

Problema del Agua en marte
CIT 2001 Diseño y Análisis de Algoritmos
Pablo Veliz
16 de septiembre de 2016

El problema consiste en encontrar un numero que sean menor o igual a su antecesor y sucesor(minimo local) , se dispone de un arreglo de enteros con orden desconocido y se solicita encontrar una solucion en tiempo $O(\log(n))$.

La mejor forma para abordar este ejercicio es acceder a la mitad del arreglo y luego revisar el numero anterior y el sucesor de este, si el antecesor es menor, se realizara la misma busqueda pero en el sub-arreglo [inicio,mitad], en caso de que el sucesor sea el menor, se buscará en el arreglo [mitad,final] y así sucesivamente hasta encontrar un numero que cumpla la condicion. En caso de que la mitad sea igual al inicio o al final, no habrá encontrado un mínimo local.

```
1 def findlocalR(A,mid,low,hi):
2     if mid>=hi or low>=hi:
3         return -1
4     if A[mid-1] >= A[mid] and A[mid+1] >= A[mid]:
5         return A[mid]
6     elif A[mid-1] > A[mid] and A[mid+1] < A[mid]: # \
7         return findlocalR(A,mid/2,mid,hi)
8     else:
9         return findlocalR(A,mid/2,0,mid)
10
11 def findlocal(A):
12     return findlocalR(A,len(A)/2,0,len(A))
13
```

La forma de demostrar este algoritmo , probaremos con el metodo de induccion que para $T(n)$ se ejecutara el algoritmo generando el mismo pero con la mitad de el largo y se usara una comparacion constante, de esta forma:

$$T(n) = T(n/2) + O(1) \quad O(1)=C$$

Esto se cumple para la primera iteracion, ahora, para $n/2$:

$$T(n/2) = T(n/4) + O(1)$$

$$T(n) = (T(n/4) + C) + C$$

Dando como resultado:

$$T(n) = T(n/4) + C$$

Ahora, para N/N (caso genera) se tendrá la ecuación:

$$T(n/n) = T(n/n) + C + C + C + \dots$$

C se ejecutara una cantidad $\log N$, por lo tanto:

$$T(n/n) = c \log |N|$$

Esto comprueba que para cualquier n , el tiempo de ejecucion será $T(n) = \log|N|$.

Este metodo comparará los numeros (costo $O(c)$) y luego se ejecutara nuevamente con un sub-arreglo de tamaño $N/2$ una cantidad $O(\log |N|)$ de veces. Dara la ecuación:

$$T(n) = O(c) + O(\log |N|)$$

lo que da como resultado final:

$$T(n) = O(\log|N|)^1$$