

Estadística no paramétrica

Los métodos de inferencia que hemos estudiado hasta ahora se basan en las hipótesis de que los datos muestrales se han recogido de manera aleatoria y las poblaciones bajo estudio siguen distribuciones normales. Sin embargo, en la práctica, existen numerosas situaciones en las que la aleatoriedad de la muestra y/o la normalidad de los datos no son evidentes.

En lo que sigue describiremos una serie de técnicas que permiten comprobar la aleatoriedad de los datos muestrales, testar su normalidad y realizar cierto tipo de inferencias cuando la hipótesis de normalidad no se verifique.

Test de Rachas

En ciertas situaciones, no se tiene control alguno sobre la forma en que los datos son seleccionados, siendo útil disponer de técnicas que permitan probar si una muestra puede considerarse aleatoria. El test de rachas se basa únicamente en el orden en que los datos se han recogido y, más concretamente, en las “rachas” que siguen los datos muestrales.

Dada una lista ordenada de dos símbolos A y B, se define una racha como una sucesión de símbolos iguales consecutivos. Por ejemplo la lista

AAA B AA BBBBBBB AAAA B

contiene 6 rachas: 3 correspondientes al símbolo A y 3 correspondientes al símbolo B.

El número de rachas es una indicación de la aleatoriedad del experimento. Si sólo tuviéramos dos rachas, con todos los símbolos A seguidos de todos los símbolos B, podría ser debido a un cambio en las probabilidades de los posibles resultados del experimento. Una situación en la que todos los símbolos A y B se alternan puede indicar falta de aleatoriedad. Nótese que no se considera el número de símbolos de cada tipo sino el orden en el que aparecen.

Bajo la hipótesis de aleatoriedad, la distribución muestral del número de rachas R de una lista que contiene n_1 símbolos del primer tipo y n_2 símbolos del segundo tipo ($n_1, n_2 \geq 10$), puede aproximarse mediante una distribución normal con media y varianza

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad \text{y} \quad \sigma_R^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}$$

rechazándose la hipótesis nula si $\frac{R_{exp} - \mu_R}{\sigma_R} \leq -z_{1-\alpha/2}$ o bien $\frac{R_{exp} - \mu_R}{\sigma_R} \geq z_{1-\alpha/2}$ donde R_{exp} denota el número de rachas observadas en la muestra.

Cuando los datos de la lista son de tipo numérico, la secuencia se construye contando secuencias de datos que están por encima y por debajo de la mediana. De este modo se

asignará el símbolo A a aquellos datos que estén por encima de la mediana y el símbolo B a los que estén por debajo. Los datos coincidentes con la mediana se suprimen de la lista.

Test de normalidad: Test de Shapiro-Wilk

Partimos de X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de una variable aleatoria X . El objetivo es resolver el contraste

$$\begin{cases} H_0 : X \sim \text{Normal} \\ H_1 : X \not\sim \text{Normal} \end{cases}$$

La prueba de Shapiro-Wilk utiliza el estadístico W , definido como

$$W = \frac{b^2}{(n-1)S_c^2} \quad \text{con} \quad b = \sum_{i=1}^{[n/2]} (X_{(n-i+1)} - X_{(i)})a_{n-i+1}$$

donde $X_{(i)}$ denota la i -ésima variable de menor valor, esto es, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ y $[\cdot]$ denota parte entera. Además el estadístico W verifica que $0 \leq W \leq 1$.

Los a_{n-i+1} son unos coeficientes denominados de Shapiro Wilk, que encontraremos en la tabla correspondiente. Se rechazará la hipótesis nula si $W \leq W_{n,\alpha}$, donde $W_{n,\alpha}$ está tabulado en las tablas del test de Shapiro-Wilk.

Obsérvese que no es necesario conocer el valor de los parámetros de la distribución. El test nos dice si hay evidencia para rechazar la normalidad de la distribución y, en caso negativo, el valor de los parámetros habrá que estudiarlo con las técnicas paramétricas adecuadas.

Test de los signos

El test de los signos supone una alternativa no paramétrica a la prueba t para una muestra y para muestras pareadas. El test de los signos se utiliza para resolver el contraste

$$\begin{cases} H_0 : M_e = M_{e_0} \\ H_1 : M_e \neq M_{e_0} \end{cases}$$

donde M_e denota la mediana poblacional. Nótese que cuando la población bajo estudio es simétrica la mediana poblacional coincide con la media poblacional.

Al aplicar el test de los signos a una muestra, cada valor muestral mayor que M_{e_0} se sustituye por un signo $+$ y cada valor muestral menor que M_{e_0} se sustituye por un signo $-$. Los valores muestrales que sean iguales a M_{e_0} son descartados.

El test de los signos también supone una alternativa no paramétrica a la prueba t para muestras pareadas. En este caso se reemplaza cada par de valores por un signo $+$, si el primer valor es mayor que el segundo, o por un signo $-$ si el primer valor es menor que el segundo. Si ambos valores son iguales, se descarta el correspondiente par de valores.

Bajo la hipótesis nula, el número de signos + que aparecen en la muestra sigue una distribución $B(n, 1/2)$, donde n es el número de signos con los que estamos trabajando. Denotaremos por T_{exp} al número de signos positivos que aparecen en la muestra y por T a una variable aleatoria con distribución $B(n, 1/2)$. Si $\alpha_0 = P(T \leq T_{exp})$ y $\alpha_1 = P(T \geq T_{exp})$, rechazaremos la hipótesis nula, con un nivel de significación α , si $\alpha_0 \leq \alpha/2$ o bien $\alpha_1 \leq \alpha/2$.

