

## SOLUCIÓN

### CUESTIONES

① Sobre la carga eléctrica:

- a) La carga total o neta de un sistema aislado permanece constante.
- b) Sí, si se crea o destruye la misma cantidad de carga positiva que de negativa.
- c) Que no puede tomar cualquier valor, debe ser un múltiplo entero de «e».
- d) «e» es la carga fundamental, la carga mínima observable.

② En general:

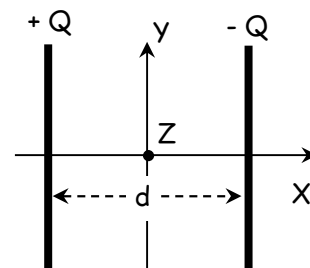
- a) y b) Muy pequeña.
- c) Aumenta.
- d) Porque al subir la temperatura crece la agitación térmica. El incremento de la agitación térmica dificulta el avance de los electrones (hay más rozamiento), lo que disminuye la corriente (la carga que pasa por un punto por unidad de tiempo). Por tanto, a igual tensión aplicada, la resistencia es mayor.
- e) Disminuye.
- f) Porque al subir la temperatura crece la generación de pares electrón-hueco. El reforzamiento de la generación de pares incrementa el número de portadores de carga disponibles, y con ello, la corriente. Como esta contribución es superior al efecto reductor del rozamiento, la corriente netamente sube. Por tanto, a igual tensión aplicada, la resistencia es menor.

### PROBLEMAS

① a) El campo eléctrico generado por un plano infinito uniformemente cargado es igual a:

$$\mathbf{E} = \pm \sigma / (2\epsilon) \mathbf{e}_{\perp}$$

donde  $\mathbf{e}_{\perp}$  es un vector unitario perpendicular al plano. El «+» se toma en el lado adonde apunta  $\mathbf{e}_{\perp}$ , y el «-» en el lado contrario.  $\sigma$  es la densidad superficial de carga y  $\epsilon$  la permitividad eléctrica del medio.



En nuestro caso, podemos tomar:  $\mathbf{e}_{\perp} = \mathbf{i}$  (el vector unitario del eje X), y la densidad superficial de carga es:  $\sigma = Q/A$ , para el plano con +Q, y  $\sigma = -Q/A$ , para el plano con -Q. Por tanto, los campos eléctricos generados por cada plano son:

$$\mathbf{E}_{+} = \pm Q / (2A\epsilon) \mathbf{i} \qquad \mathbf{E}_{-} = \mp Q / (2A\epsilon) \mathbf{i}$$

Aplicando el Principio de Superposición ( $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$ ), se tiene que:

- A la izquierda del plano con  $+Q$ :  $\mathbf{E} = -Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} + Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} = \mathbf{0}$ .

- Entre los planos:  $\mathbf{E} = Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} + Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} = Q/(A\epsilon) \mathbf{i}$ .

- A la derecha del plano con  $-Q$ :  $\mathbf{E} = Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} - Q/(2A\epsilon) \mathbf{i} = \mathbf{0}$ .

b) La diferencia de potencial eléctrico,  $V$ , entre los planos viene dada por:

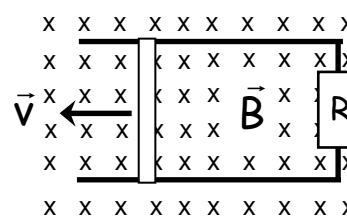
$$V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_+^- \frac{Q}{A\epsilon} \vec{i} \cdot d\vec{l} = \int_+^- \frac{Q}{A\epsilon} dl (\vec{i} \cdot \vec{i}) = \int_+^- \frac{Q}{A\epsilon} dl = \frac{Q}{A\epsilon} \int_+^- dl = \frac{Qd}{A\epsilon} = Ed$$

c) La capacidad,  $C$ , del condensador correspondiente (condensador plano) es:

$$C = Q / V = \epsilon A/d$$

② a) Los electrones de la barra que se mueven en el campo magnético, al moverse la barra en él, sufren una fuerza magnética:  $\vec{f}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$ , que es paralela a la barra y tiende a desplazarlos hacia arriba. En un principio, esto los tiende a acumular en el lado superior de la barra, generando en el lado inferior un exceso de carga de igual cuantía, pero positivo. El proceso se habrá producido hasta que la fuerza eléctrica:  $\vec{f}_e = -e\vec{E}$ , debida al campo eléctrico

