Universidad de Huelva

Dpto. Economía Financiera, Contabilidad y Dirección de Operaciones

TEMA 5: " Planificación económica de la producción "

1. Planificación de la producción en términos de programación lineal
2. Resolución mediante el método Simplex

Bibliografía

1. Planificación de la producción en términos de programación líneal

En cualquier empresa, muchas de las decisiones que se toman tienen por objeto hacer el mejor uso posible (optimización) de los recursos de la misma. Por recursos de una empresa entendemos la maquinaria que ésta posea, sus trabajadores, capital financiero, instalaciones, y las materias primas de que disponga. Tales recursos pueden ser usados para fabricar productos (electrodomésticos, muebles, comida, ropa, etc.) o servicios (horarios de producción, planes de marketing y publicidad, decisiones financieras, etc.). La Programación Lineal (PL) es una técnica matemática diseñada para ayudar a los directivos en la planificación y toma de decisiones referentes a la asignación de los recursos.

Como ejemplos de problemas donde la PL desarrolla un papel fundamental, podríamos citar:

1. A partir de los recursos disponibles, determinar las unidades a producir de cada bien de forma que se maximice el beneficio de la empresa.
2. Elegir materias primas en procesos de alimentación, para obtener mezclas con unas determinadas propiedades al mínimo coste.
3. Determinar el sistema de distribución que minimice el coste total de transporte, desde diversos almacenes a varios puntos de distribución.
4. Desarrollar un plan de producción que, satisfaciendo las demandas futuras de los productos de una empresa, minimice al mismo tiempo los costes totales de producción e inventario.

Características de un problema de PL

Las técnicas de PL han sido ampliamente utilizadas en ámbitos tan diferentes como el militar, industrial, financiero, de marketing, e incluso agrícola. A pesar de tal diversidad de aplicaciones, todos los problemas de PL tienen cuatro propiedades comunes:

1. Pretenden optimizar (maximizar o minimizar) alguna cantidad (<u>función objetivo</u>). Así, por ejemplo, el principal objetivo de un banquero sería maximizar beneficios, mientras que el principal objetivo de una empresa transportista podría ser minimizar los costes de los envíos.
2. Habrá que tener en cuenta <u>las restricciones</u> que limitan el grado en el cual es posible modificar las variables que afectan a nuestra función objetivo. Así, a la hora de decidir cuántas unidades de cada bien se han de producir, deberemos considerar, entre otras, las limitaciones de personal y maquinaria de que disponemos.
3. El problema debe presentar distintas alternativas posibles: si una compañía produce cuatro bienes diferentes, la dirección puede usar PL para determinar las cantidades de recursos que asigna a la producción de cada uno de ellos (podría optar por hacer una asignación ponderada, dedicar todos los recursos a la producción de un único bien abandonando la producción del resto, etc.).
4. En PL, la función objetivo debe ser una función lineal, y las restricciones deben ser expresables como ecuaciones o inecuaciones lineales.

Supuestos básicos de la PL

Desde un punto de vista técnico, hay cinco supuestos que debe cumplir todo problema de programación lineal:

1. Los coeficientes, tanto de la función objetivo como de las restricciones, son conocidos con exactitud y además no varían durante el período de tiempo en que se realiza el estudio (supuesto de <u>certidumbre</u>).
2. Tanto en la función objetivo como en las restricciones hay <u>proporcionalidad</u>: si para la producción de un bien empleamos 5 horas de un determinado recurso (mano de obra, maquinaria, etc.), para producir diez unidades de dicho bien serán necesarias 50 horas del mismo recurso.
3. <u>Aditividad</u> de actividades: tanto en la función objetivo como en las restricciones, la contribución de cada variable es independiente de los valores del resto de las variables, siendo el total de todas las actividades igual a la suma de cada actividad individual. Así, por ejemplo, si producimos dos tipos de bienes, uno que nos reporte un beneficio de 20 €/unidad, y otro que nos reporte un beneficio de 10 €/unidad, la producción de un bien de cada tipo supondrá un beneficio total de 30 €.
4. Las soluciones del problema serán, en general, números reales no necesariamente enteros (supuesto de <u>divisibilidad</u>). Para aquellos problemas en los cuales sólo tenga sentido obtener soluciones enteras

(cuando las soluciones se refieran a objetos indivisibles), se usarán técnicas de Programación Lineal Entera (PLE).

5. Las variables de nuestro modelo tomarán siempre valores positivos (supuesto de no negatividad), dado que no tiene sentido hablar de cantidades negativas de objetos físicos.

