BOLETÍN I: INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA (TEMAS 1 Y 2)

Tomar: $e = 1,60\ 10^{-19}$ C; $N_A = 6,022\ 10^{23}$ átomos o moléculas/mol;
$\varepsilon_o = 8,85\ 10^{-12}\ N^{-1}C^2m^{-2}$; $g = 9,81\ m\ s^{-2}$.

[01] Una moneda tiene una masa de 7,50 g. Está compuesta por una aleación de cobre y níquel (80 % de cobre – 20 % de níquel). Determinar la carga total de los electrones y la de los protones contenidos en la moneda.
Datos: Cobre: Z = 29, M_{at} = 63,546 g/mol; Níquel: Z = 28, M_{at} = 58,70 g/mol.

Solución: $Q(e^-) = -3,3\ 10^5$ C = –0,33 MC; Q(p) = + 0,33 MC.

[02] Determinar la carga positiva y negativa contenida en un litro de agua (H_2O) de densidad $\rho = 1$ g/cm^3. Datos: Hidrógeno: Z = 1, M_{at} = 1,0079 g/mol; Oxígeno: Z = 8, M_{at} = 15,9994 g/mol.

Solución: $Q^- = -5,35\ 10^7$ C= -53,5 MC; Q^+ = +53,5 MC.

[03] Calcular la carga total de las siguientes distribuciones continuas de carga, considerando que la densidad lineal, superficial o volumétrica es constante (uniforme) a lo largo de la distribución: a) lineal de longitud L, b) lineal sobre una circunferencia de radio R, c) superficial sobre un cuadrado de lado L, d) superficial sobre un círculo de radio R, e) superficial sobre un cilindro de radio R y altura H, f) superficial sobre una esfera de radio R, g) volumétrica en un cubo de lado L, h) volumétrica en un cilindro de radio R y altura H, e i) volumétrica en una esfera de radio R.

Solución: a) λL, b) $\lambda 2\pi R$, c) σL^2, d) $\sigma\pi R^2$, e) $\sigma 2\pi RH$, f) $\sigma 4\pi R^2$, g) ρL^3, h) $\rho\pi R^2 H$, i) $\rho(4/3)\pi R^3$.

[04] Si tras descomponer dos gramos de hidrógeno gas (H_2), separando protones y electrones, situamos en el vacío a los protones a una distancia de los electrones igual a la que existe entre el polo sur y norte terrestre, ¿con qué fuerza se atraeran?
Datos: Radio terrestre: R = 6370 km; Hidrógeno: Z = 1, M_{at} = 1,0079 g/mol.

Solución: F = 2,06 10^6 N= 2,06 MN.

[05] En los vértices A, B y C de un triángulo equilatero de lado L = 27 cm, hay colocadas cargas puntuales. Se sabe que $Q_A = Q_B = 2\ \mu C$. Obtener: a) el valor de la carga Q_C sabiendo que la fuerza eléctrica en el centro del triángulo es nula; y b) la fuerza eléctrica que actúa sobre cada carga. Nota: Un lado del triángulo es paralelo a la horizontal. El vértice A es el superior y el resto de los vértices se sitúa recorriendo el triángulo en sentido horario.

Solución: a) $Q_C = 2\ \mu C$; b) $\vec{F}_A = 0,85\,\vec{j}\,(N)$; $\vec{F}_B = 0,74\,\vec{i} - 0,43\,\vec{j}\,(N)$; $\vec{F}_C = -0,74\,\vec{i} - 0,43\,\vec{j}\,(N)$.

[06] Cinco cargas iguales, de valor Q, están situadas sobre una semicircunferencia de radio R. Se encuentran equiespaciadas, estando dos de ellas en los extremos de la semicircunferencia. Determinar la fuerza y el campo eléctrico que ejercen sobre una carga puntual q situada en el centro de la circunferencia, y el potencial y energía potencial electricos que adquiere la carga. Nota: Considerar el origen de coordenadas como centro de la circunferencia y que la semicircunferencia se sitúa en el plano XY cubriendo el segundo y tercer cuadrante.

Solución: $\vec{F} = KqQ(1+\sqrt{2})/R^2\ \vec{i}$; $\vec{E} = KQ(1+\sqrt{2})/R^2\ \vec{i}$; $V = 5KQ/R$; $U = E_P = 5KqQ/R$.

