

EJERCICIO PROPUESTO Y GUÍA PARA RESOLVERLO

EJERCICIO PROPUESTO

OBJETIVO:

Queremos determinar la anchura de la banda prohibida, E_g , del germanio puro (semiconductor intrínseco). Es decir, el salto en energía ("energy gap") entre la banda de valencia (BV), que abarca las energías de electrones asociados a moléculas del material, y la banda de conducción (BC), que abarca las energías de electrones asociados al material en su conjunto.

FUNDAMENTO TEÓRICO:

Sabemos que si un electrón localizado en una molécula del semiconductor gana energía suficiente, puede deslocalizarse y pasar a moverse por todo el material, con una energía correspondiente a la BC. La ganancia de energía puede provenir de una reducción de la agitación térmica del material (de la agitación de sus moléculas). El «vacío» que deja, puede ser ocupado por otro electrón procedente de una molécula vecina, con una energía correspondiente a la BV. Este desplazamiento deja a su vez un «vacío» y el proceso puede repetirse. El movimiento de electrones producido en la BV se puede describir con el movimiento en sentido contrario de una partícula equivalente al electrón, pero con carga positiva (hueco).

Si aplicamos una diferencia de potencial, V , al semiconductor, se produce una corriente, I , debida tanto a los electrones con energías correspondientes a la BC, como a los «huecos» con energías correspondientes a la BV. Si aumentamos la temperatura (la agitación térmica), el número neto de pares electrón–hueco creados sube (como balance de una creación y destrucción más probables), lo que tiende a aumentar la corriente. Este efecto: el aumento de portadores de carga disponibles, domina, en el caso de un semiconductor intrínseco, al aumento del rozamiento generado por el incremento de la agitación térmica (temperatura). El balance hace que la corriente (la conductividad, σ) crezca con la temperatura. Esto disminuye la resistencia, R , del material.

La resistencia viene dada por:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$$

siendo L y S la longitud y sección del material. Y la conductividad de un conductor intrínseco por:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

donde la constante σ_0 no depende de la temperatura a temperaturas ordinarias, k_B es la constante de Boltzmann ($k_B = 8.617\,332\,4\,(78)\,10^{-5}\, \text{eV/K}$) y T la temperatura en Kelvin.

DESARROLLO EXPERIMENTAL:

La expresión anterior parece indicarnos que podemos obtener « E_g » a partir de la pendiente de la recta de un ajuste lineal de puntos experimentales ($(2K_B T)^{-1}$, $\ln(\sigma)$), ya que:

$$\ln(\sigma) = \ln(\sigma_0) - E_g \frac{1}{2K_B T} \Leftrightarrow Y = a + b X \Rightarrow E_g = -b$$

Para realizar tal determinación hemos calentado hasta 100 °C una lámina rectangular de Ge de 10 mm de longitud y 10 mm × 1 mm de sección. Una vez calentada, le hemos aplicado un voltaje constante, V, de 0.5 V a lo largo de L (que garantiza que la corriente no supere los 30 mA indicados por el fabricante). La hemos dejado enfriar y hemos ido midiendo la corriente, I, cada 5 grados de variación de temperatura a partir de 85 °C. Consideramos a L y S constantes, es decir, despreciamos la contracción del material. Los pares temperatura, en grados Celsius, y corriente, en miliamperios, obtenidos, fueron: (85.0, 17.90), (80.0, 14.90), (75.0, 12.40), (70.0, 12.30), (65.0, 8.44), (60.0, 6.90) y (55.0, 5.61). La resolución en las medidas de corriente fue, por tanto, 0.01 mA y en las de temperatura 0.1 °C.

Dato: El valor que aparece en la literatura para E_g es: $E_g = 0.742 - 4.80 \cdot 10^{-4} T^2 / (T + 235)$, en electronvoltios (eV), siendo T la temperatura en Kelvin –la absoluta– ($T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15$).

