

Tema-2-Ejercicios.pdf



CarlosGarSil98



Modelos Avanzados de Computacion



4º Grado en Ingeniería Informática

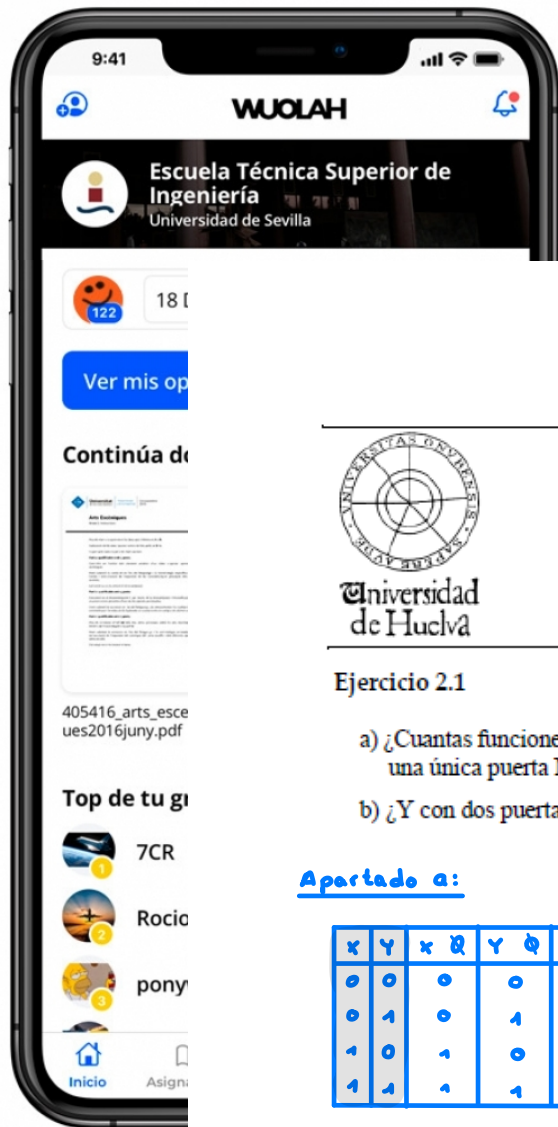


**Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Huelva**



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.





Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Universidad
de Huelva

Modelos Avanzados de Computación

Ejercicios del Tema 2

Ejercicio 2.1

- a) ¿Cuántas funciones binarias diferentes sobre 2 variables de entrada pueden construirse con una única puerta NAND?
b) ¿Y con dos puertas NAND?

Apartado a:

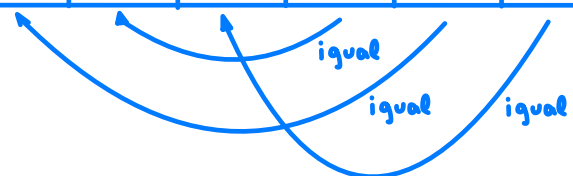
X	Y	X Q	Y Q	X Y	X X	Y Y
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0

Tenemos 5 funciones distintas
usando una sola puerta NAND

Apartado b:

X	Y	X Q	Y Q	X Y	X X	Y Y	X Y X	X Y Y	X X X	X X Y	Y Y X	Y Y Y
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1

Haciendo uso de dos puertas
NAND, obtenemos 5 funciones
diferentes



Ejercicio 2.2

Se denomina *función de paridad* de n entradas a la función que devuelve 1 si el número de 1's es par y 0 en caso contrario.

- Construya el circuito que desarrolla la función de paridad en Forma Normal Disyuntiva (DNF). ¿Que tamaño tiene? ¿Puede reducirse como Suma de Productos (SOPE)?
- Construya el circuito que desarrolla la función de paridad en Ring-Sum Expansion (RSE). ¿Que tamaño tiene?

