



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1,n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1, n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1 punto)

Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

$L \rightarrow NM \ F$	$MT \rightarrow SM \ T$	$T \rightarrow \text{producto}$	$RP \rightarrow \text{rpar}$
$L \rightarrow LP \ LC$	$MT \rightarrow SM \ L$	$F \rightarrow ML \ T$	$NM \rightarrow \text{num}$
$L \rightarrow T \ MT$	$T \rightarrow NM \ F$	$LC \rightarrow L \ RP$	$SM \rightarrow \text{plus}$
$L \rightarrow \text{producto}$	$T \rightarrow LP \ LC$	$LP \rightarrow \text{lpar}$	$ML \rightarrow \text{mul}$

Verifique que la cadena “**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que haga una copia de una cadena de símbolos $\{A,B,C\}$. Por ejemplo, para la entrada “#AABCA~~bb~~...” devuelve en la cinta “#AABCAAABCA~~bb~~...”.

NOTA: Tenga en cuenta que no existe ningún espacio entre la cadena inicial y la copia.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea $HALT_{TM}$ el lenguaje formado por las cadenas $\langle M, w \rangle$ tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena que hace que dicha máquina termine (ya sea aceptando o rechazando). Demuestre que el lenguaje $HALT_{TM}$ es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma*(x,y), *Producto*(x,y), *Potencia*(x,y), *Decremento*(x), *RestaAcotada*(x,y), *Signo*(x), *SignoNegado*(x), *Min*(x,y), *Max*(x,y), *And*(x,y), *Or*(x,y), *Not*(x), *Igual*(x,y), *Mayor*(x,y), *Menor*(x,y), *MayorOIgual*(x,y), *MenorOIgual*(x,y), *If*(x,y,z).

Demuestre que la función $\text{Log}(x+1,n)$, que calcula el logaritmo en base n de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$\text{Log}(x+1, n) = y \mid n^y \leq x+1 < n^{y+1}$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un lenguaje NP?
- (b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?
- (c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

- (a) ¿Qué es un problema PSPACE?
- (b) ¿Qué es un problema NPSPACE?
- (c) ¿Qué es un problema PSPACE-completo?