Septiembre 2016.pdf

CarlosGarSil98

Fundamentos de análisis de algoritmos

1° Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Huelva

EXAMEN SEPTIEMBRE 2016

EJERCICIO 1 Ordenar la complejidad de:

$n^4, n, n^3, n\log n, (n+3)^2, n\sqrt{n}, t(n)$:

$$t(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n \le 1 \\ 4\,t(n/3) + n & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

$n\sqrt{n} = n \cdot n^{0'5} = n^{1'5}$

$(n+3)^2 = n^2 + 6n + 9 \in O(n^2)$

$t(n) - 4t(n/3) = n \longrightarrow$ cambio de base: $n = 3^m$; $m = \log_3 n \longrightarrow$

$tm - 4tm-1 = 3^m m^0$ NO HOMOGÉNEA

$(x-4)(x-3) = 0 \begin{cases} r1 = 4 \\ r2 = 3 \end{cases} \longrightarrow t(3^m) = C_1(4)^m m^0 + C_2(3)^m m^0$

$t(n) = C_1(4)^{\log_3 n} + C_2(3)^{\log_3 n} \longrightarrow t(n) = C_1(n)^{\log_3 4} + C_2(n)^{\log_3 3}$

$t(n) = C_1 n^{1'26184} + C_2 n \longrightarrow t(n) \in O(n^{1'26\ldots})$

Hacemos una ordenación estimada:

$$O(n) \in O(n^{1'26184}) \in O(n\log n) \in O(n^{1'5}) \in O(n^2) = O((n+3)^2) \in O(n^3)$$

Vamos a comprobar $n\log n$ y $n\sqrt{n}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n\log n}{n\,n^{0'5}} = \frac{\log n}{n^{0'5}} \longrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{2}n^{-\frac{1}{2}}} = 0$$

$$O(n\log n) \in O(n\sqrt{n})$$

ordenación final:

$$O(n) \in O(n\log n) \in O(n^{1'26\ldots}) \in O(n\sqrt{n}) \in O(n^2) = O((n+3)^2) \in O(n^3)$$
$$\Omega(n^3) \in \Omega((n+3)^2) = \Omega(n^2) \in \Omega(n\sqrt{n}) \in \Omega(n^{1'26\ldots}) \in \Omega(n\log n) \in \Omega(n)$$
$$\Theta(n^2) = \Theta((n+3)^2)$$

EJERCICIO 2

a) Calcular complejidad para caso mejor ecuación característica

Caso mejor: ocurre cuando el vector queda dividido en dos partes iguales

$$QuickSort(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n=1 \\ & \text{si } n>1 \\ 1+1+1+Partition(n)+1+QuickSort(n/2)+QuickSort(n/2) \end{cases}$$

Partition siempre será lineal → cn

mientras $j \neq i$ → es lo mismo que $\sum_{i=1}^{n-1}(\dots) = c\cdot(n-1+1) = cn$

$t(n) = 4 + cn + 2t(n/2) \rightarrow t(n) - 2t(n/2) = 4 + cn$ → cambio base $n = 2^m$ $\quad m = \log_2 n$

$tm - 2tm-1 = 4 + c\cdot 2^m \rightarrow tm - 2tm-1 = 4\cdot 1^m m^0 + c\cdot 2^m \cdot m^0$ NO HOMOGÉNEA

$(x-2)(x-1)(x-2) = 0 \begin{cases} r1 = 2 \text{ (doble)} \\ r2 = 1 \end{cases} \rightarrow t(2^m) = C_1(2)^m m^0 + C_2(2^m)m^1 + C_3(1)^m$

$t(n) = C_1(2)^{\log_2 n} + C_2(2)^{\log_2 n}\log_2 n + C_3 \rightarrow t(n) = C_1(n)^{\log_2 2} + C_2(n)^{\log_2 2}\log_2 n + C_3$