1.1. Definición del problema en términos de programación lineal.: Para resolver los problemas de programación lineal debemos plantear el problema de forma matemática. Las siguientes tablas sirven de guía:

FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL	
Definición de las variables y parámetros	
$\mathbf{X_j}$	Nivel de actividad j (para j= 1,2,….n). Represental las variables de decisión.
Z	Medida global de efectividad. Representa la Función objetivo a maximizar o a minimizar.
$\mathbf{c_j}$	Incremento en Z que resulta de aumentar una unidad en el nivle de actividad j (coste u utilidad), Son los coeficientes de la función objetivo
$\mathbf{a_{ij}}$	Cantidad del recurso i consumido por cada unidad de actividad j. (coeficientes tecnológicos). Lado izquierdo de las restricciones.
$\mathbf{b_i}$	Cantidad del recurso i disponible para asignar a las actividades (i=1,2,…m) (recurso o requerimiento). Lado derecho de las restricciones.

EL MODELO DE P.L. EN FORMA ESTÁNDAR					
Max Z	c_1X_1+	c_2X_2+	……	c_nX_n	**FUNCIÓN OBJETIVO**
SUJETO A:					
Restricciones funcionales	$a_{11}X_1+$	$a_{12}X_2+$	……	$a_{1n}X_n$	$\mathbf{\leq b_1}$
	$a_{21}X_1+$	$a_{21}X_2+$	……	$a_{2n}X_n$	$\mathbf{\leq b_2}$
	.				
	$a_{m1}X_1+$	$a_{m2}X_2+$	……	$a_{mn}X_n$	$\mathbf{\leq b_m}$
restricciones de signo	$X_i \geq 0$ para i=1,2,…..n				

****-**

VARIACIONES AL MODELO ESTÁNDAR					
Min Z	c_1X_1+	c_2X_2+	……	c_nX_n	**FUNCIÓN OBJETIVO**
SUJETO A: **Restricciones funcionales del tipo ≥ para algún i**	$a_{i1}X_1+$	$a_{i2}X_2+$	……	$a_{in}X_n$	$\mathbf{\geq b_i}$
Restricciones funcionales **en forma de igualdad (=) para algún i**	$a_{i1}X_1+$	$a_{i2}X_2+$	……	$a_{in}X_n$	$\mathbf{= b_i}$
Las variables de decisión sin la restricción de no negatividad	X_j no restringida en signo para algún i				

Ejemplo 1:

El señor Martínez tiene un camión de alta tecnología con capacidad interior de $20m^3$ en el cual está diseñado para transportar mercancías extremadamente peligrosas

Una reconocida empresa dedicada a la energía nuclear lo ha contratado para hacer acarreos de residuo nucleares, desde la planta, hacia los cementerios nucleares.

Los residuos están empacados en cajas de 3 tamaños diferentes. Además la ganancia por transportar cada tipo de caja es distinta.

- Caja tipo 1: 1 m^3 con una ganancia por caja de 1.000 euros cada una
- Caja tipo 2: 1,2 m^3 con una ganancia por caja de 1.120 euros cada una
- Caja tipo 3: 0,8 m^3 con una ganancia por caja de 900 euros cada una

¿Cómo debe llenar el señor Martínez su camión para maximizar las ganancias en cada viaje que realice, si tiene que transportar como mínimo 8 cajas tipo 1 y 5 cajas tipo 3 en cada viaje?

FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL	
Definición de las variables y parámetros	
X_j	Nivel de actividad j (para j= 1,2,….n) X_1: Número de cajas tipo 1 transportadas en cada viaje [caja/viaje] X_2: Número de cajas tipo 2 transportadas en cada viaje [caja/viaje] X_3: Número de cajas tipo 3 transportadas en cada viaje [caja/viaje]
c_j	Incremento en Z que resulta de aumentar una unidad en el nivel de actividad j (coste u utilidad) c_1: Incremento en las ganancias que resulta de aumentar una unidad en el nivel de transporte de cajas tipo 1 = 1.000 euros [ganancia/ por caja tipo 1 transportada] c_2: Incremento en las ganancias que resulta de aumentar una unidad en el nivel de transporte de cajas tipo 2 = 1.120 euros [ganancia/ por caja tipo 2 transportada] c_3: Incremento en las ganancias que resulta de aumentar una unidad en el nivel de transporte de cajas tipo 3 = 900 euros [ganancia/ por caja tipo 3 transportada]
Z	Medida global de efectividad = Ganancia total en euros por el transporte de los 3 tipos de cajas en cada viaje
b_i	Cantidad del recurso i disponible para asignar a las actividades (i=1,2,…m) (recurso o requerimiento) b_1: Capacidad del camión en cada viaje = $20m^3$ (recurso) b_2: Mínimo de mercancía tipo 1 (requerimiento) = 8 [cajas/viaje] b_3: Mínimo de mercancía tipo 3 (requerimiento) = 5 [cajas/viaje]
a_{ij}	Cantidad del recurso i consumido por cada unidad de actividad j. (coeficientes tecnológicos) a_{11}: Consumo de capacidad del camión al transportar una unidad de caja tipo 1 = $1m^3$ a_{12}: Consumo de capacidad del camión al transportar una unidad de caja tipo 2 = $1,2m^3$ a_{13}: Consumo de capacidad del camión al transportar una unidad de caja tipo 3 = $0,8m^3$ a_{21}:Coeficiente para mínimo de cajas tipo 1 = 1 a_{31}:Coeficiente para mínimo de cajas tipo 3 = 1