[07] En los vértices A, B, C y D de un cuadrado de lado L = 20 cm, se colocan cuatro cargas puntuales de valor: $Q_A = 2\ \mu C$, $Q_B = -4\ \mu C$, $Q_C = -2\ \mu C$, $Q_D = 1\ \mu C$. *Obtener: a) el valor del campo eléctrico en el centro del cuadrado; y b) el valor de la fuerza eléctrica que se ejercería sobre una carga q = -2* μC *situada en dicho punto. Nota: Los lados del cuadrado son paralelos a los ejes de coordenadas. El vértice A es el superior-izquierdo y el resto de los vértices se sitúa recorriendo el cuadrado en sentido horario.*

Solución: a) $\vec{E} = 2{,}86\ 10^6\ \vec{i} + 0{,}32 10^6\ \vec{j}\ (N/C)$; *b)* $\vec{F} = -5{,}72\vec{i} - 0{,}64\ \vec{j}\ (N)$.

[08] Se colocan tres cargas puntuales $Q_A = q$, $Q_B = 2q$ *y* $Q_C = -3q$, *siendo q = 4 nC, en los vértices A, B y C de un triángulo equilatero de lado L = 50 cm. Si M es el punto medio del lado BC, determinar: a) el vector campo eléctrico en el punto M; b) la fuerza que actúa sobre una carga Q = -q situada en dicho punto; c) el potencial eléctrico en M; y d) la energía potencial eléctrica que adquiere Q. Nota: El triángulo está dispuesto como en el Problema 5.*

Solución: a) $(-2{,}88\,\vec{i} - 0{,}192\,\vec{j})10^3\ (N/C)$; *b)* $(11{,}5\,\vec{i} + 0{,}768\,\vec{j})10^{-6}\ (N)$; *c) – 60,9 V; d) 244 nJ.*

[09] Dos esferas muy pequeñas, de masa m = 10 g, cargadas con la misma carga, se encuentran en los extremos de hilos de longitud L = 1 m, que están suspendidos de un mismo punto. En la posición de equilibrio, el ángulo que forma cada hilo con la vertical es $\phi = 30°$. *Calcular: a) la tensión de los hilos; b) la carga de cada esfera; c) si se retira una carga, la velocidad de la otra al paso por la vertical; y d) el módulo del campo eléctrico necesario para mantener una carga en la posición de equilibrio, si se retira la otra.*

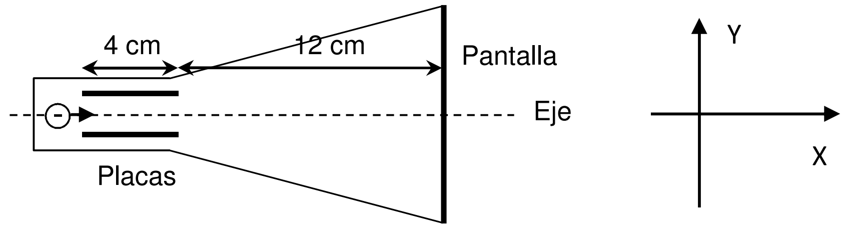
Solución: a) T = 0,113 N; b) Q = 2,5 μC; *c) v = 1,62 m/s; d) E = 22,5* 10^3 *N/C.*

[10] El campo eléctrico creado por una lámina plana, vertical, delgada e infinita viene dado por $E = \sigma/(2\varepsilon_0)$, *con dirección perpendicular a la lámina.* σ *es la densidad superficial de carga. Si se suspende una partícula de masa m = 250 g y carga q = 0,2* μC *de un hilo de un metro de longitud, se observa que en la posición de equilibrio el hilo está inclinado 14° respecto a la vertical y alejado de la lámina. Determinar: a) la tensión de la cuerda; b) la carga que existe en la lámina por cada* cm^2; *y c) la velocidad de la carga al cruzar la vertical, si se retira la lámina.*

Solución: a) T = 2,5 N; b) $\sigma = 5{,}40\ nC/cm^2$; *c) v = 0,76 m/s.*

[11] Un electrón de energía cinética K = E_C = 1,25 10^3 eV, se mueve hacia la derecha a lo largo del eje del tubo de rayos catódicos asociado a la pantalla de un televisor (ver figura). En la región comprendida entre las placas deflectoras existe un campo eléctrico $\vec{E} = 2\,10^4\,\vec{j}\,(N/C)$ y fuera de ella el campo es nulo. Calcular: a) ¿a qué distancia del eje del tubo se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas?; b) ¿bajo qué angulo respecto al eje se mueve el electrón al salir de la región comprendida entre las placas?; y c) ¿a qué distancia del eje se produce el choque del electrón con la pantalla fluorescente?

<u>Solución</u>: a) 0,64 cm; b) 17,7 º; c) 4,48 cm (en todos los casos por debajo del eje).



[12] Se tiene un condensador formado por dos placas conductoras planas paralelas separadas una distancia d = 1 mm y cargadas con cargas opuestas. El campo entre las placas vale $\vec{E} = \sigma/\varepsilon_o\,\vec{i}$, donde σ = 0,2 nC/m^2. Si depositamos un electrón junto a la placa de la derecha (placa negativa). Determinar: a) la velocidad con la que el electrón llega a la placa de la izquierda (placa positiva); b) la energía por unidad de tiempo (potencia) que habría que utilizar para transportar 100 millones de electrones por segundo de la placa positiva a la negativa. <u>Dato</u>: Electrón: m = 9,1 10^{-31} Kg.