Test de Wilcoxon

Dadas dos poblaciones continuas e independientes, el test de Wilcoxon se utiliza para probar la hipótesis nula de que las magnitudes de los valores asociados a ambas poblaciones son similares frente a la hipótesis alternativa de que son distintas. La magnitud de cada uno de los conjuntos de datos se mide a través de su mediana. De este modo, el rechazo de la hipótesis nula implica que existe diferencia significativa entre las medianas y, por tanto, entre las magnitudes de los valores asociados a ambas poblaciones.

El primer paso para aplicar el test de Wilcoxon consiste en ordenar los datos de ambas poblaciones, conjuntamente, de menor a mayor, asignando a cada dato el rango correspondiente a la posición que ocupa en la lista ordenada. Si hay un grupo de valores idénticos, se le asignará como rango el rango medio de todos ellos. Sean entonces W_1 y W_2 la suma de los rangos de los datos correspondientes a la primera y segunda población, respectivamente. Si ambas poblaciones fueran iguales W_1 y W_2 deberían ser parecidos.

Denotaremos por n_1 y n_2 a los tamaños de las muestras de la primera y la segunda población. La regla de rechazo sobre la hipótesis nula la formularemos en función de estadístico

$$U_1 = W_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

Se puede comprobar que, bajo la hipótesis nula, la media y la varianza de la distribución muestral de U_1 vienen dadas por

$$E(U_1) = \frac{n_1 n_2}{2} \quad \text{y} \quad Var(U_1) = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

Cuando n_1 y n_2 sean a la vez mayores que 8, la distribución de U_1 puede aproximarse a la de una variable aleatoria normal. De este modo, si

$$z_{exp} = \frac{U_1 - E(U_1)}{\sqrt{Var(U_1)}}$$

rechazaremos la igualdad de las poblaciones y tendremos evidencia de una de ellas produce observaciones mayores que la otra si $z_{exp} \geq z_{1-\alpha/2}$ o bien $z_{exp} \leq -z_{1-\alpha/2}$.

TABLAS

Tabla : Coeficientes $a_{n,i+1}$ para el Contraste W de Shapiro y Wilks

i	n = 2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.7071	.7071	.6872	.6646	.6431	.6233	.6052	.5888	.5739
2	---	---	.0000	.1677	.2413	.2806	.3031	.3164	.3244
3	---	---	---	---	.0000	.0875	.1401	.1743	.1976
4	---	---	---	---	---	.0000	.0561	.0947	.1224
5	---	---	---	---	---	---	---	.0000	.0399

i	n = 11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	.5601	.5475	.5359	.5251	.5150	.5056	.4968	.4886	.4808	.4734
2	.3315	.3325	.3325	.3318	.3306	.3290	.3273	.3253	.3232	.3211
3	.2260	.2347	.2412	.2460	.2495	.2521	.2540	.2553	.2561	.2565
4	.1429	.1586	.1707	.1802	.1878	.1939	.1988	.2027	.2059	.2085
5	.0695	.0922	.1099	.1240	.1353	.1447	.1524	.1587	.1641	.1686
6	.0000	.0303	.0539	.0727	.0880	.1005	.1109	.1197	.1271	.1334
7	---	---	.0000	.0240	.0433	.0593	.0725	.0837	.0932	.1013
8	---	---	---	---	.0000	.0196	.0359	.0496	.0612	.0711
9	---	---	---	---	---	---	.0000	.0163	.0303	.0422
10	---	---	---	---	---	---	---	---	.0000	.0140

i	n = 21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	.4643	.4590	.4542	.4493	.4450	.4407	.4366	.4328	.4291	.4254
2	.3185	.3156	.3126	.3098	.3069	.3043	.3018	.2992	.2968	.2944
3	.2578	.2571	.2563	.2554	.2543	.2533	.2522	.2510	.2499	.2487
4	.2119	.2131	.2139	.2145	.2148	.2151	.2152	.2151	.2148	.2148
5	.1736	.1764	.1787	.1807	.1822	.1836	.1848	.1857	.1864	.1870
6	.1399	.1443	.1480	.1512	.1539	.1563	.1584	.1601	.1616	.1630
7	.1092	.1150	.1201	.1245	.1283	.1316	.1346	.1372	.1393	.1415
8	.0804	.0878	.0941	.0997	.1046	.1089	.1128	.1162	.1192	.1219
9	.0530	.0618	.0696	.0764	.0823	.0876	.0923	.0965	.1002	.1036
10	.0263	.0368	.0459	.0539	.0610	.0672	.0728	.0778	.0822	.0862
11	.0000	.0122	.0228	.0321	.0403	.0476	.0540	.0598	.0650	.0697
12	---	---	.0000	.0107	.0200	.0284	.0358	.0424	.0483	.0537
13	---	---	---	---	.0000	.0094	.0178	.0253	.0320	.0381
14	---	---	---	---	---	---	.0000	.0084	.0159	.0227
15	---	---	---	---	---	---	---	---	.0000	.0076

i	n = 31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	.4220	.4188	.4156	.4127	.4096	.4068	.4040	.4015	.3989	.3964
2	.2921	.2898	.2876	.2854	.2834	.2813	.2794	.2774	.2755	.2737
3	.2475	.2463	.2451	.2439	.2427	.2415	.2403	.2391	.2380	.2368
4	.2145	.2141	.2137	.2132	.2127	.2121	.2116	.2110	.2104	.2098
5	.1874	.1878	.1880	.1882	.1883	.1883	.1883	.1881	.1880	.1878
6	.1641	.1651	.1660	.1667	.1673	.1678	.1683	.1686	.1689	.1691
7	.1433	.1449	.1463	.1475	.1487	.1496	.1505	.1513	.1520	.1526
8	.1243	.1265	.1284	.1301	.1317	.1331	.1344	.1356	.1366	.1376
9	.1066	.1093	.1118	.1140	.1160	.1179	.1196	.1211	.1225	.1237
10	.0899	.0931	.0961	.0988	.1013	.1036	.1056	.1075	.1092	.1108