EL MODELO DEL SEÑOR MARTÍNEZ DE FORMA ESTÁNDAR				
Max Z =	**1.000X_1 +**	**1.120X_2+**	**900X_3**	**FUNCIÓN OBJETIVO**
Sujeto a:	**1X_1 +**	**1,2X_2+**	**0,8X_3**	**$\leq$ 20**
	X_1			**$\geq$ 8**
			X_3	**$\geq$ 5**
Restricciones de signo			**X_1,X_2,X_3**	**$\geq$ 0**

Ejemplo 2:

La Wyndor Glass Co. Es una empresa dedicada a la elaboración de artículos de cristal de alta calidad (puertas y ventanas) los cuales se hacen en 3 plantas diferentes.

- Planta 1: Molduras y marcos de aluminio
- Planta 2: Molduras y marcos de madera
- Planta 3: Se montan las puertas y ventanas ensamblando los cristales.

Se tiene proyectado un cambio de producción y se propone incursionar con dos nuevos productos.

- Producto 1: Puerta de cristal con marco de aluminio
- Producto 2: Ventana de cristal con marco de madera.

Según el departamento de comercialización toda la producción de éstos puede colocarse en el mercado. Además se fabrican lotes de 20 productos por semana.

La siguiente tabla nos enseña los consumos de tiempo por lote para cada uno de los productos elaborados y el tiempo de producción disponible a la semana en horas por planta. Además, nos señala la ganancia obtenida por lote de cada producto.

Planta	**Tiempo de producción por lote en horas.**		**Tiempo de producción disponible a la semana**
	Producto 1 (puertas)	**Producto 2 (ventanas)**	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	3.000 euros	5.000 euros	

Se debe determinar la tasa de producción de los dos productos de los dos productos para maximizar las utilidades sujeto a las limitaciones que tiene la empresa.

FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Definición de las variables y parámetros	
X_j	Nivel de actividad j (para j= 1,2,….n) X_1: Número de lotes del producto 1 fabricados por semana X_2: Número de lotes del producto 2 fabricados por semana
c_j	Incremento en Z que resulta de aumentar una unidad en el nivel de actividad j (coste u utilidad) c_1: Incremento en las ganancias (en miles de euros) que resulta de aumentar una unidad en el nivel de fabricación del producto 1 = 3 euros [ganancia/ por lote de producto 1 fabricado] c_2: Incremento en las ganancias (en miles de euros) que resulta de aumentar una unidad en el nivel de fabricación del producto 2 = 5 euros [ganancia/ por lote de producto 2 fabricado]
Z	Medida global de efectividad = Maximizar la ganancia semanal total (en miles de euros) por la producción de los dos productos
b_i	Cantidad del recurso i disponible para asignar a las actividades (i=1,2,…m) (recurso o requerimiento) b_1: Horas disponibles en la planta 1 = 4horas/semana (recurso) b_2: Horas disponibles en la planta 2 = 12horas/semana (recurso) b_2: Horas disponibles en la planta 3 = 18horas/semana (recurso)
a_{ij}	Cantidad del recurso i consumido por cada unidad de actividad j. (coeficientes tecnológicos) a_{11}: Consumo de tiempo de producción por lote de producto 1 en la planta 1 = 1 a_{22}: Consumo de tiempo de producción por lote de producto 2 en la planta 2 = 2 a_{31}: Consumo de tiempo de producción por lote de producto 1 en la planta 3 = 3 a_{32}: Consumo de tiempo de producción por lote de producto 2 en la planta 3 = 2

Max Z =	$3X_1$ +	$5X_2$	**FUNCIÓN OBJETIVO**
Sujeto a:	X_1		≤ 4
		$2X_2$	≤ 12
	$3X_1$+	$2X_2$	≤ 18
Restricciones de signo		X_1,X_2,X_3	≥ 0

Ejemplo 3.

La Cámara de Industriales de la región periódicamente promueve servicios públicos, seminarios y programas. Actualmente los planes de promoción para este año están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costes y la audiencia estimados por unidad de publicidad, además de la cantidad máxima de unidades de publicidad en que puede ser usado cada medio se muestran a continuación.

Restricciones	Televisión	Radio	Prensa
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Coste por unidad	2.000	300	600
Uso máximo del medio	10	20	10

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio no debe exceder el 50% del total de unidades de publicidad autorizados. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a $18.500.

