SOLUCIÓN

CUESTIONES

① a) Cualquier carga eléctrica y un campo magnético variable en el tiempo.
b) Una carga eléctrica en movimiento (una corriente) y
un campo magnético variable en el tiempo.
c) Cuando los campos son constantes, es decir, no varían en el tiempo.

② a) De las propiedades eléctricas del medio entre sus placas y de su geometría.
b) De las propiedades magnéticas del medio en su interior y de su geometría.
c) El potencial eléctrico.

PROBLEMAS

❶ Como el campo eléctrico generado por una carga puntual en cualquier punto se dirige hacia fuera si es positiva: El campo total no puede anularse en las regiones I y IV, ya que los campos generados por las cargas en puntos de esas zonas son paralelos (se suman). Debe anularse en la región II o III, donde son antiparalelos (se restan).

Como el campo eléctrico generado por una carga puntual es mayor, a mayor valor de la carga y a menor distancia a ella: Al ser Q mayor que q, el campo total se debe anular en un punto X más cercano a q, es decir, en la región II.

Obviando el carácter vectorial, por estar en una dimensión, se tiene que:

$$E = 0 \Rightarrow E_q + E_Q = 0 \text{ o } |E_q| = |E_Q| \Rightarrow K\frac{q}{(a+x)^2} = K\frac{Q}{(a-x)^2} \text{ (x es negativa)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{(1+x)^2} = \frac{36}{(1-x)^2} \rightarrow (1 - 2x + x^2) = 9\,(1 + 2x + x^2) \rightarrow$$

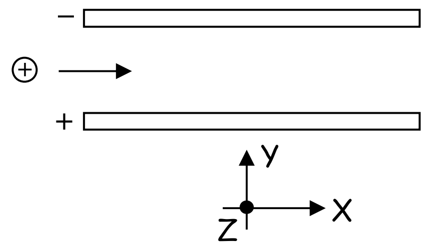
$$\rightarrow 8\,x^2 + 20\,x + 8 = 0 \rightarrow 2\,x^2 + 5\,x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4\times 2\times 2}}{2\times 2} = \frac{-5\pm 3}{4}$$

Las soluciones de la ecuación de segundo grado son: $x = -1/2$ y $x = -2$. Sólo tiene sentido la primera, porque el punto debe estar en la zona II. Por tanto:

$$\boxed{x = -\,0{,}5\ \text{m}}$$

Se comprueba que es correcto: $4 / (1/2)^2 = 16 = 36 / (3/2)^2$. Al ser Q 9 veces mayor que q, el punto X debe estar a una distancia 3 veces mayor de Q que de q (1,5 frente a 0,5), ya que la distancia va al cuadrado.

❷ *El condensador de la figura crea en cualquier punto entre las placas un campo eléctrico hacia arriba, que teniendo en cuenta el sistema de referencia, es:*



$$\vec{E} = \frac{V}{d}\vec{j}$$

La partícula cargada positivamente, con carga q, siente el campo y sufre una fuerza:

$$\vec{F}_{\vec{E}} = q\vec{E}$$

que la tiende a desplazar en el sentido del campo (hacia arriba). Para que no se desvíe, hace falta una fuerza igual pero de sentido contrario debida al campo magnético. Igualando módulos:

$$\left|\vec{F}_{\vec{B}}\right| = \left|\vec{F}_{\vec{E}}\right| \quad \rightarrow \quad qvB\left|\sin\theta\right| = q\frac{V}{d}$$

donde θ es el ángulo entre la velocidad y el campo magnético tomado por el camino más corto (es positivo si se gira antihorariamente y negativo si se gira horariamente).

