  $b$  del vector  $\beta$  que satisfaga:

$$\frac{\partial}{\partial b} [(Y - Xb)'(Y - Xb)] = 0$$

Si  $X$  es una matriz de rango total,  $b = (X'X)^{-1}X'Y$ . Un estimador insesgado de  $\sigma^2$  viene dado por

$$S^2 = \frac{(Y - Xb)'(Y - Xb)}{n - p} = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}$$

donde  $p$  es el número de parámetros que deben ser estimados e  $\hat{y}_i$  es la respuesta estimada en el  $i$ -ésimo dato.

Bajo la condición de que  $E[\varepsilon] = \Theta$  (vector nulo), se puede comprobar que  $b$  es un estimador insesgado de  $\beta$ . Si además suponemos que los errores  $\varepsilon_i$  son incorrelados y  $Var[\varepsilon_i] = \sigma^2$ , entonces  $Var[b] = \sigma^2(X'X)^{-1}$ .

Al igual que ocurría en el caso de la regresión lineal simple, se tiene la siguiente relación entre  $SS_{\text{Tot}}$ ,  $SS_{\text{Reg}}$  y  $SS_{\text{Res}}$ :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

siendo la descomposición de los grados de libertad (bajo la hipótesis de normalidad de los errores) como sigue:

$$n - 1 = (p - 1) + (n - p)$$

El análisis de la varianza se utiliza para resolver el contraste:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \text{ ó } \beta_2 \neq 0 \text{ ... ó } \beta_k \neq 0 \end{cases}$$

La tabla para el cálculo del estadístico  $F$  del contraste queda así:

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	$F$
Regresión	$SS_{\text{Reg}}$	$p - 1$	$\frac{SS_{\text{Reg}}}{p - 1} = MS_{\text{Reg}}$	$F = \frac{MS_{\text{Reg}}}{S^2}$
Residuos	$SS_{\text{Res}}$	$n - p$	$\frac{SS_{\text{Res}}}{n - p} = S^2$	
Total	$SS_{\text{Tot}}$	$n - 1$		

Dado un nivel de significación  $\alpha$ , rechazaremos  $H_0$  cuando  $F \geq f_{p-1, n-p, 1-\alpha}$ . Rechazar  $H_0$  implica que las variables regresoras influyen en la respuesta de manera lineal.

El coeficiente de determinación se define e interpreta del mismo modo que en el caso de la regresión lineal simple, y nuevamente puede calcularse como:

$$R^2 = \frac{SS_{\text{Reg}}}{SS_{\text{Tot}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Recordamos que en la comparación de modelos se utiliza el coeficiente de determinación corregido.

Por otra parte, y aunque no entraremos en ese terreno, al igual que ocurría en el caso de la regresión lineal simple, es posible calcular intervalos de confianza así como realizar contrastes de hipótesis acerca de los parámetros que intervienen en el modelo (siempre bajo la hipótesis de normalidad de los errores).

## 6.8 Regresión no lineal

Hasta ahora habíamos considerado modelos con estructura lineal en los parámetros. En numerosas ocasiones aparecen situaciones experimentales que requieren el uso de modelos no lineales.

Aplicar el método de mínimos cuadrados directamente sobre estos modelos puede conducir a ecuaciones complicadas que no se pueden resolver con herramientas algebraicas y requieren el uso de métodos numéricos.

Por este motivo, no vamos a profundizar en la resolución de estos problemas y veremos, únicamente, cómo un cambio de variable adecuado puede ayudar a obtener una solución aproximada cuando se trata de ajustar determinados modelos. Esta solución no deja de ser una aproximación pues con el cambio de variable es posible que no respetemos ciertas hipótesis como los errores aditivos o la hipótesis de normalidad.