

Curso de Experto Universitario en  
***Probabilidad y Estadística en Medicina***

[www.ia.uned.es/cursos/prob-estad](http://www.ia.uned.es/cursos/prob-estad)

## Ejemplos de redes bayesianas

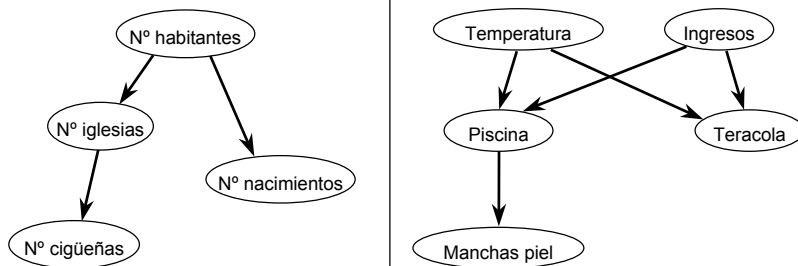
***F. J. Díez Vegas***

Dpto. Inteligencia Artificial. UNED

[fjdiez@dia.uned.es](mailto:fjdiez@dia.uned.es)

[www.ia.uned.es/~fjdiez](http://www.ia.uned.es/~fjdiez)

## Ejemplos de redes bayesianas



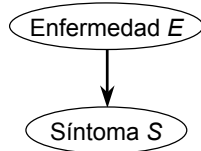
(incompletas, porque sólo se muestran los grafos)

## Ejemplo de red bayesiana: teorema de Bayes para dos variables

### ◆ Dos variables

- ENFERMEDAD ( $E$ ): presente (+ $e$ ), ausente ( $\neg e$ )
- SÍNTOMA ( $S$ ): presente (+ $s$ ), ausente ( $\neg s$ )

### ◆ Grafo dirigido acíclico



### ◆ Prob. condicionadas

$$P(+e) = 0'002$$

$$P(+s|+e) = 0'93$$

$$P(+s|\neg e) = 0'01$$

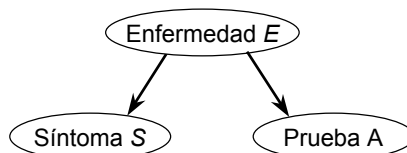
### ◆ Probabilidad conjunta: $P(e, s) = P(e) \cdot P(s|e)$

## Ejemplo de red bayesiana: método bayesiano clásico

### ◆ Tres variables

- ENFERMEDAD ( $E$ ): presente (+ $e$ ), ausente ( $\neg e$ )
- SÍNTOMA ( $S$ ): presente (+ $s$ ), ausente ( $\neg s$ )
- PRUEBA ANALÍTICA ( $A$ ): positivo (+ $a$ ), negativo ( $\neg a$ )

### ◆ Grafo dirigido acíclico



## Ejemplo (cont.)

### ◆ Probabilidades condicionadas

$$P(+e) = 0'002$$

$$P(+s|+e) = 0'93$$

$$P(+a|+e) = 0'995$$

$$P(+s|-e) = 0'01$$

$$P(+a|-e) = 0'003$$

### ◆ Probabilidad conjunta

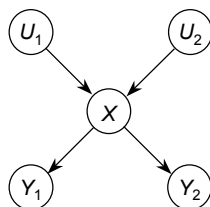
$$P(e, s, a) = P(e) \cdot P(s|e) \cdot P(a|e)$$

## Ejemplo: paludismo

### ◆ Cinco variables

- PALUDISMO ( $X$ ): presente ( $+x$ ), ausente ( $\neg x$ )
- ZONA DE ORIGEN ( $U_1$ ): alto riesgo ( $u_1^+$ ), medio riesgo ( $u_1^0$ ), bajo riesgo ( $u_1^-$ )
- TIPO SANGUÍNEO ( $U_2$ ): mayor inmunidad ( $u_2^+$ ), menor inmunidad ( $u_2^-$ )
- GOTA GRUESA ( $Y_1$ ): positivo ( $+y_1$ ), negativo ( $\neg y_1$ )
- FIEBRE ( $Y_2$ ): presente ( $+y_2$ ), ausente ( $\neg y_2$ )

### ◆ Grafo dirigido acíclico



## Ejemplo (cont.)

### ◆ Probabilidades condicionadas:

$$\begin{cases} P(u_1^+) = 0'10 \\ P(u_1^0) = 0'10 \\ P(u_1^-) = 0'80 \end{cases} \quad \begin{cases} P(u_2^+) = 0'60 \\ P(u_2^-) = 0'40 \end{cases}$$

$P(+x u_1, u_2)$	$u_1^+$	$u_1^0$	$u_1^-$
$u_2^+$	0'015	0'003	0'0003
$u_2^-$	0'022	0'012	0'0008

$$\begin{cases} P(+y_1|x) = 0'992 \\ P(+y_1|\neg x) = 0'006 \end{cases} \quad \begin{cases} P(+y_2|x) = 0'98 \\ P(+y_2|\neg x) = 0'017 \end{cases}$$

### ◆ Probabilidad conjunta:

$$P(u_1, u_2, x, y_1, y_2) = P(u_1) \cdot P(u_2) \cdot P(x|u_1, u_2) \cdot P(y_1|x) \cdot P(y_2|x)$$

## Cálculo de la probabilidad: método de fuerza bruta

### ◆ Probabilidad conjunta

$$P(u_1, u_2, x, y_1, y_2) = P(u_1) \cdot P(u_2) \cdot P(x|u_1, u_2) \cdot P(y_1|x) \cdot P(y_2|x)$$

### ◆ Ejemplo: calcular $P(+x|u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2)$

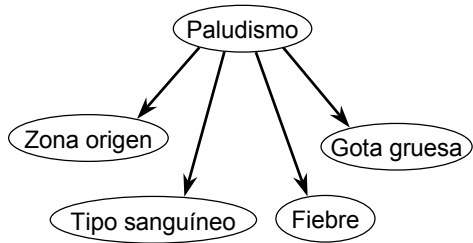
$$\begin{aligned} P(u_1^0, u_2^-, +x, \neg y_1, +y_2) &= \\ &= P(u_1^0) \cdot P(u_2^-) \cdot P(+x|u_1^0, u_2^-) \cdot P(\neg y_1|+x) \cdot P(+y_2|+x) \\ &= 0'10 \cdot 0'40 \cdot 0'12 \cdot 0'008 \cdot 0'98 = 0'0000376 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(u_1^0, u_2^-, \neg x, \neg y_1, +y_2) &= \\ &= P(u_1^0) \cdot P(u_2^-) \cdot P(\neg x|u_1^0, u_2^-) \cdot P(\neg y_1|\neg x) \cdot P(+y_2|\neg x) \\ &= 0'10 \cdot 0'40 \cdot 0'88 \cdot 0'994 \cdot 0'017 = 0'0005948 \end{aligned}$$

$$P(u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2) = 0'0000376 + 0'0005948 = 0'0006324$$

$$P(+x|u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2) = \frac{P(u_1^0, u_2^-, +x, \neg y_1, +y_2)}{P(u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2)} = \frac{0'0000376}{0'0006324} = 0'056$$

## Método bayesiano clásico



## Red bayesiana