Solución:

Variables de decisión:

X1: unidades de publicidad a contratar en televisión.
X2: unidades de publicidad a contratar en radio.
X3: unidades de publicidad a contratar en prensa.

Objetivo: Maximizar la audiencia total o cantidad de personas que ven la publicidad:

Max $Z= 100.000\ X1 + 18.000\ X2 + 40.000\ X3$

Restricción 1: Disponibilidad limitada de presupuesto para la publicidad:
$2.000\ X1 + 300\ X2 + 600\ X3 \leq 18.500$

Restricciones 2, 3 y 4: Uso máximo de medios para la publicidad:
$X1 \leq 10$
$X2 \leq 20$
$X3 \leq 10$

Restricción 5: Publicidad limitada a un máximo de 50% en radio, con relación al total de unidades a contratar:
$X2 \leq 0.5\ (X1+ X2+ X3)$
Finalmente quedará expresada así: $- 0.5\ X1 + 0.5\ X2 - 0.5\ X3 \leq 0$

Restricción 6: La cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado
$X1 \geq 0.10\ (X1+ X2+ X3)$
Finalmente quedará expresada así: $0.9\ X1 – 0.1\ X2 - 0.1\ X3 \geq 0$

Restricción de no negatividad:
$X1, X2, X3 \geq 0$

Ejemplo 4

Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios:A 700 Euros cada unidad; B 3.500 Euros cada unidad y C 7.000 Euros cada unidad.

Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo, 2 horas de acabado y 3 unidades de materia prima. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, 3 horas de acabado y 2.5 unidades de materia prima. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, 1 hora de acabado y 4 unidades de materia prima. Para este período de planificación están disponibles 100 horas de trabajo, 200 horas de acabado y 600 unidades de materia prima.

Se pide: plantear el problema términos de programación lineal.

Solución

a) Debe definirse claramente a las variables de decisión y expresarlas simbólicamente.

X1: unidades a producir de producto A
X2: unidades a producir de producto B
X3: unidades a producir de producto C

b) Debe Definirse claramente el objetivo y expresarse como función lineal.

Objetivo: Maximizar ingresos de venta:

Max Z= 700 X1 + 3.500 X2 + 7.000 X3

c) Deben definirse las restricciones y expresarlas como funciones lineales.

Restricción 1: Disponibilidad limitada de horas de trabajo.
1 X1+ 2 X2 + 3 X3 $\leq$100 horas de trabajo

Restricción 2: Horas de acabado disponibles en este período:
2X1 + 3X2 + 1 X3 $\leq$ 200 horas de acabado

Restricción 3: Disponibilidad limitada de unidades de materia prima:
3X1 + 2.5 X2 + 4X3 $\leq$ 600 Unidades de Materia prima

Restricción de no negatividad:
X1, X2, X3 $\geq$0

Ejemplo 5.

Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios: A 700 Euros cada unidad; B 3.500 Euros cada unidad y C 7.000 Euros cada unidad.

Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo.
Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A.
Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, más 1 unidad de B.

Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo.

Solución:

X1: Unidades de A producidas en total
X2: Unidades de B producidas en total
X3: Unidades de C producidas en total y vendidas
X4: Unidades de A vendidas
X5: Unidades de B vendidas.

Max Z=700 X4 + 3.500 X5 + 7.000 X3

Sujeto a:

$X1 + 2X2 + 3X3 \leq 40$
$X1 = X4 + 2\ X2 \rightarrow X1 - 2X2 - X4 = 0$
$X2 = X5 + X3 \rightarrow X2 - X3 - X5 = 0$
$X1, X2, X3, X4, X5 \geq 0$

1.2. Resolución gráfica de un problema de programación lineal

El método gráfico de resolución tan sólo es aplicable a problemas con dos variables (X e Y). Para aquellos casos en que el número de variables del problema sea superior a dos, no será posible encontrar la solución a partir de un gráfico bidimensional y, por tanto, tendremos que usar métodos de resolución más complejos. Aún así, el método gráfico es de un gran valor pedagógico dado que nos permite vislumbrar de una forma intuitiva las ideas básicas de la PL.