De los campos magnéticos que producen la fuerza magnética necesaria para igualar la eléctrica, el de módulo más pequeño se tendrá, observando la ecuación anterior, cuando el valor absoluto del seno sea máximo, es decir, cuando sea uno. Eso sucede para un ángulo de +90º o –90º. Por tanto, el módulo del campo magnético <u>mínimo</u> es:

$$B = \frac{V}{vd}$$

Teniendo presente la expresión matemática de la fuerza magnética sobre una carga:

$$\vec{F}_{\vec{B}} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

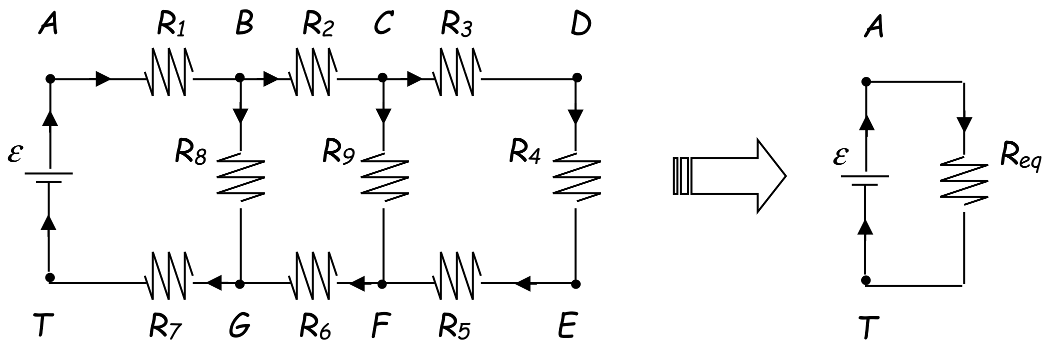
se concluye, por las propiedades del producto vectorial, que la fuerza es perpendicular a la velocidad de la carga y al campo magnético que origina la fuerza. Como la fuerza magnética está dirigida hacia abajo, el campo magnético debe estar en el plano XZ.

Como la velocidad apunta en el sentido positivo del eje X, y velocidad y campo forman, en valor absoluto, 90º, la dirección del campo magnético es el eje Z.

Como la carga q es positiva, se concluye, teniendo presente las propiedades del producto vectorial, que el campo magnético apunta en el sentido positivo del eje Z (hacia fuera). Siendo q positiva, al rotar desde la velocidad al campo por el camino más corto, el giro debe ser horario, visto desde arriba, para que la fuerza sea hacia abajo.

$$\vec{B} = \frac{V}{vd}\vec{k}$$

❸ Al haber sólo una pila, las corrientes deben circular como se indica en la figura (el sentido de la caída de potencial en cada resistencia es el mismo que el de la corriente).



a) R_3, R_4 y R_5 están en serie: $R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 60\ \Omega$

R_{345} y R_9 están en paralelo: $R_{3459} = 1/(1/R_{345} + 1/R_9) = R_{345} \times R_9 / (R_{345} + R_9) = 20\ \Omega$

R_2, R_{3459} y R_6 están en serie: $R_{234569} = R_2 + R_{3459} + R_6 = 60\ \Omega$

R_{234569} y R_8 están en paralelo: $R_{2345689} = R_{234569} \times R_8 / (R_{234569} + R_8) = 20\ \Omega$

R_1, $R_{2345689}$ y R_7 están en serie: $R_{eq} = R_1 + R_{2345689} + R_7 = 60\ \Omega$

b) $I_1 = I_7 = \varepsilon/Req = 54/60 = 0{,}9\ A$ | $V_1 = V_7 = R_1I_1 = R_7I_7 = 20 \times 0{,}9 = 18\ V$

$V_8 = \varepsilon - V_1 - V_7 = 18\ V$ | $I_8 = V_8/R_8 = 18/30 = 0{,}6\ A$

$I_2 = I_6 = I_1 - I_8 = 0{,}3\ A$ | $V_2 = V_6 = R_2I_2 = 20 \times 0{,}3 = 6\ V$

$V_9 = V_8 - V_2 - V_6 = 6\ V$ | $I_9 = V_9/R_9 = 6/30 = 0{,}2\ A$

$I_3 = I_4 = I_5 = I_2 - I_9 = 0{,}1\ A$ | $V_3 = V_4 = V_5 = R_3I_3 = 20 \times 0{,}1 = 2\ V$

c) $P_\varepsilon = \varepsilon I_1 = 48{,}6\ W$ | $P_{Req} = R_{eq}I_1^2 = 48{,}6\ W$