TABLAS

Coeficientes $a_{n,i+1}$ para el Contraste W de Shapiro y Wilks

i	n = 31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
11	.0739	.0777	.0812	.0844	.0873	.0900	.0924	.0947	.0967	.0986
12	.0585	.0629	.0669	.0706	.0739	.0770	.0798	.0824	.0848	.0870
13	.0435	.0485	.0530	.0572	.0610	.0645	.0677	.0706	.0733	.0759
14	.0289	.0344	.0395	.0441	.0484	.0523	.0559	.0592	.0622	.0651
15	.0144	.0206	.0262	.0314	.0361	.0404	.0444	.0481	.0515	.0546
16	.0000	.0068	.0131	.0187	.0239	.0287	.0331	.0372	.0409	.0444
17	---	---	.0000	.0062	.0119	.0172	.0220	.0264	.0305	.0343
18	---	---	---	---	.0000	.0057	.0110	.0158	.0203	.0244
19	---	---	---	---	---	.0000	.0053	.0101	.0146	.0194
20	---	---	---	---	---	---	.0000	.0053	.0101	.0146

i	n = 41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	.3940	.3917	.3894	.3872	.3850	.3830	.3808	.3789	.3770	.3751
2	.2719	.2701	.2684	.2667	.2651	.2635	.2620	.2604	.2589	.2574
3	.2357	.2345	.2334	.2323	.2313	.2302	.2291	.2281	.2271	.2260
4	.2091	.2085	.2078	.2072	.2065	.2068	.2052	.2045	.2038	.2032
5	.1876	.1874	.1871	.1868	.1865	.1862	.1859	.1853	.1851	.1847
6	.1693	.1694	.1695	.1695	.1695	.1695	.1695	.1693	.1692	.1691
7	.1531	.1535	.1539	.1542	.1545	.1548	.1550	.1551	.1553	.1554
8	.1384	.1392	.1398	.1405	.1410	.1415	.1420	.1423	.1427	.1430
9	.1249	.1259	.1269	.1278	.1286	.1293	.1300	.1306	.1312	.1317
10	.1123	.1136	.1149	.1160	.1170	.1180	.1189	.1197	.1205	.1212
11	.1004	.1020	.1035	.1049	.1062	.1073	.1085	.1095	.1105	.1113
12	.0891	.0909	.0927	.0943	.0959	.0972	.0986	.0998	.1010	.1020
13	.0782	.0804	.0824	.0842	.0860	.0876	.0892	.0906	.0919	.0932
14	.0677	.0701	.0724	.0745	.0765	.0783	.0801	.0817	.0832	.0846
15	.0575	.0602	.0628	.0651	.0673	.0694	.0713	.0731	.0748	.0764
16	.0476	.0506	.0534	.0560	.0584	.0607	.0628	.0648	.0667	.0685
17	.0379	.0411	.0442	.0471	.0497	.0522	.0546	.0568	.0588	.0608
18	.0283	.0318	.0352	.0383	.0412	.0439	.0465	.0489	.0511	.0532
19	.0188	.0227	.0263	.0299	.0328	.0357	.0385	.0411	.0436	.0459
20	.0094	.0136	.0175	.0211	.0245	.0277	.0307	.0335	.0361	.0386
21	.0000	.0045	.0087	.0126	.0166	.0197	.0229	.0259	.0288	.0314
22	---	---	.0000	.0042	.0081	.0118	.0153	.0185	.0215	.0244
23	---	---	---	---	.0000	.0039	.0076	.0111	.0143	.0174
24	---	---	---	---	---	---	.0037	.0071	.0104	.0140
25	---	---	---	---	---	---	---	.0037	.0071	.0104

XIV. Valores críticos del Test de SHAPIRO-WILK

n	Nivel (α)								
	0.01	0.02	0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	0.98	0.99
3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959	0.998	0.999	1.000	1.000
4	.687	.707	.748	.792	.935	.987	.992	.996	.997
5	.686	.715	.762	.806	.927	.979	.986	.991	.993
6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927	0.974	0.981	0.986	0.989
7	.730	.760	.803	.838	.928	.972	.979	.985	.988
8	.749	.778	.818	.851	.932	.972	.978	.984	.987
9	.764	.791	.829	.859	.935	.972	.978	.984	.986
10	.781	.806	.842	.869	.938	.972	.978	.983	.986
11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940	0.973	0.979	0.984	0.986
12	.805	.828	.859	.883	.943	.973	.979	.984	.986
13	.814	.837	.866	.889	.945	.974	.979	.984	.986
14	.825	.846	.874	.895	.947	.975	.980	.984	.986
15	.835	.855	.881	.901	.950	.975	.980	.984	.987
16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952	0.976	0.981	0.985	0.987
17	.851	.869	.892	.910	.954	.977	.981	.985	.987
18	.858	.874	.897	.914	.956	.978	.982	.986	.988
19	.863	.879	.901	.917	.957	.978	.982	.986	.988
20	.868	.884	.905	.920	.959	.979	.983	.986	.988
21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.960	0.980	0.983	0.987	0.989
22	.878	.892	.911	.926	.961	.980	.984	.987	.989
23	.881	.895	.914	.928	.962	.981	.984	.987	.989
24	.884	.898	.916	.930	.963	.981	.984	.987	.989
25	.888	.901	.918	.931	.964	.981	.985	.988	.989
26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965	0.982	0.985	0.988	0.989
27	.894	.906	.923	.935	.965	.982	.985	.988	.990
28	.896	.908	.924	.936	.966	.982	.985	.988	.990
29	.898	.910	.926	.937	.966	.982	.985	.988	.990
30	.900	.912	.927	.939	.967	.983	.985	.988	.990
31	0.902	0.914	0.929	0.940	0.967	0.983	0.986	0.988	0.990
32	.904	.915	.930	.941	.968	.983	.986	.988	.990
33	.906	.917	.931	.942	.968	.983	.986	.989	.990
34	.908	.919	.933	.943	.969	.983	.986	.989	.990
35	.910	.920	.934	.944	.969	.984	.986	.989	.990
36	0.912	0.922	0.935	0.945	0.970	0.984	0.986	0.989	0.990
37	.914	.924	.936	.946	.970	.984	.987	.989	.990
38	.916	.925	.938	.947	.971	.984	.987	.989	.990
39	.917	.927	.939	.948	.971	.984	.987	.989	.991
40	.919	.928	.940	.949	.972	.985	.987	.989	.991
41	0.920	0.929	0.941	0.950	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
42	.922	.930	.942	.951	.972	.985	.987	.989	.991
43	.923	.932	.943	.951	.973	.985	.987	.990	.991
44	.924	.933	.944	.952	.973	.985	.987	.990	.991
45	.926	.934	.945	.953	.973	.985	.988	.990	.991
46	0.927	0.935	0.945	0.953	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
47	.928	.936	.946	.954	.974	.985	.988	.990	.991
48	.929	.937	.947	.954	.974	.985	.988	.990	.991
49	.929	.937	.947	.955	.974	.985	.988	.990	.991
50	.930	.938	.947	.955	.974	.985	.988	.990	.991