Ejemplo: Una empresa fabrica dos modelos de mesas para ordenador, M1 y M2. Para su producción se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo M1 y de 30 minutos para el M2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para M1 y de 10 minutos para M2. Se dispone de 100 horas al mes de trabajo manual y de 80 horas al mes de máquina. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 1,5 y 1 € para M1 y M2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

Planteamiento en términos de PL:

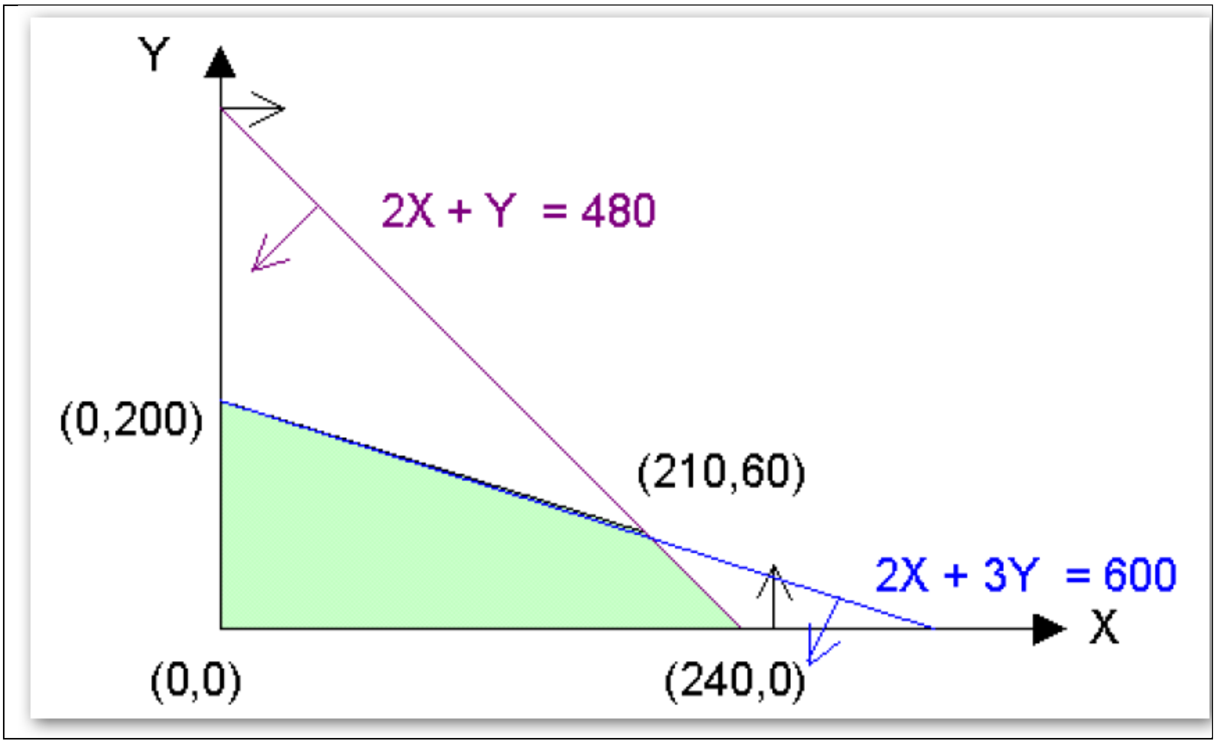
X = “nº unidades producidas al mes de M1”
Y = “nº unidades producidas al mes de M2 ”

Función objetivo: Maximizar: $Z = 1{,}5X + Y$

Sujeto a:

$20X + 30Y <= 100*60$
$20X + 10Y <= 80*60$
$X, Y >= 0$

Dado que en el planteamiento tenemos sólo dos variables, podremos representar cada una de las restricciones en el plano real. Estas restricciones son semiespacios (por ser lineales), la intersección de los cuales se denomina región factible (área de color verde en la figura):



La teoría matemática establece que, dado un problema de PL que tenga solución, ésta vendrá dada por uno de los vértices (o puntos extremos) del polígono que configura la región factible. Por tanto, será suficiente hallar las coordenadas de dichos vértices (intersecciones de rectas) y determinar (sustituyendo en la función objetivo) cuál de ellos es la solución óptima. En nuestro ejemplo, tendríamos sólo cuatro puntos candidatos a ser solución del problema (los cuatro vértices del polígono), sustituyendo sus coordenadas en la función objetivo obtenemos:

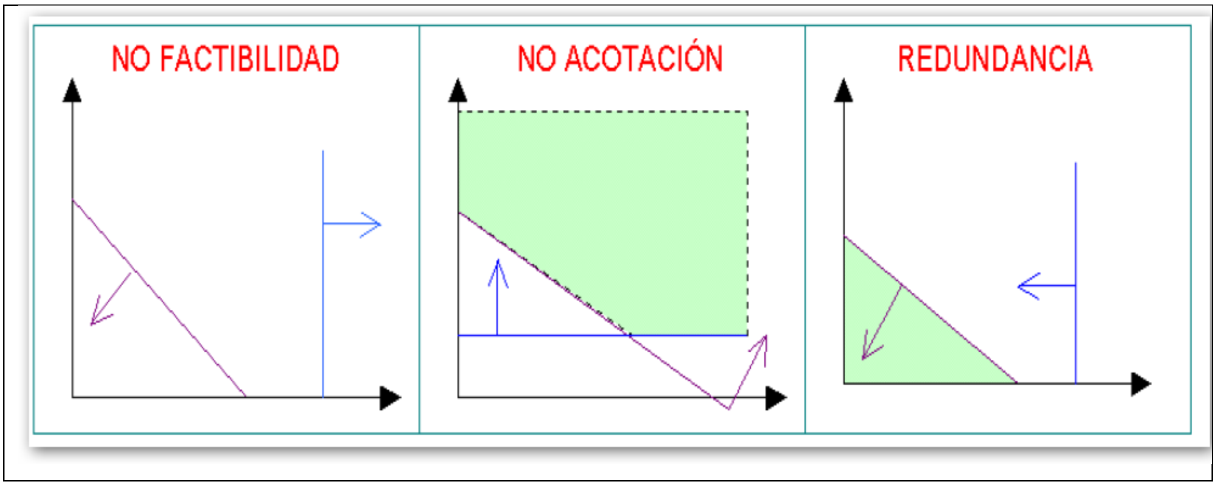
$Z(0,0) = 0$; $Z(0,200) = 200$; $Z(210,60) = 375$; y $Z(240,0) = 360$

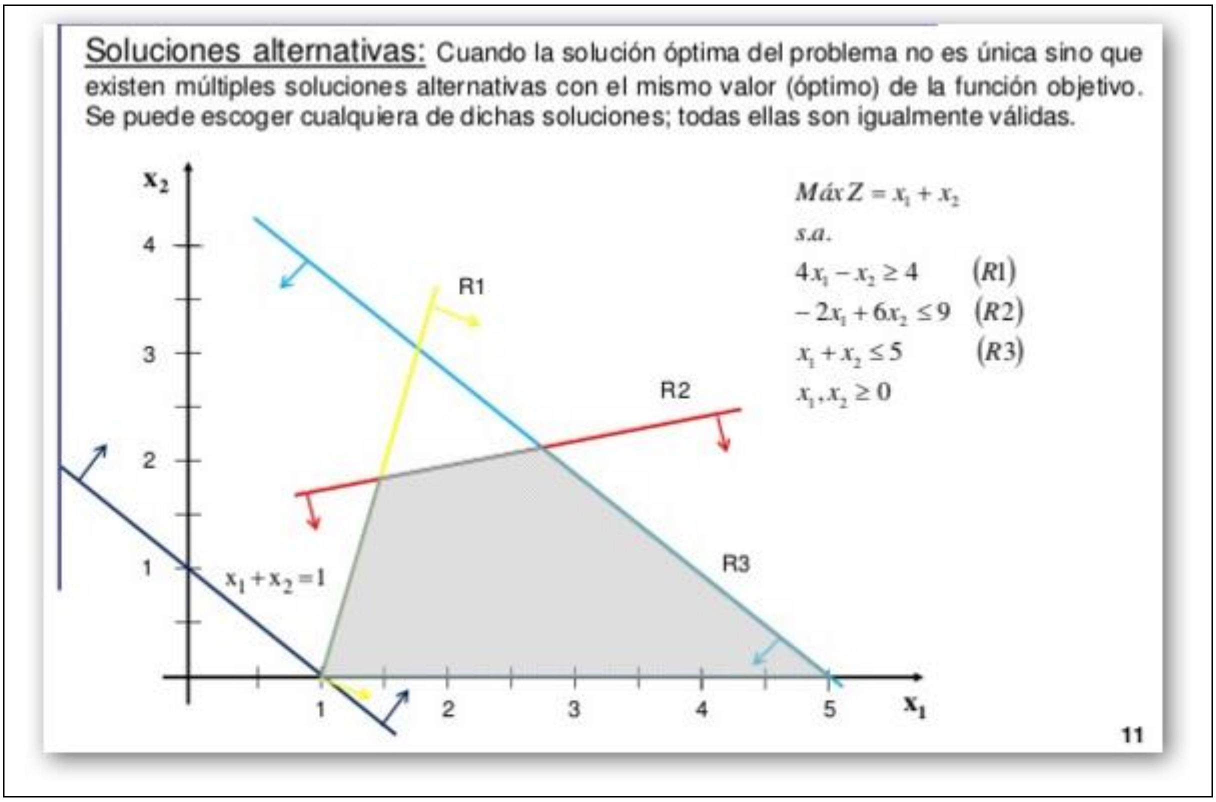
Como en este caso buscábamos maximizar $Z(X, Y)$, concluiremos que el punto óptimo es el (210,60), dado que con él obtenemos el valor máximo de la función objetivo. Así pues, la solución a nuestro dilema será fabricar 210 mesas de tipo M1 y sólo 60 de tipo M2, con ello conseguiremos unos beneficios de 375 €.