$t(n) = C_1 n + C_2 n \log_2 n + C_3 \rightarrow t(n) \in O(n \log n)$

b) Caso mejor a partir del teorema maestro

$t(n) = at(n/b) + O(n^k \log^{p+1} n)$

$t(n) = 2t(n/2) + O(n) + 4 \rightarrow a = b = 2 \rightarrow a = b^k \rightarrow k = 1 \rightarrow 2 = 2^1;\ p = 0$

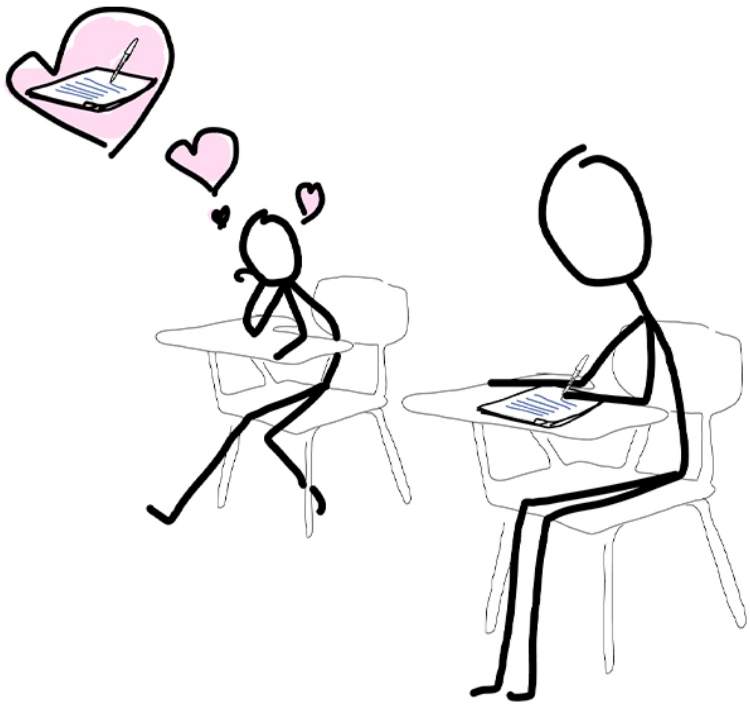
$t(n) \in O(n^k \log^{p+1} n) \rightarrow t(n) \in O(n \log n)$

c) Caso peor ecuación característica

$$t(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ cn + t(n-1) \end{cases}$$

QUIERES CONSEGUIR 15€ ??

TRÁENOS A TU CRUSH DE APUNTES ANTES DE QUE LOS QUEME



si consigues que suba apuntes, te llevas 15€ + 5 Wuolah Coins para los sorteos

WUOLAH

$t(n) - t(n-1) = cn \rightarrow t(n) - t(n-1) = c \cdot 1^n \cdot n$

$(x-1)(x-1)^2 = 0 \rightarrow r1 = 1$ (triple)

$t(n) = C_1(1)^n n^0 + C_2(1)^n n + C_3(1)^n n^2 \rightarrow t(n) = C_1 + C_2 n + C_3 n^2$

$t(n) \in O(n^2)$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n \cdot \log n}{n \cdot n} = \frac{\log n}{n} = 0 \rightarrow O(n \log n) \in O(n^2)$

el caso peor es más ineficiente que el caso mejor

EJERCICIO 3 Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $t(n) \begin{cases} 2 & \text{si } n=1 \\ 2 + 2t(n-1) & \text{si } n>1 \end{cases}$

$t(n) - 2t(n-1) = 2$ NO HOMOGÉNEA

$t(n) - 2t(n-1) = 2 \cdot 1^n \cdot n^0$

$(x-2)(x-1) = 0 \rightarrow t(n) = C_1(2)^n n^0 + C_2(1)^n n^0 \rightarrow t(n) = C_1(2)^n + C_2$

$t(n) \in O(2^n)$

$h(n) \begin{cases} 2 & \text{si } n=1 \\ 2 + h(n-1) + 2 \cdot 2^{n-1} & \text{si } n>1 \end{cases}$