(vertical y hacia arriba) que generan en la barra los excesos de carga, compense a la fuerza magnética. Como esto debe ocurrir en cada punto de la barra, al ser la fuerza magnética la misma en todos ellos, el campo eléctrico debe ser el mismo en cada punto. Se llega, en módulo, igualando las fuerzas, a que el proceso se habrá detenido cuando:  $E = vB$  (representando los módulos con una letra y sabiendo que  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ ).



$$L = 25 \text{ cm} \mid v = 16 \text{ m/s} \\ R = 4 \text{ k}\Omega \mid B = 1 \text{ T}$$

Los excesos de carga dan lugar a una diferencia de potencial o fuerza electromotriz inducida,  $fem$ , entre los extremos de la barra. Ésta viene dada, siendo el campo igual en cada punto de la barra, y además, paralelo a ésta, por (ver problema anterior):

$$fem = EL = vBL = 16 \text{ m/s} \times 1 \text{ T} \times 0,25 \text{ m} = 4 \text{ V}$$

Se puede calcular también por inducción

b) La intensidad que circula por el circuito, atendiendo a la Ley de Ohm, es, entonces:

$$I = fem/R = 4\text{V} / 4\text{k}\Omega = 1 \text{ mA}$$

Y teniendo presente la polaridad de la barra, circula en sentido antihorario.

c) Al circular la corriente, cada lado recto del circuito siente una fuerza magnética que viene dada por:  $\vec{F}_m = I(\vec{L} \times \vec{B})$ , siendo  $\vec{L}$  el vector que caracteriza el lado del circuito (al ser recto, un vector de módulo la longitud del lado, paralelo a él y sentido el de la corriente). Si nos centramos en la barra, donde la corriente circula hacia abajo, la fuerza es horizontal hacia atrás, frenando a la barra. Para que la barra se mueva a velocidad constante es necesario aplicar una fuerza igual pero en sentido contrario (hacia delante, paralela a la velocidad), atendiendo a la Primera Ley de Newton. Se llega, en módulo, (sabiendo que  $\vec{L} \perp \vec{B}$ ) a que:

$$F = ILB = 1 \text{ mA} \times 0,25 \text{ m} \times 1 \text{ T} = 0,25 \text{ mN}$$

d) La potencia aportada mecánicamente en cada instante no varía (al ser constantes fuerza y velocidad), y viene dada por:

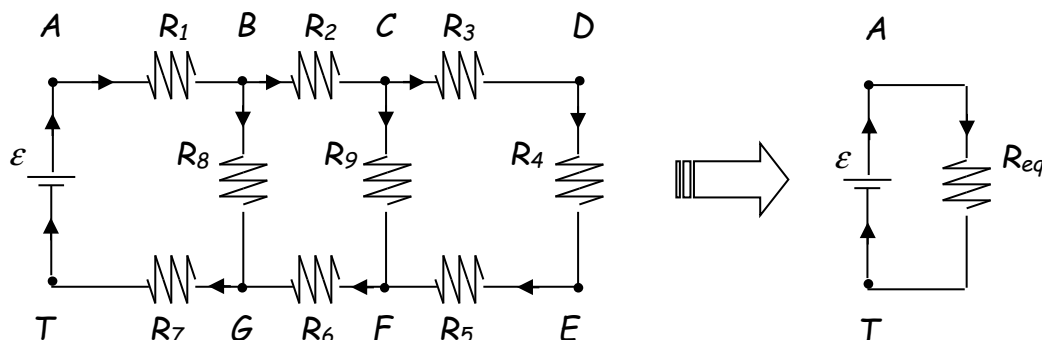
$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F v = 0,25 \text{ mN} \times 16 \text{ m/s} = 4 \text{ mW}$$

La potencia disipada eléctricamente en la resistencia en cada instante no varía (al ser constantes fem, I y R), y viene dada por:

$$P = \text{fem } I = R I^2 = \text{fem}^2 / R = 4 \text{ V} \times 1 \text{ mA} = 4 \text{ mW}$$

Coinciden.

