Demostracion-No-Decibilidad-Prob...

mike_

Modelos Avanzados de Computacion

4º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Huelva

Decidibilidad

$$MT\ reconoce\ L\ si \begin{cases} \forall w \in L \to MT(w) = & ACEPTAR \\ \forall w \notin L \to MT(w) = & \begin{cases} RECHAZAR \\ NO\ PARAR \end{cases} \end{cases}$$

$$MT\ decide\ L\ si \begin{cases} \forall w \in L \to MT(w) = & ACEPTAR \\ \forall w \notin L \to MT(w) = & RECHAZAR \end{cases}$$

Problema de la Parada: A_{TM}

Sea A_{TM} el lenguaje formado por las cadenas <M,w> tales que M es la codificación de una máquina de Turing y w es una cadena aceptada en dicha máquina.

<u>TEOREMA</u>: El lenguaje A_{TM} es indecidible.

<u>Demostración (por contradicción)</u>:

Supongamos que A_{TM} es decidible. En tal caso, debe existir una máquina de Turing, H, que decida el lenguaje, es decir:

$$H(< M, w >) = \begin{cases} ACEPTAR & si\ M\ acepta\ w \\ RECHAZAR & si\ M\ no\ acepta\ w \end{cases}$$

A partir de la máquina H, podemos definir una máquina D tal que D(<M>) consiste en ejecutar H(<M,M>) y devolver lo contrario, es decir:

$$D(< M >) = \begin{cases} ACEPTAR & si\ H\ rechaza < M, M > \\ RECHAZAR & si\ H\ acepta < M, M > \end{cases} == \begin{cases} ACEPTAR\ si\ M\ no\ acepta\ M \\ RECHAZAR\ \ si\ M\ acepta\ M \end{cases}$$

Si ejecutamos D sobre la codificación suya:

$$D(< D >) = \begin{cases} ACEPTAR & si\ D\ no\ acepta\ D \\ RECHAZAR & si\ D\ acepta\ D \end{cases}$$

CONTRADICCIÓN

Es imposible construir D, implicando que es imposible construir H, y, por tanto, A_{TM} es indecidible.