Tema 5

Contrastes de hipótesis estadísticas

5.1 De una población $N(\mu, 0.3)$ se obtiene una muestra de tamaño n=100, resultando una media muestral $\overline{X}=1.7$. Realizar el contraste

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 1.68 \\ H_1: & \mu \neq 1.68 \end{cases}$$

con un nivel de significación de 0.05.

5.2 Se considera una población que sigue una ley $N(\mu, 10)$. Contrastar con un nivel de significación del 5% las hipótesis

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 100 \\ H_1: & \mu \neq 100 \end{cases}$$

a partir de la muestra 110, 112, 107, 111.

5.3 Se desea contrastar las hipótesis

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 150 \\ H_1: & \mu > 150 \end{cases}$$

Para ello se toma una muestra de la población $N(\mu, 225)$ de tamaño 36 y cuyo valor medio es $\overline{X}=155$. Considerar:

- (a) $\alpha = 0.05$.
- (b) $\alpha = 0.01$.

5.4 Se desea contrastar las hipótesis

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 10 \\ H_1: & \mu \neq 10 \end{cases}$$

Para ello se dispone de una muestra de tamaño 10 cuya media es 12.5 y desviación típica 2. Efectuar dicho contraste suponiendo normalidad con un nivel de significación del 5%.

- **5.5** Se desea contrastar hipótesis sobre la varianza de una población normal que es desconocida. Para ello se toma una muestra de tamaño 15 cuya desviación típica es S = 5. Se pide:
 - (a) Contrastar $H_0: \sigma^2 = 49$ frente a $H_1: \sigma^2 < 49$.
 - (b) Contrastar $H_0: \sigma^2 = 49$ frente a $H_1: \sigma^2 \neq 49$.

Considerar un nivel de significación del 5% en todos los casos.

- **5.6** Un laboratorio afirma que un calmante de su fabricación quita la jaqueca en 14 minutos (o menos), en los casos corrientes. Con el fin de comprobar estadísticamente esta afirmación, se eligen al azar 18 pacientes con jaqueca y se toma como variable de respuesta en el experimento el tiempo transcurrido entre la administración del calmante y el momento en que desaparece la jaqueca. Los resultados observados en la muestra de pacientes han sido $\overline{X}=19$ y S=7. ¿Se puede rechazar, al 5% de significación, la afirmación del laboratorio?. (Suponer normalidad)
- **5.7** Los ingresos mensuales de un grupo de 9 personas seleccionadas al azar entre un gran número de individuos, han resultado ser:

¿Debe rechazarse la hipótesis de que la muestra procede de una población cuyos ingresos mensuales medios son de 1557 euros, para un nivel de significación del 5%? (Suponer normalidad)

5.8 De los datos experimentales se deduce que la duración de una pila sigue una distribución normal. El fabricante asegura que el tiempo medio de vida es de 15 horas de duración. Temiendo que la duración pueda ser menor, se toma una muestra de 10 pilas, obteniendo los siguientes datos (duración en horas)

$$14, 14.5, 15, 15.5, 13, 16.5, 10, 15.5, 14, 14$$

Decidir si, en base a los datos muestrales, debemos rechazar o no la afirmación del comerciante con un nivel de significación de 0.05.

- 5.9 El voltaje de salida en cierto circuito eléctrico debe ser igual a 130, según se especifica en las instrucciones. Una muestra de 40 lecturas independientes para este circuito reflejó una media muestral de 128.6 y una desviación típica de 2.1. ¿Se encuentra dicho circuito en perfecto estado? (Suponer normalidad y utilizar un nivel de significación del 5%).
- 5.10 El índice de dureza Rockwell para el acero se determina al rayar el acero con un punzón de diamante y medir la profundidad del surco. En 50 muestras de cierto tipo de acero, el índice de dureza tuvo una media de 62 y desviación típica 8. El productor afirma que este acero tiene un índice de dureza promedio de, por lo menos, 64. ¿Hay suficiente evidencia para refutar la información del productor con un nivel de significación del 1%? (Suponer normalidad)

5.11 Distintas mediciones de la cantidad de cierto producto obtenidas para dos tipos de suelo dieron los siguientes resultados:

Suelo tipo A	Suelo tipo B
$n_A = 30$	$n_B = 35$
$\overline{Y_A} = 1.65$	$\overline{Y_B} = 1.43$
$S_A = 0.26$	$S_B = 0.22$

¿Difieren los dos suelos con respecto a la cantidad promedio del producto? (Suponer normalidad y un nivel de significación del 1%).