Bajos valores de W indican significación.

$P(X \leq k)$ para una variable aleatoria $X \sim B(n, p)$

		p											
		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	
n= 1	k=	0	0,9500	0,9000	0,8000	0,7000	0,6000	0,5000	0,4000	0,3000	0,2000	0,1000	0,0500
		1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 2	k=	0	0,9025	0,8100	0,6400	0,4900	0,3600	0,2500	0,1600	0,0900	0,0400	0,0100	0,0025
		1	0,9975	0,9900	0,9600	0,9100	0,8400	0,7500	0,6400	0,5100	0,3600	0,1900	0,0975
		2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 3	k=	0	0,8574	0,7290	0,5120	0,3430	0,2160	0,1250	0,0640	0,0270	0,0080	0,0010	0,0001
		1	0,9928	0,9720	0,8960	0,7840	0,6480	0,5000	0,3520	0,2160	0,1040	0,0280	0,0073
		2	0,9999	0,9990	0,9920	0,9730	0,9360	0,8750	0,7840	0,6570	0,4880	0,2710	0,1426
		3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 4	k=	0	0,8145	0,6561	0,4096	0,2401	0,1296	0,0625	0,0256	0,0081	0,0016	0,0001	0,0000
		1	0,9860	0,9477	0,8192	0,6517	0,4752	0,3125	0,1792	0,0837	0,0272	0,0037	0,0005
		2	0,9995	0,9963	0,9728	0,9163	0,8208	0,6875	0,5248	0,3483	0,1808	0,0523	0,0140
		3	1,0000	0,9999	0,9984	0,9919	0,9744	0,9375	0,8704	0,7599	0,5904	0,3439	0,1855
		4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 5	k=	0	0,7738	0,5905	0,3277	0,1681	0,0778	0,0313	0,0102	0,0024	0,0003	0,0000	0,0000
		1	0,9774	0,9185	0,7373	0,5282	0,3370	0,1875	0,0870	0,0308	0,0067	0,0005	0,0000
		2	0,9988	0,9914	0,9421	0,8369	0,6826	0,5000	0,3174	0,1631	0,0579	0,0086	0,0012
		3	1,0000	0,9995	0,9933	0,9692	0,9130	0,8125	0,6630	0,4718	0,2627	0,0815	0,0226
		4	1,0000	1,0000	0,9997	0,9976	0,9898	0,9688	0,9222	0,8319	0,6723	0,4095	0,2262
		5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 6	k=	0	0,7351	0,5314	0,2621	0,1176	0,0467	0,0156	0,0041	0,0007	0,0001	0,0000	0,0000
		1	0,9672	0,8857	0,6554	0,4202	0,2333	0,1094	0,0410	0,0109	0,0016	0,0001	0,0000
		2	0,9978	0,9842	0,9011	0,7443	0,5443	0,3438	0,1792	0,0705	0,0170	0,0013	0,0001
		3	0,9999	0,9987	0,9830	0,9295	0,8208	0,6563	0,4557	0,2557	0,0989	0,0159	0,0022
		4	1,0000	0,9999	0,9984	0,9891	0,9590	0,8906	0,7667	0,5798	0,3446	0,1143	0,0328
		5	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9959	0,9844	0,9533	0,8824	0,7379	0,4686	0,2649
		6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 7	k=	0	0,6983	0,4783	0,2097	0,0824	0,0280	0,0078	0,0016	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
		1	0,9556	0,8503	0,5767	0,3294	0,1586	0,0625	0,0188	0,0038	0,0004	0,0000	0,0000
		2	0,9962	0,9743	0,8520	0,6471	0,4199	0,2266	0,0963	0,0288	0,0047	0,0002	0,0000
		3	0,9998	0,9973	0,9667	0,8740	0,7102	0,5000	0,2898	0,1260	0,0333	0,0027	0,0002
		4	1,0000	0,9998	0,9953	0,9712	0,9037	0,7734	0,5801	0,3529	0,1480	0,0257	0,0038
		5	1,0000	1,0000	0,9996	0,9962	0,9812	0,9375	0,8414	0,6706	0,4233	0,1497	0,0444
		6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9984	0,9922	0,9720	0,9176	0,7903	0,5217	0,3017
		7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 8	k=	0	0,6634	0,4305	0,1678	0,0576	0,0168	0,0039	0,0007	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
		1	0,9428	0,8131	0,5033	0,2553	0,1064	0,0352	0,0085	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000
		2	0,9942	0,9619	0,7969	0,5518	0,3154	0,1445	0,0498	0,0113	0,0012	0,0000	0,0000
		3	0,9996	0,9950	0,9437	0,8059	0,5941	0,3633	0,1737	0,0580	0,0104	0,0004	0,0000
		4	1,0000	0,9996	0,9896	0,9420	0,8263	0,6367	0,4059	0,1941	0,0563	0,0050	0,0004
		5	1,0000	1,0000	0,9988	0,9887	0,9502	0,8555	0,6846	0,4482	0,2031	0,0381	0,0058
		6	1,0000	1,0000	0,9999	0,9987	0,9915	0,9648	0,8936	0,7447	0,4967	0,1869	0,0572
		7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9961	0,9832	0,9424	0,8322	0,5695	0,3366
		8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$P(X \leq k)$ para una variable aleatoria $X \sim B(n, p)$