③ Al haber sólo una pila, las corrientes deben circular como se indica en la figura (el sentido de la caída de potencial en cada resistencia es el mismo que el de la corriente).



a)  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$  están en serie:  $R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 60 \, \Omega$

$R_{345}$  y  $R_9$  están en paralelo:  $R_{3459} = 1 / (1/R_{345} + 1/R_9) = R_{345} \times R_9 / (R_{345} + R_9) = 20 \, \Omega$

$R_2$ ,  $R_{3459}$  y  $R_6$  están en serie:  $R_{234569} = R_2 + R_{3459} + R_6 = 60 \, \Omega$

$R_{234569}$  y  $R_8$  están en paralelo:  $R_{2345689} = R_{234569} \times R_8 / (R_{234569} + R_8) = 20 \, \Omega$

$R_1$ ,  $R_{2345689}$  y  $R_7$  están en serie:  $R_{eq} = R_1 + R_{2345689} + R_7 = 60 \, \Omega$

Se puede calcular también por mallas

$$b) \quad I_1 = I_7 = \varepsilon / R_{eq} = 54/60 = 0,9 \text{ A} \quad | \quad V_1 = V_7 = R_1 I_1 = R_7 I_7 = 20 \times 0,9 = 18 \text{ V}$$

$$V_8 = \varepsilon - V_1 - V_7 = 18 \text{ V} \quad | \quad I_8 = V_8 / R_8 = 18/30 = 0,6 \text{ A}$$

$$I_2 = I_6 = I_1 - I_8 = 0,3 \text{ A} \quad | \quad V_2 = V_6 = R_2 I_2 = 20 \times 0,3 = 6 \text{ V}$$

$$V_9 = V_8 - V_2 - V_6 = 6 \text{ V} \quad | \quad I_9 = V_9 / R_9 = 6/30 = 0,2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_4 = I_5 = I_2 - I_9 = 0,1 \text{ A} \quad | \quad V_3 = V_4 = V_5 = R_3 I_3 = 20 \times 0,1 = 2 \text{ V}$$

Las intensidades se pueden obtener también por mallas

$$c) \quad P_\varepsilon = \varepsilon I_1 = 48,6 \text{ W} \quad | \quad P_{Req} = R_{eq} I_1^2 = 48,6 \text{ W}$$

$$P_R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 =$$

$$= V_1 I_1 + V_2 I_2 + V_3 I_3 + V_4 I_4 + V_5 I_5 + V_6 I_6 + V_7 I_7 + V_8 I_8 + V_9 I_9 =$$

$$= 16,2 + 1,8 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 1,8 + 16,2 + 10,8 + 1,2 = 48,6 \text{ W}$$

Coinciden.

$$d) \quad V_A = \varepsilon = 54 \text{ V} \quad | \quad V_B = -V_1 + \varepsilon = -V_1 + V_A = 36 \text{ V} \quad | \quad V_C = -V_2 - V_1 + \varepsilon = -V_2 + V_B = 30 \text{ V}$$

$$V_D = -V_3 + V_C = 28 \text{ V} \quad | \quad V_E = -V_4 + V_D = V_5 + V_6 + V_7 = 26 \text{ V}$$

$$V_F = -V_5 + V_E = V_6 + V_7 = 24 \text{ V} \quad | \quad V_G = -V_6 + V_F = V_7 = 18 \text{ V}$$

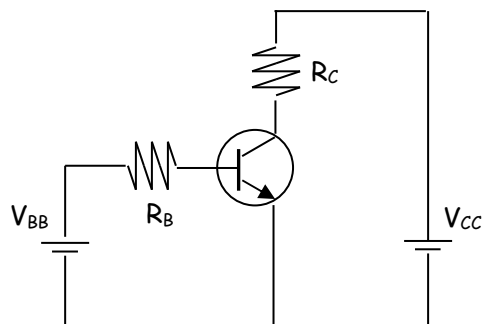
#### ④ Malla de entrada:

$$-V_{BB} + R_B I_B + V_{BE} = 0 \quad (\text{sentido horario})$$

$$I_B = (V_{BB} - V_{BE}) / R_B = (3,2 - 0,7) / 5k = 0,5 \text{ mA}$$

$$\beta = I_C / I_B \rightarrow I_C = \beta I_B = 100 \times 0,5 = 50 \text{ mA}$$

$$I_E = I_B + I_C = 50,5 \text{ mA} \quad | \quad \alpha = I_C / I_E = 0,99$$



#### Malla de salida:

$$V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C = 0 \quad (\text{sentido horario})$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C = 8 - 20 \times 50m = 7 \text{ V} \quad | \quad V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 6,3 \text{ V}$$

- Transistor de unión bipolar (BJT) de tipo NPN.
- $V_{CB} > 0$  (unión colector en polarización inversa) y  $V_{BE} > 0$  (unión emisor en pol. directa).