$h(n) - h(n-1) = 2 + 2^n \rightarrow h(n) - h(n-1) = 2 \cdot 1^n n^0 + 2^n n^0$

$(x-1)(x-1)(x-2) = 0 \begin{cases} r1 = 1 \text{ (doble)} \\ r2 = 2 \end{cases} \rightarrow t(n) = C_1(1)^n n^0 + C_2(1)^n n^1 + C_3(2)^n n^0$

$t(n) C_1 + C_2 n + C_3 2^n \rightarrow t(n) \in O(n)$

2.

$$t(n) \begin{cases} 2 & \text{si } n=1 \\ 2+1+t(n-1) & \text{si } n>1 \end{cases}$$

$t(n) = 3 + t(n-1) \rightarrow t(n) - t(n-1) = 3 \cdot 1^n n^0 \rightarrow$

$(x-1)(x-1)=0$; $r1 = 1$ (doble) $\rightarrow t(n) = C_1(1)^n n^0 + C_2(1)^n n^1$

$t(n) \in O(n)$

3.

$$t(n) \begin{cases} a & \text{si } n=1 \\ 2t(n/4) + Lg(n) & \text{si } n>1 \end{cases}$$

$t(n) - 2t(n/4) = \text{Log } n \rightarrow$ cambio de base: $n = 4^m \rightarrow m = \text{Log}_4 n$

$tm - 2tm-1 = \text{Log}(4^m) \rightarrow tm - 2tm-1 = \text{Log}(4)\, 1^m m^1$

$(x-2)(x-1)^2 = 0 \begin{cases} r1=2 \\ r2=1 \text{ (doble)} \end{cases} \rightarrow t(4^m) = C_1(2)^m m^0 + C_2(2)^m m^0 + C_3(2)^m m^1$

$t(n) = C_1(2)^{\text{Log}_4 n} + C_2(2)^{\text{Log}_4 n} + C_3(2)^{\text{Log}_4 n} \text{Log}_4 n \rightarrow$

$t(n) = C_1 n^{\text{Log}_4 2} + C_2 n^{\text{Log}_4 2} + C_3 n^{\text{Log}_4 2} \text{Log}_4 n \rightarrow n^{\text{Log}_4 2} = n^{1/2} = \sqrt{n}$

$t(n) \in O(\sqrt{n}\, \text{Log}_4 n)$

EJERCICIO 4

```
funcion Greedy(i[1...n], bi[1...n], di[1...n] : entero) : entero
Var:
    S ← ∅ // conjunto solución, almacena la i
inicio
    Quicksort(i, bi, di) // ordena conjunto di y cambia el resto
    S[1] ← i[1]
    para j ← 2 hasta n hacer
        si di[j-1] = di[j] AND bi[j-1] < bi[j] entonces
            S[j-1] ← i[j]
        sino
            si di[j-1] < di[j]
                S[j-1] ← i[j]
            fsi
        fsi
    fpara
    devuelve S
```

Esquema general algoritmo voraz:

Candidatos:
- conjunto "i"
- conjunto "bi"
- conjunto "di"

Conjunto solución:
- conjunto "S"

Hemos dado por hecho que siempre habrá solución, no hay método "solucion()"

El método "seleccionar()" es sustituido por el bucle for

EL método "factible()" lo realizan los dos condicionales

Y por último el método "insertar()" es sustituido por una asignacion "S[j-1] ← i[j]"

Traza para: Quicksort(i, bi, di)

i	1	2	3	4
bi	50	10	15	30
di	2	1	2	1

	1	2	3	4
i	2	4	1	3
bi	10	30	50	15
di	1	1	2	2
S	2	-	-	-

j=2 → 1=1 AND 10<30 → S[1] = 4

i	2	4	1	3
bi	10	30	50	15
di	1	1	2	2
S	4	-	-	-

j=3 → 1=2 AND 30<50
1<2 → S[2] = 1

i	2	4	1	3
bi	10	30	50	15
di	1	1	2	2
S	4	1	-	-

j=4 → 2=2 AND 50<15
→ 2<2 (No hace nada)

j=5 → j>n (Acaba bucle) → Devuelve

S	4	1