		p										
		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
n= 9	k= 0	0,6302	0,3874	0,1342	0,0404	0,0101	0,0020	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,9288	0,7748	0,4362	0,1960	0,0705	0,0195	0,0038	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9916	0,9470	0,7382	0,4628	0,2318	0,0898	0,0250	0,0043	0,0003	0,0000	0,0000
	3	0,9994	0,9917	0,9144	0,7297	0,4826	0,2539	0,0994	0,0253	0,0031	0,0001	0,0000
	4	1,0000	0,9991	0,9804	0,9012	0,7334	0,5000	0,2666	0,0988	0,0196	0,0009	0,0000
	5	1,0000	0,9999	0,9969	0,9747	0,9006	0,7461	0,5174	0,2703	0,0856	0,0083	0,0006
	6	1,0000	1,0000	0,9997	0,9957	0,9750	0,9102	0,7682	0,5372	0,2618	0,0530	0,0084
	7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9962	0,9805	0,9295	0,8040	0,5638	0,2252	0,0712
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9980	0,9899	0,9596	0,8658	0,6126	0,3698
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 10	k= 0	0,5987	0,3487	0,1074	0,0282	0,0060	0,0010	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,9139	0,7361	0,3758	0,1493	0,0464	0,0107	0,0017	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9885	0,9298	0,6778	0,3828	0,1673	0,0547	0,0123	0,0016	0,0001	0,0000	0,0000
	3	0,9990	0,9872	0,8791	0,6496	0,3823	0,1719	0,0548	0,0106	0,0009	0,0000	0,0000
	4	0,9999	0,9984	0,9672	0,8497	0,6331	0,3770	0,1662	0,0473	0,0064	0,0001	0,0000
	5	1,0000	0,9999	0,9936	0,9527	0,8338	0,6230	0,3669	0,1503	0,0328	0,0016	0,0001
	6	1,0000	1,0000	0,9991	0,9894	0,9452	0,8281	0,6177	0,3504	0,1209	0,0128	0,0010
	7	1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9877	0,9453	0,8327	0,6172	0,3222	0,0702	0,0115
	8	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9983	0,9893	0,9536	0,8507	0,6242	0,2639	0,0861
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9990	0,9940	0,9718	0,8926	0,6513	0,4013
	10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 11	k= 0	0,5688	0,3138	0,0859	0,0198	0,0036	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8981	0,6974	0,3221	0,1130	0,0302	0,0059	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9848	0,9104	0,6174	0,3127	0,1189	0,0327	0,0059	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9984	0,9815	0,8389	0,5696	0,2963	0,1133	0,0293	0,0043	0,0002	0,0000	0,0000
	4	0,9999	0,9972	0,9496	0,7897	0,5328	0,2744	0,0994	0,0216	0,0020	0,0000	0,0000
	5	1,0000	0,9997	0,9883	0,9218	0,7535	0,5000	0,2465	0,0782	0,0117	0,0003	0,0000
	6	1,0000	1,0000	0,9980	0,9784	0,9006	0,7256	0,4672	0,2103	0,0504	0,0028	0,0001
	7	1,0000	1,0000	0,9998	0,9957	0,9707	0,8867	0,7037	0,4304	0,1611	0,0185	0,0016
	8	1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	0,9941	0,9673	0,8811	0,6873	0,3826	0,0896	0,0152
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9941	0,9698	0,8870	0,6779	0,3026	0,1019
	10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9964	0,9802	0,9141	0,6862	0,4312
	11	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 12	k= 0	0,5404	0,2824	0,0687	0,0138	0,0022	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8816	0,6590	0,2749	0,0850	0,0196	0,0032	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9804	0,8891	0,5583	0,2528	0,0834	0,0193	0,0028	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9978	0,9744	0,7946	0,4925	0,2253	0,0730	0,0153	0,0017	0,0001	0,0000	0,0000
	4	0,9998	0,9957	0,9274	0,7237	0,4382	0,1938	0,0573	0,0095	0,0006	0,0000	0,0000
	5	1,0000	0,9995	0,9806	0,8822	0,6652	0,3872	0,1582	0,0386	0,0039	0,0001	0,0000
	6	1,0000	0,9999	0,9961	0,9614	0,8418	0,6128	0,3348	0,1178	0,0194	0,0005	0,0000
	7	1,0000	1,0000	0,9994	0,9905	0,9427	0,8062	0,5618	0,2763	0,0726	0,0043	0,0002
	8	1,0000	1,0000	0,9999	0,9983	0,9847	0,9270	0,7747	0,5075	0,2054	0,0256	0,0022
	9	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9972	0,9807	0,9166	0,7472	0,4417	0,1109	0,0196
	10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9968	0,9804	0,9150	0,7251	0,3410	0,1184
	11	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9978	0,9862	0,9313	0,7176	0,4596
	12	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$P(X \leq k)$ para una variable aleatoria $X \sim B(n, p)$