5.12 Una compañía farmacéutica realizó un experimento para comprobar los tiempos promedio (en días) necesarios para recuperarse del resfriado común. En este experimento se compararon personas que tomaron una dosis diaria de vitamina C con personas que tomaron un placebo. El estudio se hizo a 35 personas en cada grupo, obteniéndose los siguientes datos:

Tratamiento	Con placebo	Con vitamina C
Media	7.3	4.6
Desviación	2.9	1.2

Supuesto normalidad, y con un nivel de significación de 1%, ¿se puede afirmar que el tiempo de recuperación promedio cuando se toma placebo supera en más de un día al tiempo de recuperación promedio cuando se ingiere vitamina C?

5.13 Los siguientes datos fueron recabados para verificar si existe diferencia sistemática en los pesos obtenidos con dos balanzas diferentes:

Peso en gramos	Balanza I	Balanza II
Muestra de roca 1	11.23	11.27
Muestra de roca 2	14.36	14.41
Muestra de roca 3	8.33	8.35
Muestra de roca 4	10.50	10.52
Muestra de roca 5	23.42	23.41
Muestra de roca 6	9.15	9.17
Muestra de roca 7	13.47	13.52
Muestra de roca 8	6.47	6.46
Muestra de roca 9	12.40	12.45
Muestra de roca 10	19.38	19.35

Suponiendo normalidad probar, con nivel de significación $\alpha = 0.05$, si la diferencia de medias de los pesos obtenidos es significativa.

5.14 Se obtienen los siguientes datos con respecto a la resistencia de dos dispositivos diferentes:

Dispositivo A: 15.8, 12.7, 13.2, 16.9, 10.6, 18.8, 11.1, 14.3, 17.0, 12.5

Dispositivo B: 24.9, 23.6, 19.8, 22.1, 20.4, 21.6, 21.8, 22.5

Probar si es razonable suponer que las muestras provienen de poblaciones (normales) con la misma varianza. (Utilizar $\alpha = 0.05$)

- 4
- 5.15 Se requiere determinar si existe menos variabilidad en el plateado realizado por la compañía A que en el efectuado por la compañía B. Si dos muestras aleatorias independientes de tamaño 12 del trabajo desempeñado por ambas compañías presentaron desviaciones típicas $S_A = 0.035$ mm. y $S_B = 0.062$ mm., comprobar la hipótesis nula de que $\sigma_A = \sigma_B$ contra la hipótesis alternativa de que $\sigma_A < \sigma_B$ con un nivel de significación de 0.05. (Suponer normalidad)
- 5.16 Jugando 10 rondas de golf en su campo privado, un golfista profesional promedió 71.3 golpes con una desviación típica de 1.32. Probar la hipótesis nula de que la consistencia de su juego, en su campo privado, en realidad está dada por $\sigma=1.20$, contra la hipótesis alternativa de que es menos consistente. (Suponer normalidad y emplear un nivel de significación $\alpha=0.05$)
- 5.17 Dos técnicas de alumbrado se comparan midiendo la intensidad de la luz en puntos determinados situados en áreas iluminadas por cada uno de los dos métodos. Si 15 mediciones en el primer área dieron una desviación típica de 2.7 bujías por pie cuadrado, y 27 mediciones en la segunda área dieron una desviación de 4.2 bujías por pie cuadrado, ¿puede concluirse que el alumbrado en la segunda área es menos uniforme?. (Suponer normalidad y utilizar un nivel de significación $\alpha = 0.01$)