GUÍA DE RESOLUCIÓN (muy parecida a la de la Práctica 1)

Mantener una presentación, orden y descripción aceptables, y reflejar los cálculos realizados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN:

(1º) Presentar los datos experimentales en una tabla siguiendo las directrices dadas en el boletín de la Práctica 0. Añadir en la tabla 2 columnas o filas, una para $(2K_B T)^{-1}$ y otra para $\ln(\sigma)$, expresando los valores correspondientes redondeados a un número «razonable» de cifras significativas (a 3 en ambos casos: el número que tiene, como mínimo, toda «T» y toda «I»).

(2º) Representar $\ln(\sigma)$ frente a $(2K_B T)^{-1}$ en una gráfica hecha a mano, respetando las pautas dadas en el boletín de la Práctica 0, dentro de un rectángulo de 18 cm de alto por 16 de ancho. Descartar en la gráfica, como se indica en esas pautas, cualquier punto que refleje una medida anómala; es decir, fuera «claramente» del comportamiento lineal esperado.

(3º) Evaluar el coeficiente de regresión, r, del ajuste por mínimos cuadrados correspondiente, así como los valores medios e incertidumbres de la pendiente, b, y la ordenada en el origen, a, de dicho ajuste, sin emplear los puntos anómalos. Usar las expresiones dadas en el boletín de la Práctica 0 que se indican a continuación (aunque tanto las ordenadas como las abscisas no tengan incertidumbres iguales), e indicar el valor de los cinco sumatorios que aparecen. «N» es el número de puntos descartados los anómalos, y «S» significa suma de lo que aparece en el subíndice extendida a los puntos no anómalos.

$$r = \frac{NS_{XY} - S_X S_Y}{\sqrt{(NS_{X^2} - S_X^2)(NS_{Y^2} - S_Y^2)}}$$

$$\bar{b} = \frac{NS_{XY} - S_X S_Y}{NS_{X^2} - S_X^2}$$

$$\bar{a} = \frac{S_{X^2} S_Y - S_X S_{XY}}{NS_{X^2} - S_X^2}$$

$$u_b = \frac{\bar{b}}{r} \sqrt{\frac{1-r^2}{N-2}}$$

$$u_a = u_b \sqrt{\frac{S_{X^2}}{N}}$$

(4º) Expresar adecuadamente el valor de r , b y a . Para ello: truncar el valor de « r » y redondear los de « b » y « a », como se indica en el boletín de la Práctica 0. Indicar la unidad de la pendiente.

(5º) Representar, EN LA GRÁFICA, la recta [promedio] de mejor ajuste ($y = b \bar{x} + \bar{a}$), que corresponde a la recta que tiene de pendiente y ordenada los valores medios de ambas magnitudes. Para ello, evaluar previamente las coordenadas de los puntos de la misma correspondientes a temperaturas del Ge de 57.0 y 83.0 °C, respectivamente, expresándolas con un número de cifras razonable atendiendo a la resolución de la gráfica (la última cifra del orden de magnitud de la centésima parte del eje).

(6º) Concluir analizando los resultados. Hacerlo respondiéndose a las siguientes preguntas:

- ¿Se verifica la relación lineal esperada? ¿Por qué? Dar dos motivos y considerar que un nueve en « r » indica un ajuste aceptable, dos uno bueno y tres o más un ajuste muy bueno.
- ¿Se ha obtenido en el ajuste un valor para E_g adecuado? ¿Por qué? Responder tras calcular el error e incertidumbre relativos, en %, asociados a la medida (boletín Práctica 0). Expresarlos adecuadamente: redondeados a 2 cifras significativas. Tomar como valor verdadero para E_g su valor medio en el rango de temperaturas, redondeado al mismo número de cifras significativas que el valor medio de E_g obtenido en el ajuste. Considerar buenos un error, en valor absoluto, y una incertidumbre inferiores al 1 %, aceptables entre el 1 y 10 %, y malos mayores del 10 %. Además, considerar bueno que el valor verdadero esté dentro del rango de valores obtenido, es decir, que la incertidumbre sea mayor que el valor absoluto del error.
- ¿Cuál sería una estimación del valor de σ_0 ? Reflejar el cálculo realizado y expresarlo, finalmente, redondeado a un número de cifras adecuado y con su unidad, tanto en notación científica como técnica. Nota: El valor esperado, en esa unidad, está en torno a 1.10 E+03.

(7º) ¿Qué motiva lo encontrado en (6º)?