Apartado a:

A modo de ejemplo, vamos a realizarlo para $n=3$

X_0	X_1	X_2	Paridad
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Forma Normal Disyuntiva (DNF):

$$\text{Paridad} = \overline{X_0} \overline{X_1} \overline{X_2} \cup \overline{X_0} X_1 X_2 \cup X_0 \overline{X_1} X_2 \cup X_0 X_1 \overline{X_2}$$

$2^3 = 8$, tenemos 4 minterminos, es decir: $8 \cdot \frac{1}{2} = 4$
generalizando al caso n :

$$2^n \cdot \frac{1}{2} = 2^{n-1}. \quad \text{Tenemos un tamaño} = 2^{n-1}$$

suma de productos (SOPE):

No se puede ya que existe una diferencia de 2 variables entre los minterminos y es necesaria, para simplificar, una diferencia de 2.

Apartado b:

Partimos de la función de Paridad en DNF

$$\text{Paridad (DNF)} = \overline{X_0} \overline{X_1} \overline{X_2} \cup \overline{X_0} X_1 X_2 \cup X_0 \overline{X_1} X_2 \cup X_0 X_1 \overline{X_2}$$

$$\text{Paridad (RSE)} = \overline{X_0} \overline{X_1} \overline{X_2} \oplus \overline{X_0} X_1 X_2 \oplus X_0 \overline{X_1} X_2 \oplus X_0 X_1 \overline{X_2}$$

$$\begin{aligned} \text{Paridad (RSE)} &= (X_0 \oplus 1)(X_1 \oplus 1)(X_2 \oplus 1) \\ &\quad \oplus (X_0 \oplus 1)X_1X_2 \\ &\quad \oplus X_0(X_1 \oplus 1)X_2 \\ &\quad \oplus X_0X_1(X_2 \oplus 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Paridad (RSE)} &= X_0X_1X_2 \oplus X_0X_1 \oplus X_1X_2 \oplus X_0 \oplus X_1 \oplus X_2 \oplus 1 \\ &\quad \oplus X_0X_1X_2 \oplus X_1X_2 \\ &\quad \oplus X_0X_1X_2 \oplus X_0X_2 \\ &\quad \oplus X_0X_1 \oplus X_0X_1X_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Paridad (RSE)} &= \cancel{X_0X_1X_2} \oplus \cancel{X_0X_1} \oplus \cancel{X_1X_2} \oplus X_0 \oplus X_1 \oplus X_2 \oplus 1 \\ &\quad \oplus \cancel{X_0X_1X_2} \oplus \cancel{X_1X_2} \oplus \cancel{X_0X_1X_2} \oplus X_0X_2 \oplus \cancel{X_0X_1} \\ &\quad \oplus \cancel{X_0X_1X_2} \end{aligned}$$

$$\text{Paridad (RSE)} = X_0X_2 \oplus X_0 \oplus X_1 \oplus X_2 \oplus 1$$

Paso 1: sustituir
U por \oplus

Paso 2: cambiar
 \overline{X} por $(X \oplus 1)$

Paso 3: Aplicar
reglas simplificar

Paso 4: Quitar
terminos repetidos



**KEEP
CALM
AND
ESTUDIA
UN POQUITO**

Ejercicio 2.3

Se denomina *modulo3* (*mod3*) a la función booleana definida sobre n variables que devuelve 1 si el número de 1s es múltiplo de 3.

- Demuestre que el tamaño del circuito que desarrolla la función *mod3* en Forma Normal Disyuntiva (DNF) o Suma de Productos (SOPE) crece de forma exponencial con n .
- Demuestre que el tamaño del circuito que desarrolla la función *mod3* en Forma Normal Conjuntiva (CNF) o Producto de Sumas (POSE) crece de forma exponencial con n .
- Demuestre que el tamaño del circuito que desarrolla la función *mod3* en Ring-Sum Expansion (RSE) crece de forma exponencial con n .