<u>Solución</u>: a) v = 8,9 10^4 m/s; b) P = 3,6 10^{-13} W.

[13] Un trozo de hilo de longitud L tiene una densidad de carga uniforme λ positiva. Determinar: a) el campo y el potencial eléctricos en un punto P situado en la dirección que contiene al hilo (eje X) a una distancia «a» de su extremo derecho. b) Si con a = 25 cm y L = 50 cm se observa que al colocar una carga q = 2 μC en P actúa sobre ella una fuerza $\vec{F} = 2{,}4\,10^{-1}\,\vec{i}\,(N)$, averiguar la carga neta del hilo. <u>Nota</u>: Observar que las expresiones tienden a las de una carga puntual para a >> L (ln(1+x) $\rightarrow$ x para x<<1; aquí x = L/a).

<u>Solución</u>: $\vec{E} = \dfrac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_o a(L+a)}\vec{i}$; $V = -\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} ln\dfrac{a}{L+a}$; Q = λ L = 2,5 μC.

[14] Un trozo de hilo tiene una densidad lineal de carga uniforme λ y forma de arco circular. El arco se corresponde con una porción que cubre un ángulo ϕ de una circunferencia de radio R. Calcular el campo y el potencial eléctricos creados por el hilo en su centro de curvatura (centro de la circunferencia). <u>Nota</u>: Considerar el origen de coordenadas como centro de curvatura y al hilo simétricamente dispuesto en torno al semieje X positivo. Notar que para ϕ= 2π el campo

es nulo, y el potencial es el que generaría, en cualquier punto de la circunferencia, una carga puntual situada en su centro, con una carga igual a toda la carga distribuida. Para un ángulo inifinitesimal (dϕ), tanto el campo como el potencial corresponden a los de una carga puntual.

Solución: $\vec{E} = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o R} sen\dfrac{\phi}{2}\vec{i}$; $V = \dfrac{\lambda\phi}{4\pi\varepsilon_o}$.

[15] Considerando un alambre circular de radio R cargado uniformemente con una carga Q, obtener: a) La expresión del campo y el potencial eléctricos en un punto P situado a una distancia z sobre el eje del alambre (la dirección perpendicular al plano que contiene al alambre y que pasa por el centro de la circunferencia que define el alambre). b) ¿Cuál sería el valor límite, en cada caso, si P está muy alejado del alambre (z >> R)? c) La fuerza que actúa sobre una carga puntual q = 1 μC localizada sobre el eje a una distancia z = 1 m del plano que contiene al alambre, si R = 1 mm y λ = - 2 μC/mm. d) ¿A qué distancia habría que colocar la carga para que la fuerza disminuya 100 veces?

Solución: a) $\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\vec{k}$, $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o\left(R^2+z^2\right)^{1/2}}$; b) $\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o z^2}\vec{k}$, $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o z}$ (como el de una carga puntual Q en z = 0); c) $\vec{F} = -0{,}113\vec{k}\,(N)$; d) z = 10 m.

[16] Un hilo de longitud infinita y espesor despreciable tiene una densidad lineal de carga uniforme λ. Obtener el valor del campo eléctrico y del potencial en cualquier punto del espacio en función de la distancia al hilo. Nota: Considerar que el potencial a un metro del hilo vale V_o. Si la densidad lineal tiene un valor λ = -2,5 μC/m, ¿cuánta energía hay que emplear en forma de trabajo para transportar una carga de 2 μC desde un punto que dista 10 cm del hilo hasta un punto que dista 25 cm?

Solución: $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\dfrac{1}{r}\vec{e}_r$; $V = V_o - \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln r \;\; (r\, en\, metros)$; W = 82 mJ (lo realizamos nosotros).

[17] Una lámina plana de dimensiones infinitas situada en el plano YZ, tiene una densidad superficial de carga uniforme σ. Aplicando la ley de Gauss, obtener el campo eléctrico en cualquier punto del espacio, y a partir de él, el potencial eléctrico. Nota: Considerar que la lámina se encuentra a un potencial V_o. Si se observa que para transportar una carga puntual q = -40 μC desde un punto A (situado a 50 cm de la lámina) hasta un punto B (a 30 cm) hay que suministrar en forma de trabajo una cantidad de energía de 0,04 J, determinar la diferencia de potencial entre los puntos y la densidad superficial de carga de la lámina.

Solución: $\vec{E} = \begin{cases} +\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{i} & x>0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{i} & x<0 \end{cases}$; $V = \begin{cases} V_o - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}x & x \geq 0 \\ V_o + \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}x & x \leq 0 \end{cases}$; $V_A - V_B$ = 1 kV; $\sigma = -88$ nC/m^2.