		p										
		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
n= 13	k= 0	0,5133	0,2542	0,0550	0,0097	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8646	0,6213	0,2336	0,0637	0,0126	0,0017	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9755	0,8661	0,5017	0,2025	0,0579	0,0112	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9969	0,9658	0,7473	0,4206	0,1686	0,0461	0,0078	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9997	0,9935	0,9009	0,6543	0,3530	0,1334	0,0321	0,0040	0,0002	0,0000	0,0000
	5	1,0000	0,9991	0,9700	0,8346	0,5744	0,2905	0,0977	0,0182	0,0012	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9999	0,9930	0,9376	0,7712	0,5000	0,2288	0,0624	0,0070	0,0001	0,0000
	7	1,0000	1,0000	0,9988	0,9818	0,9023	0,7095	0,4256	0,1654	0,0300	0,0009	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9998	0,9960	0,9679	0,8666	0,6470	0,3457	0,0991	0,0065	0,0003
	9	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9922	0,9539	0,8314	0,5794	0,2527	0,0342	0,0031
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9987	0,9888	0,9421	0,7975	0,4983	0,1339	0,0245
	11	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9983	0,9874	0,9363	0,7664	0,3787	0,1354
	12	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9987	0,9903	0,9450	0,7458	0,4867
13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
n= 14	k= 0	0,4877	0,2288	0,0440	0,0068	0,0008	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8470	0,5846	0,1979	0,0475	0,0081	0,0009	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9699	0,8416	0,4481	0,1608	0,0398	0,0065	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9958	0,9559	0,6982	0,3552	0,1243	0,0287	0,0039	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9996	0,9908	0,8702	0,5842	0,2793	0,0898	0,0175	0,0017	0,0000	0,0000	0,0000
	5	1,0000	0,9985	0,9561	0,7805	0,4859	0,2120	0,0583	0,0083	0,0004	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9998	0,9884	0,9067	0,6925	0,3953	0,1501	0,0315	0,0024	0,0000	0,0000
	7	1,0000	1,0000	0,9976	0,9685	0,8499	0,6047	0,3075	0,0933	0,0116	0,0002	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9996	0,9917	0,9417	0,7880	0,5141	0,2195	0,0439	0,0015	0,0000
	9	1,0000	1,0000	1,0000	0,9983	0,9825	0,9102	0,7207	0,4158	0,1298	0,0092	0,0004
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9961	0,9713	0,8757	0,6448	0,3018	0,0441	0,0042
	11	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	0,9935	0,9602	0,8392	0,5519	0,1584	0,0301
	12	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9991	0,9919	0,9525	0,8021	0,4154	0,1530
	13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9992	0,9932	0,9560	0,7712	0,5123
14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
n= 15	k= 0	0,4633	0,2059	0,0352	0,0047	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8290	0,5490	0,1671	0,0353	0,0052	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9638	0,8159	0,3980	0,1268	0,0271	0,0037	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9945	0,9444	0,6482	0,2969	0,0905	0,0176	0,0019	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9994	0,9873	0,8358	0,5155	0,2173	0,0592	0,0093	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9999	0,9978	0,9389	0,7216	0,4032	0,1509	0,0338	0,0037	0,0001	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9997	0,9819	0,8689	0,6098	0,3036	0,0950	0,0152	0,0008	0,0000	0,0000
	7	1,0000	1,0000	0,9958	0,9500	0,7869	0,5000	0,2131	0,0500	0,0042	0,0000	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9992	0,9848	0,9050	0,6964	0,3902	0,1311	0,0181	0,0003	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9999	0,9963	0,9662	0,8491	0,5968	0,2784	0,0611	0,0022	0,0001
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9907	0,9408	0,7827	0,4845	0,1642	0,0127	0,0006
	11	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9981	0,9824	0,9095	0,7031	0,3518	0,0556	0,0055
	12	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9963	0,9729	0,8732	0,6020	0,1841	0,0362
	13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9948	0,9647	0,8329	0,4510	0,1710
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9953	0,9648	0,7941	0,5367
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$P(X \leq k)$ para una variable aleatoria $X \sim B(n, p)$