Casos especiales

A la hora de resolver un problema de PL, nos podríamos encontrar con cualquiera de estas cuatro situaciones especiales que conviene conocer:

- No Factibilidad: Podría ocurrir que el problema propuesto no tuviese solución. Éste sería el caso en que las restricciones fuesen incompatibles, i.e., que ningún punto del plano (o, en general, del espacio real n-dimensional) puede cumplir simultáneamente todas las limitaciones a las que estamos sometidos, es decir, la región factible es un conjunto vacío.
- No Acotación: En ocasiones, podemos encontrarnos con problemas que no tengan una solución finita; así por ejemplo, en un problema de maximización podríamos tener alguna variable que pudiese incrementarse indefinidamente sin violar ninguna de las restricciones, permitiendo a la función objetivo tomar valores tan grandes como se desee. Gráficamente, tendríamos una región factible no acotada.
- Redundancia: Algunas restricciones pueden "estar de más" por no aportar nada nuevo a la "forma" de la región factible, ya que hay otras que resultan ser más restrictivas (esto suele ocurrir en problemas extensos, donde resulta difícil reconocer restricciones redundantes).
- Soluciones Múltiples: Un problema de PL puede tener más de una solución óptima (e incluso infinitas). En el caso gráfico de dos variables, si dos vértices consecutivos de la región factible son solución óptima del problema, entonces todos los puntos del segmento comprendido entre ellos también serán óptimos.





2. Solución de Modelos Lineales con el Método SIMPLEX y el método de de la “M” penalización.

2.1. Esbozo de conceptos y aspectos relevantes de la teoría de la solución de Modelos de Programación Lineal

1. El Método Simplex es un procedimiento de cálculo algebraico, iterativo, para resolver Modelos Lineales de cualquier tamaño.

2. El algoritmo Simplex requiere que el Modelo Lineal, para ser solucionado, cumpla las condiciones de Forma Estándar y Sistema Canónico.

3. La Forma Estándar incluye:

   a) una Función Objetivo a optimizar

   b) lado derecho de las restricciones con valor positivo

   c) variables de decisión no negativas

   d) las restricciones deben ser expresadas como igualdades.

4. Para transformar las restricciones en igualdades se deben incorporar las llamadas variables de holgura.

5. Una variable de holgura tiene coeficiente cero en la Función Objetivo. Se suman en restricciones del Tipo ≤ y se restan en restricciones del Tipo ≥. En términos matemáticos, expresan la diferencia entre el lado izquierdo y el lado derecho de las restricciones. Al igual que las variables de decisión deben ser mayores o iguales a cero.

6. En términos del modelo representan la cantidad de recurso no utilizado con relación a un máximo disponible (Parte ociosa de los recursos).

7. Cuando la restricción es de una condición o requerimiento, representan la cantidad de esa condición o requerimiento que se obtiene por encima de un mínimo o que se deja de tener con relación a un máximo.

8. El Sistema Canónico en un Modelo Lineal significa que debe existir una variable básica en cada restricción. Esto permite obtener una primera solución posible que satisface todas las restricciones.

9. Una variable básica tiene coeficiente 1 positivo en una restricción y no existe en las demás.

10. Las variables de decisión (estructurales) del modelo y las variables de holgura pueden ser variables básicas. Cuando ninguna de ellas cumple con la condición de ser básica, se incorpora una variable como artificio matemático, para cumplir con el sistema canónico y a esa variable se le llama variable artificial.

11. Una variable artificial debe tener incorporado un coeficiente muy alto "m" en la Función Objetivo, con signo negativo en maximización y con signo positivo en minimización. Con esto se logra que el procedimiento Simplex las elimine de la solución en las primeras iteraciones. Estas variables deben valer cero en la solución óptima del modelo.

12. Una Tabla Simplex es un resumen detallado de toda la información del modelo para trabajar más fácilmente con él. La siguiente tabla expresa cómo deben ser recogidos los datos para resolver el problema de programación lineal por el Método Simplex.

Modelo de Tabla Simplex

	Itereración	**V.B.**	**Ec. #**	**Coeficientes**						**L.D.**	**Razón**
				Z	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_n**		
F. O.			**(0)**								

2.2. Procedimiento para la resolución de problemas mediante por el Método Simplex.

FASE I: Preparar el modelo inicial para construir la tabla:

1) Transformar los términos independientes en positivos (multiplicando por -1).
2) Si en alguna restricción, hay un solo proceso que está contenida en ella sola, lo convertiremos en unitario (dividiendo por su coeficiente) y si no lo hago meteré una variable de holgura.
3) En las inecuaciones en las que encontramos ≤ introducimos una variable de holgura sumando.
4) En las inecuaciones en las que encontramos ≥ introducimos una variable de holgura restando y además una variable artificial sumando para que en dicha restricción haya un proceso unitario positivo.
5) En las igualdades se introduce una variable artificial sumando si en la misma no existe una variable unitaria positiva.
6) En toda restricción debe haber una variable unitaria positiva.
7) Las variables de holgura, a la hora de introducirlas en la función objetivo lo haremos siempre con coeficiente cero, y las variables artificiales se introducen con el coeficiente –m si estamos maximizando o +m si estamos minimizando.
8) Igualar a cero la función objetivo

FASE II: Construir la tabla y resolver el algoritmo.