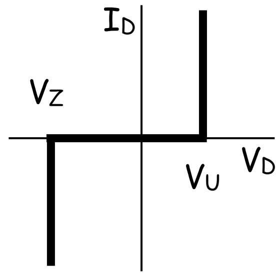
$P_R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 =$
$= V_1I_1 + V_2I_2 + V_3I_3 + V_4I_4 + V_5I_5 + V_6I_6 + V_7I_7 + V_8I_8 + V_9I_9 =$
$= 16{,}2 + 1{,}8 + 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}2 + 1{,}8 + 16{,}2 + 10{,}8 + 1{,}2 = 48{,}6\ W$ (coinciden)

d) $V_A = \varepsilon = 54\ V$ | $V_B = - V_1 + \varepsilon = - V_1 + V_A = 36\ V$ | $V_c = - V_2 - V_1 + \varepsilon = - V_2 + V_B = 30\ V$

$V_D = - V_3 + V_C = 28\ V$ | $V_E = - V_4 + V_D = V_5 + V_6 + V_7 = 26\ V$

$V_F = - V_5 + V_E = V_6 + V_7 = 24\ V$ | $V_G = - V_6 + V_F = V_7 = 18\ V$

❹ Como no se indica nada, modelizamos el comportamiento de cada diodo como se refleja en la figura, donde I_D y V_D son la corriente que circula por el diodo y el voltaje que se le aplica desde el punto de vista del diodo. <u>Nota</u>: En el caso del LED la tensión de ruptura se simbolizaría con V_R, no con V_z.



a) Si se extrae el LED, sólo puede circular corriente por R_0 y por el zéner, en sentido horario, al estar aplicada la caída potencial hacia abajo. La corriente es igual para ambos, al quedar en serie.

Como la caída de potencial aplicada, V (24 V), es mayor que la tensión de ruptura del zéner, V_Z (10 V), su mayor tensión en polarización inversa, el zéner, que está en polarización inversa, tendrá aplicada una caída de potencial de 10 V hacia abajo. Y R_0 tendrá aplicada el resto, 14 V, hacia la derecha.

El mínimo valor de R_0 para proteger el zéner se tendrá, teniendo en mente la Ley de Ohm (V = RI) y siendo la caída de potencial de 14 V, para el mayor valor de corriente que pueda circular sin fundir el zéner. Como el zéner puede disipar como máximo 1 W de potencia, la corriente máxima que puede circular es:

$$I_{máx} = P_{máx} / V_Z = 0{,}1\ A \quad \Rightarrow \quad R_{0mín} = V_{R0} / I_{máx} = 140\ \Omega$$

b) Como R_1 y el LED están en serie, la corriente que circula por ambos es la misma. En este caso, el 80 % de $I_{máx(LED)}$, es decir: $0{,}8 \times 20$ mA = 16 mA.

La caída de potencial aplicada al zéner (10 V) será la misma que la aplicada al conjunto R_1-LED, al estar en paralelo. Como la tensión umbral del LED, V_U (2 V), su máxima tensión en pol. directa (según el modelo), es inferior a 10 V, el LED, que está en pol. directa, tendrá aplicada una tensión de 2 V hacia abajo. Y R_1 el resto, 8 V, hacia la derecha. Por tanto:

$$R_1 = V_{R1} / I_{máx(80\%)} = 8\ V / 16\ mA = 0{,}5\ k\Omega = 500\ \Omega$$

c) Si R_1 tiene el valor anterior, como las tensiones tienen también el mismo valor (la del zéner es 10 V), circulan 16 mA por el conjunto R_1-LED en sentido horario. Esta corriente circula también por R_0, ya que el zéner no conduce. Por tanto:

$$R_0 = V_{R0} / I_{R0} = 14\ V / 16\ mA = 875\ \Omega \text{ (superior a la mínima necesaria)}$$

d) Si V aumenta, crece en la misma medida la caída de potencial en R_0. La del zéner no cambia (según el modelo). Por tanto, las caídas de potencial y corriente en R_1 y en el LED no cambian (el zéner los protege). La corriente aumenta en R_0 y en el zéner (su punto de trabajo baja en la gráfica).

Si V decrece, decrecen todas las caídas de potencial. Y con ello las corrientes decrecen, excepto la del zéner que sigue siendo nula (su punto de trabajo se mueve a la derecha). El punto de trabajo del LED, situado en $V_D = V_U$ y I_D = 16 mA, baja en la gráfica.