		p										
		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
n= 16	k= 0	0,4401	0,1853	0,0281	0,0033	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,8108	0,5147	0,1407	0,0261	0,0033	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9571	0,7892	0,3518	0,0994	0,0183	0,0021	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9930	0,9316	0,5981	0,2459	0,0651	0,0106	0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9991	0,9830	0,7982	0,4499	0,1666	0,0384	0,0049	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9999	0,9967	0,9183	0,6598	0,3288	0,1051	0,0191	0,0016	0,0000	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9995	0,9733	0,8247	0,5272	0,2272	0,0583	0,0071	0,0002	0,0000	0,0000
	7	1,0000	0,9999	0,9930	0,9256	0,7161	0,4018	0,1423	0,0257	0,0015	0,0000	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9985	0,9743	0,8577	0,5982	0,2839	0,0744	0,0070	0,0001	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9998	0,9929	0,9417	0,7728	0,4728	0,1753	0,0267	0,0005	0,0000
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9984	0,9809	0,8949	0,6712	0,3402	0,0817	0,0033	0,0001
	11	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9951	0,9616	0,8334	0,5501	0,2018	0,0170	0,0009
	12	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9991	0,9894	0,9349	0,7541	0,4019	0,0684	0,0070
	13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9979	0,9817	0,9006	0,6482	0,2108	0,0429
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9967	0,9739	0,8593	0,4853	0,1892
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9967	0,9719	0,8147	0,5599
	16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 17	k= 0	0,4181	0,1668	0,0225	0,0023	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,7922	0,4818	0,1182	0,0193	0,0021	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9497	0,7618	0,3096	0,0774	0,0123	0,0012	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9912	0,9174	0,5489	0,2019	0,0464	0,0064	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9988	0,9779	0,7582	0,3887	0,1260	0,0245	0,0025	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9999	0,9953	0,8943	0,5968	0,2639	0,0717	0,0106	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9992	0,9623	0,7752	0,4478	0,1662	0,0348	0,0032	0,0001	0,0000	0,0000
	7	1,0000	0,9999	0,9891	0,8954	0,6405	0,3145	0,0919	0,0127	0,0005	0,0000	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9974	0,9597	0,8011	0,5000	0,1989	0,0403	0,0026	0,0000	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9995	0,9873	0,9081	0,6855	0,3595	0,1046	0,0109	0,0001	0,0000
	10	1,0000	1,0000	0,9999	0,9968	0,9652	0,8338	0,5522	0,2248	0,0377	0,0008	0,0000
	11	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9894	0,9283	0,7361	0,4032	0,1057	0,0047	0,0001
	12	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9975	0,9755	0,8740	0,6113	0,2418	0,0221	0,0012
	13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9936	0,9536	0,7981	0,4511	0,0826	0,0088
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9988	0,9877	0,9226	0,6904	0,2382	0,0503
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9979	0,9807	0,8818	0,5182	0,2078
	16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9977	0,9775	0,8332	0,5819
17	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
n= 18	k= 0	0,3972	0,1501	0,0180	0,0016	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,7735	0,4503	0,0991	0,0142	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9419	0,7338	0,2713	0,0600	0,0082	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9891	0,9018	0,5010	0,1646	0,0328	0,0038	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9985	0,9718	0,7164	0,3327	0,0942	0,0154	0,0013	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9998	0,9936	0,8671	0,5344	0,2088	0,0481	0,0058	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9988	0,9487	0,7217	0,3743	0,1189	0,0203	0,0014	0,0000	0,0000	0,0000
	7	1,0000	0,9998	0,9837	0,8593	0,5634	0,2403	0,0576	0,0061	0,0002	0,0000	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9957	0,9404	0,7368	0,4073	0,1347	0,0210	0,0009	0,0000	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9991	0,9790	0,8653	0,5927	0,2632	0,0596	0,0043	0,0000	0,0000
	10	1,0000	1,0000	0,9998	0,9939	0,9424	0,7597	0,4366	0,1407	0,0163	0,0002	0,0000
	11	1,0000	1,0000	1,0000	0,9986	0,9797	0,8811	0,6257	0,2783	0,0513	0,0012	0,0000
	12	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9942	0,9519	0,7912	0,4656	0,1329	0,0064	0,0002
	13	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9987	0,9846	0,9058	0,6673	0,2836	0,0282	0,0015
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9962	0,9672	0,8354	0,4990	0,0982	0,0109
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9918	0,9400	0,7287	0,2662	0,0581
	16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9987	0,9858	0,9009	0,5497	0,2265
	17	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9820	0,8499	0,6028
18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	

$P(X \leq k)$ para una variable aleatoria $X \sim B(n, p)$

		p										
		0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
n= 19	k= 0	0,3774	0,1351	0,0144	0,0011	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,7547	0,4203	0,0829	0,0104	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9335	0,7054	0,2369	0,0462	0,0055	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9868	0,8850	0,4551	0,1332	0,0230	0,0022	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9980	0,9648	0,6733	0,2822	0,0696	0,0096	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9998	0,9914	0,8369	0,4739	0,1629	0,0318	0,0031	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9983	0,9324	0,6655	0,3081	0,0835	0,0116	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000
	7	1,0000	0,9997	0,9767	0,8180	0,4878	0,1796	0,0352	0,0028	0,0000	0,0000	0,0000
	8	1,0000	1,0000	0,9933	0,9161	0,6675	0,3238	0,0885	0,0105	0,0003	0,0000	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9984	0,9674	0,8139	0,5000	0,1861	0,0326	0,0016	0,0000	0,0000
	10	1,0000	1,0000	0,9997	0,9895	0,9115	0,6762	0,3325	0,0839	0,0067	0,0000	0,0000
	11	1,0000	1,0000	1,0000	0,9972	0,9648	0,8204	0,5122	0,1820	0,0233	0,0003	0,0000
	12	1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	0,9884	0,9165	0,6919	0,3345	0,0676	0,0017	0,0000
	13	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9969	0,9682	0,8371	0,5261	0,1631	0,0086	0,0002
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	0,9904	0,9304	0,7178	0,3267	0,0352	0,0020
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9978	0,9770	0,8668	0,5449	0,1150	0,0132
	16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9945	0,9538	0,7631	0,2946	0,0665
	17	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9992	0,9896	0,9171	0,5797	0,2453
	18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9989	0,9856	0,8649	0,6226
	19	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
n= 20	k= 0	0,3585	0,1216	0,0115	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1	0,7358	0,3917	0,0692	0,0076	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,9245	0,6769	0,2061	0,0355	0,0036	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	0,9841	0,8670	0,4114	0,1071	0,0160	0,0013	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	4	0,9974	0,9568	0,6296	0,2375	0,0510	0,0059	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	5	0,9997	0,9887	0,8042	0,4164	0,1256	0,0207	0,0016	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	6	1,0000	0,9976	0,9133	0,6080	0,2500	0,0577	0,0065	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
	7	1,0000	0,9996	0,9679	0,7723	0,4159	0,1316	0,0210	0,0013	0,0000	0,0000	0,0000
	8	1,0000	0,9999	0,9900	0,8867	0,5956	0,2517	0,0565	0,0051	0,0001	0,0000	0,0000
	9	1,0000	1,0000	0,9974	0,9520	0,7553	0,4119	0,1275	0,0171	0,0006	0,0000	0,0000
	10	1,0000	1,0000	0,9994	0,9829	0,8725	0,5881	0,2447	0,0480	0,0026	0,0000	0,0000
	11	1,0000	1,0000	0,9999	0,9949	0,9435	0,7483	0,4044	0,1133	0,0100	0,0001	0,0000
	12	1,0000	1,0000	1,0000	0,9987	0,9790	0,8684	0,5841	0,2277	0,0321	0,0004	0,0000
	13	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9935	0,9423	0,7500	0,3920	0,0867	0,0024	0,0000
	14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9984	0,9793	0,8744	0,5836	0,1958	0,0113	0,0003
	15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9941	0,9490	0,7625	0,3704	0,0432	0,0026
	16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9987	0,9840	0,8929	0,5886	0,1330	0,0159
	17	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9964	0,9645	0,7939	0,3231	0,0755
	18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9924	0,9308	0,6083	0,2642
	19	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9992	0,9885	0,8784	0,6415
	20	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