[18] Aplicando la ley de Gauss, obtener el campo eléctrico creado por un cilindro de radio R, longitud infinita y densidad superficial de carga σ, en cualquier punto del espacio en función de la distancia r al eje del cilindro. Determinar, también, el potencial en cualquier punto del espacio sabiendo que su valor en la superficie del cilindro es V_S. <u>Nota</u>: Se verifica que fuera del cilindro los valores son equivalentes a los de un hilo situado en el eje del cilindro con $\lambda = \sigma 2\pi R$. Si el cilindro tiene un radio de 1 cm y se comprueba que el campo realiza un trabajo de 0,2 J para transportar una carga puntual de –0,5 μC desde un punto situado a 1 cm de la superficie hasta la superficie del cilindro, ¿cuál sería la densidad superficial de carga del cilindro?

<u>Solución</u>: $\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_o}\dfrac{1}{r}\vec{e}_r & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$; $V = \begin{cases} V_S - \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_o}\ln(\dfrac{r}{R}) & r \geq R \\ V_S & r \leq R \end{cases}$; $\sigma = 5{,}1\ 10^{-4}$ C/m^2.

[19] Sobre la superficie de un esfera de radio R se distribuye uniformemente una carga Q. Determinar el campo eléctrico y el potencial en cualquier punto del espacio en función de su distancia r al centro de la esfera. <u>Nota</u>: Se verifica que fuera de la esfera los valores son equivalentes a los de una carga puntual Q situada en el centro de la esfera. Obtener, en el caso particular: Q = 18 μC y R = 4 cm, el trabajo a realizar para transportar una carga puntual q = 2 μC desde un punto A situado sobre la superficie de la esfera hasta un punto B que dista 12 cm del centro de la misma. ¿Qué trabajo se realiza para transportar la carga q anterior desde el centro de la esfera hasta la superficie?

<u>Solución</u>: $\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_O}\dfrac{1}{r^2}\vec{e}_r & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$; $V = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{1}{r} & r \geq R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{1}{R} & r \leq R \end{cases}$; W = 5,4 J (lo realiza el campo); W = 0 J.

[20] Dos cargas puntuales de valor Q están fijas sobre el eje Y, separadas una distancia a y dispuestas simétricamente alrededor del origen. Determinar: a) el valor del potencial en el origen de coordenadas; b) el valor del potencial en cualquier punto del eje X; c) el del campo eléctrico en cualquier punto del eje X directamente y a partir del potencial; y d) el trabajo que habría que realizar para trasladar una carga q desde un punto P situado en el eje X a 25 cm del origen, hasta el origen, siendo Q = 2,5 μC, q = 4 μC y a = 10 cm.

<u>Solución</u>: a) $V_0 = \dfrac{Q}{\pi\varepsilon_o a}$; b) $V_X = \dfrac{Q}{\pi\varepsilon_o}\dfrac{1}{\left(4x^2 + a^2\right)^{1/2}}$; c) $\vec{E} = \dfrac{4Q}{\pi\varepsilon_o}\dfrac{x}{\left(4x^2 + a^2\right)^{3/2}}\vec{i}$; d) W = 2,9 J (lo realizamos). <u>Nota</u>: Para x >> a se tiene el potencial y el campo de una carga puntual 2Q.

[21] En los vértices A, B, C y D de un cuadrado de lado L = 20 cm, se colocan cuatro cargas puntuales de valor Q_A = 2 μC, Q_B = -4 μC, Q_C = -2 μC, Q_D = 1 μC. Calcular el trabajo que se debe realizar para transportar una carga q = 3 μC desde el centro del cuadrado al centro del lado AB. <u>Nota</u>: El cuadrado está dispuesto igual que en el Problema 7.

<u>Solución</u>: W= 88 mJ (lo realiza el campo).

[22] Un dipolo de momento $\vec{p} = 2aQ\,\vec{i}$ *se encuentra centrado en el origen de coordenadas (ver figura problema 23). Determinar el campo eléctrico creado por el dipolo en un punto del eje Y muy alejado del origen y en un punto del eje X muy alejado del origen. A la vista del resultado, ¿es más intensa la fuerza carga-carga o la fuerza carga-dipolo?*

Solución: $\vec{E} = -\dfrac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 y^3}$ *;* $\vec{E} = \dfrac{2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$ *; carga-carga.*

[23] Obtener el valor del potencial creado por el dipolo de la figura en un punto arbitrario, P, en función de la distancia del punto al centro del dipolo, r, y del ángulo ϕ*. Suponer que el punto P está suficientemente alejado del dipolo, es decir, que r >> 2a.*

Solución: $V = \dfrac{p\cos\phi}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$ *con p = 2aq.*