Paso 1: Construir la tabla del método Simplex y rellenamos la tabla con los coeficientes. Comprobamos que las variables básicas tienen un coeficiente de 1 en la intersección de su renglón y columna correspondiente y cero en los demás renglones incluido la función objetivo. Si no es así (como en el caso de la existencia de variables artificiales, eliminamos el coeficiente m del renglón 0 utilizando como pivote la ecuación que incorpora la variable artificial)

Paso 2: La S.B.F. es óptima, si y sólo si todos los coeficientes del renglón (0) son no negativos. De lo contrario se debe iterar.

Paso 3: Si comprobamos que hay coeficientes negativos en el renglón (0), marcamos el mayor en valor absoluto y esta será la variable no básica que entra a la base.

Para determinar la variable básica que sale de la base, marcamos la columna debajo del coeficiente de la variable que entra y se le da el nombre columna pivote.

Aplicamos la prueba del cociente mínimo para determinar cuál es la variable básica que sale.

a) Elegimos los coeficientes de la columna pivote positivos

b) Se divide cada coeficiente del lado derecho entre los coeficientes de la columna pivote

c) Se identifica el renglón con la menor razón

La variable básica para este renglón es la que sale y se le da el nombre de renglón pivote. La intersección entre la columna pivote y el renglón pivote lo denominamos número pivote. El patrón de coeficientes en la columna de la variable que entra en la base, debe quedar como actualmente está el patrón de coeficientes de la variable que sale.

Paso 4: Calculamos los nuevos coeficientes de la matriz:

a) Coeficientes del renglón de la variable que entra: Dividimos el renglón pivote entre el número pivote y el resultado serán los coeficientes del nuevo renglón de la variable que entra.

b) Coeficientes de los demás renglones : Dividimos el nuevo renglón de la variable que entra por menos el coeficiente del de la variable que entra en el renglón que estamos calculando y al resultado, le sumamos el renglón que teníamos inicialmente

Paso 5: Construimos la tabla con los resultados.

Paso 6: En la nueva matriz, comprobamos los coeficientes del renglón cero, si todavía existen coeficientes negativos, se sigue iterando, de lo contrario hemos terminado y hallamos la solución óptima.

Casos especiales:

1. Empate en la variable básica que entra: La elección de la variable básica que entra es arbitraria.
2. Empate en la variable básica que sale: Se convierte en un problema degenerado. Esto significa que en algún momento la prueba del cociente mínimo tiene un empate. A primera vista parecería que no hay problema, pero en realidad al escoger una de las dos como variable que sale, la otra variable que no se escoge dentro de la base con valor 0. El algoritmo puede entrar en un loop infinito.
3. Cuando no hay variable básica que sale: Esto significa en términos matemáticos que Z no está acotada o no hay región factible acotada. En estos casos todos los coeficientes de la columna pivote son negativos o cero.
4. Soluciones óptimas múltiples: Un problema de programación lineal con múltiples soluciones óptimas se presenta cuando existe una variable no básica con coeficiente 0 en el renglón cero. Se convierte en un problema con infinitas soluciones óptimas.

BIBLIOGRAFÍA

Dirección de operaciones: aspectos tácticos y operativos en la producción y los servicios. José Antonio Domíguez Machuca... (et al.). Madrid : McGraw-Hill, [1997]. Disponible en el Campus de la Merced.

Investigación de operaciones [Recurso electrónico] : programación lineal, problemas de transporte, análisis de redes. Maynard Kong. Lima, Perú : Pontificia Universidad Católica del Perú, Fondo Editorial, 2010. Acceso restringido a los miembros de la comunidad universitaria de Huelva.

Investigación de operaciones en la ciencia administrativa : construcción de modelos para la toma de decisiones con hojas de cálculo electrónicas. G. D. Eppen... [et al.] ; traducción, Ángel Carlos González Ruiz, Gabriel Sánchez García. México, D.F. : Prentice-Hall Hispanoamericana, 2000. Disponible en Biblioteca Central y en el Campus de la Merced.

ENLACES

http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Intro_IO.pdf

http://www.phpsimplex.com/ejemplo_metodo_simplex.htm

http://davinci.ing.unlp.edu.ar/produccion/catingp/Capitulo%207%20METODO%20SIMPLEX.pdf