MATEMÁTICAS III

Ejercicios correspondientes al seminario: “Estadística no paramétrica”

Ejercicio 1. Una maquinaria de precisión sufre fallos de funcionamiento. Se desea estudiar si los fallos siguen un patrón aleatorio o, por el contrario, esto no es así lo que podría indicar que los fallos se deben a una manipulación incorrecta. Para ello se observa el funcionamiento de la máquina, durante sucesivos periodos de una hora, recogiendo la siguiente muestra, en la que I denota funcionamiento incorrecto y C denota funcionamiento correcto, durante el correspondiente periodo:

Muestra: (ver anexo)

¿Existe evidencia significativa para afirmar que los fallos de funcionamiento de la máquina no siguen un patrón aleatorio? (Plantear y resolver un contraste de hipótesis adecuado utilizando como nivel de significación $\alpha = 0.05$)

Ejercicio 2. Se desea comparar los tiempos de funcionamiento sin fallos, en horas, de dos dispositivos. Para ello se tomaron datos sobre periodos de tiempo de funcionamiento sin fallos, obteniendo las siguientes muestras:

Tiempos de funcionamiento sin fallos del dispositivos de tipo I: (ver anexo)

Tiempos de funcionamiento sin fallos del dispositivos de tipo II: (ver anexo)

Plantear y resolver contrastes de hipótesis adecuados para responder a las siguientes cuestiones (utilizar en todos los casos nivel de significación $\alpha = 0.05$).

- a) ¿Existe evidencia significativa para afirmar que las magnitudes de los tiempos de funcionamiento sin fallos de ambos dispositivos son distintas?
- b) ¿Existe evidencia significativa para afirmar que la mediana del tiempo de funcionamiento sin fallos del dispositivo de tipo I es distinta de 52?
- c) ¿Existe evidencia significativa para rechazar la hipótesis de que la distribución de los tiempos de funcionamiento sin fallos del dispositivo de tipo II sigue una distribución normal?

LA RESOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS DEBE ENTREGARSE ESCRITA A MANO.

FECHA LÍMITE DE ENTREGA:
MIÉRCOLES 6 DE JUNIO A LAS 09:30H.

ANEXO

Muestra a considerar en el ejercicio 1:

- Si tu DNI/pasaporte termina en 0 ó 1, considera la muestra
ICCCCICICCCCCICCCICCCICCCICICIII
- Si tu DNI/pasaporte termina en 2 ó 3, considera la muestra
CCHICICICHIICHIICHIICICICCCCCIICC
- Si tu DNI/pasaporte termina en 4 ó 5, considera la muestra
CCCICICICCCCCICCCICCCCCICICICIIICCI
- Si tu DNI/pasaporte termina en 6 ó 7, considera la muestra
CICCCICICCCCCICCIICCCICICICCCICCC
- Si tu DNI/pasaporte termina en 8 ó 9, considera la muestra
IICCCCCICICCCICICICCCICCCICCCCCIICCI

Muestras a considerar en el ejercicio 2:

- Si tu DNI/pasaporte termina en 0 ó 1, considera las muestras
Muestra dispositivos tipo I: 53.25, 52.3, 54.27, 52.14, 53.24, 55.16, 52.85, 50.95, 54.10, 51.17, 53.57, 51.24
Muestra dispositivos tipo II: 52.14, 53.16, 54.25, 51.26, 51.18, 52.04, 50.82, 53.46, 52.26, 55.35
- Si tu DNI/pasaporte termina en 2 ó 3, considera las muestras
Muestra dispositivos tipo I: 51.25, 49.3, 55.27, 52.18, 51.24, 53.16, 53.57, 55.95, 53.10, 51.17, 52.14, 54.16
Muestra dispositivos tipo II: 52.25, 51.26, 51.18, 52.04, 50.82, 53.46, 53.26, 52.35, 52.85, 54.24
- Si tu DNI/pasaporte termina en 4 ó 5, considera las muestras
Muestra dispositivos tipo I: 51.34, 52.16, 55.25, 51.26, 52.18, 52.04, 50.82, 53.46, 50.35, 51.17
Muestra dispositivos tipo II: 52.25, 51.35, 54.27, 52.14, 53.24, 54.16, 52.85, 51.95, 52.12, 51.20

- Si tu DNI/pasaporte termina en 6 ó 7, considera las muestras

Muestra dispositivos tipo I: 52.14, 51.16, 52.25, 54.26, 52.18, 53.04, 51.82, 54.46, 50.35, 53.19

Muestra dispositivos tipo II: 53.23, 52.3, 54.27, 51.14, 52.24, 54.16, 52.85, 51.95, 53.10, 53.17, 54.18

- Si tu DNI/pasaporte termina en 8 ó 9, considera las muestras

Muestra dispositivos tipo I: 52.14, 51.16, 53.25, 52.26, 54.18, 54.04, 52.82, 51.46, 54.35, 53.19

Muestra dispositivos tipo II: 54.25, 53.3, 52.27, 51.14, 54.24, 53.16, 54.85, 55.95, 54.10, 52.17, 56.9, 53.7