X1	X2	X3	mod3
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

a) Forma Normal Disyuntiva (DNF):

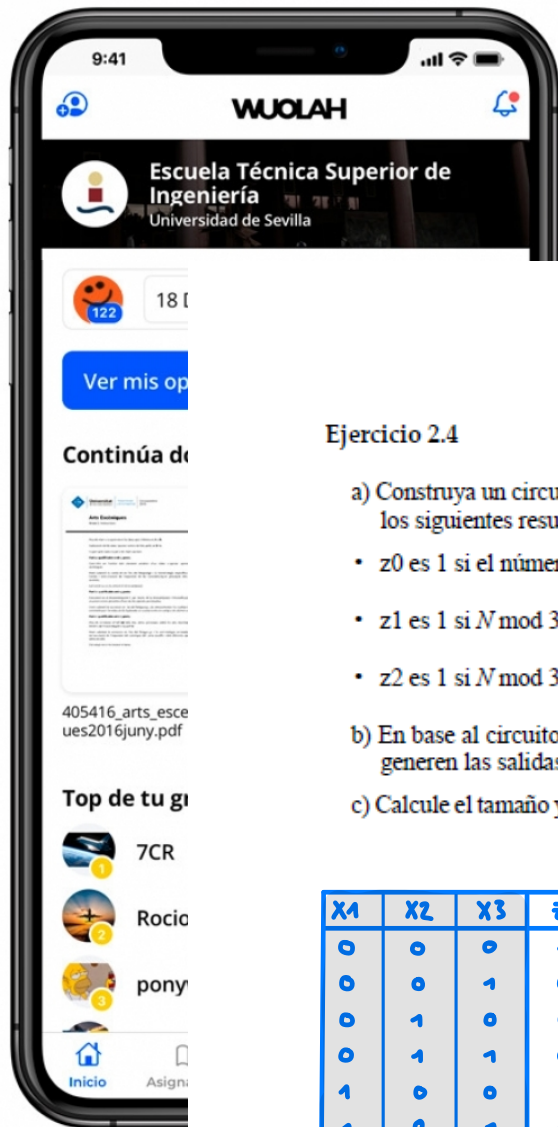
$n \rightarrow 2^n \cdot 1/3$; Aproximadamente sigue siendo exponencial.

b) Forma Normal Conjuntiva (CNF):

$n \rightarrow 2^n \cdot 2/3$; Sigue siendo exponencial

c) Ring-Sum Expansion (RSE):

Sigue siendo exponencial.



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Ejercicio 2.4

- a) Construya un circuito lógico con 3 entradas (x_0, x_1, x_2) y 3 salidas (z_0, z_1, z_2) que genere los siguientes resultados:
- z_0 es 1 si el número de 1's (N) es divisible entre 3 ($N \bmod 3 = 0$) y 0 en caso contrario.
 - z_1 es 1 si $N \bmod 3 = 1$ y 0 en caso contrario.
 - z_2 es 1 si $N \bmod 3 = 2$ y 0 en caso contrario.
- b) En base al circuito anterior, construya de manera recursiva circuitos de $n+1$ entradas que generen las salidas z_0, z_1 y z_2 .
- c) Calcule el tamaño y la profundidad del circuito anterior en función del número de entradas.

x_1	x_2	x_3	z_1	z_2	z_3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0

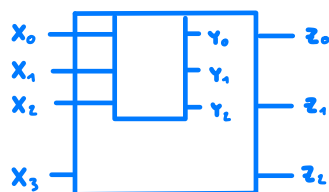
a)

$$\begin{aligned} z_0 &= \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cup x_0 x_1 x_2 \\ z_1 &= \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 \cup \bar{x}_0 x_1 \bar{x}_2 \cup x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \\ z_2 &= \bar{x}_0 x_1 x_2 \cup x_0 \bar{x}_1 x_2 \cup x_0 x_1 \bar{x}_2 \end{aligned}$$

3 NOT
16 AND
5 OR

Tamaño 3 entradas Profundidad: 5

b) 4 entradas:



$$\begin{aligned} z_0 &= y_0 \bar{x}_3 \cup y_2 x_3 \\ z_1 &= y_2 \bar{x}_3 \cup y_0 x_3 \\ z_2 &= y_2 \bar{x}_3 \cup y_1 x_3 \end{aligned}$$

1 NOT
6 AND
3 OR

Añadidas con respecto a 3 entradas, Profundidad 3 más

4 NOT
32 AND
8 OR

4 entradas Profundidad = 8

$$\begin{aligned} c) \quad \Omega(\text{circuito}) &= 24 + (n+3) \cdot 10 \\ D(\text{circuito}) &= 5 + (n+3) \cdot 3 \end{aligned}$$