FINAL SEPT 2020

1)
$$\overline{B \cap \bigcup_{i \in I} A} = \bigcap_{i \in I} (\overline{B} \cup \overline{A_i})$$

(1) $\overline{B \cap \bigcup_{i \in I} A} \subset \bigcap_{i \in I} (\overline{B} \cap \overline{A_i})$

$$x \in \overline{B \cap \bigcup_{i \in I} A} \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{INTERSECCION}} x \in \overline{B \wedge \bigcup_{i \in I} A} \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{MORGAN}} x \in \left(\overline{B} \vee \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}\right) \Longrightarrow$$

$$\underbrace{\Longrightarrow}_{\text{DISTRIBUTIVA}} x \in \bigcap_{i \in I} (\overline{B} \vee \overline{A_i}) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{UNION}} x \in \bigcap_{i \in I} (\overline{B} \cup \overline{A_i})$$

(2) $\bigcap_{i \in I} (\overline{B} \cup A_i) \subset \overline{B \cap \bigcup_{i \in I} A}$

$$x \in \bigcap_{i \in I} (\overline{B} \cup \overline{A_i}) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{DISTRIBUTIVA}} x \in \left(\overline{B} \cup \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}\right) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{UNION}} x \in \left(\overline{B} \vee \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}\right) \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{MORGAN}}$$

$$\Longrightarrow x \in \overline{\left(B \wedge \bigcup_{i \in I} A_i\right)} \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{INTERSECCION}} x \in \overline{\left(B \cap \bigcup_{i \in I} A_i\right)}$$

$\therefore$ POR (1) Y (2) SE CUMPLE LA IGUALDAD

2) PROBAR: SI A UN CONJUNTO PARCIALMENTE ORDENADO Y FINITO, CON UN ORDEN PARCIAL $<$, ENTONCES A TIENE AL MENOS UN ELEMENTO MAXIMAL Y AL MENOS UN ELEMENTO MINIMAL

COMO A ES PARCIALMENTE ORDENADO:

- $X < X$, $X \in A$ (REFLEXIVA)
- $X < Y \wedge Y < X \Rightarrow X = Y$ (ANTISIMETRICA)
- $X < Y \wedge Y < Z \Rightarrow X < Z$ (TRANSITIVA)

PROBEMOS POR ABSURDO:

SUPONGAMOS QUE A TIENE AL MENOS UN ELEMENTO MAXIMAL $X \in A$

SUPONGAMOS QUE $X = Y \wedge X = Z$

$\Rightarrow$ ~~PROBEMOS~~ VERIFIQUEMOS SI CUMPLE LAS PROPIEDADES DE ORDEN PARCIAL

- $X < X$, $X \in A$ (REF) ✓
- $X < Y \wedge Y < X \Rightarrow X = Y$ (ANTISIM) ✓
- $X < Y \wedge X < Z \Rightarrow X \leq Z$ (POR REFLEXIVA) (TRANSITIVA) ✓

$\therefore$ A TIENE AL MENOS UN ELEMENTO MAXIMAL QUE CUMPLA LAS PROPIEDADES DE ORDEN PARCIAL, ES ANALOGO PARA MINIMAL

3) $f(x)=\left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor$. HALLAR $f\left(\left[-6,-\frac{3}{5}\right]\right)$

$f([-6,-5))=-3$

$f([-5,-4))=-3$

$f([-4,-3))=-2$

$f([-3,-2))=-2$

$f([-2,-1))=-1$

$f([-1,-\frac{3}{5}))=-1$

$f([-\frac{3}{5}])=-1$

$f\left(\left[-6,-\frac{3}{5}\right]\right)=\{-3,-2,-1\}$

4) SEA $a,b\in\mathbb{Z}$, $a\neq 0$ PROBAR QUE $\frac{b}{a} \mid b$

$b \,\lfloor\, b/a$
K

SUPONGAMOS QUE $\frac{b}{a} \mid b \Rightarrow \frac{b}{a}\cdot k=b$

$\Rightarrow$ DESPEJAMOS: $k=\cancel{b}\cdot\frac{a}{\cancel{b}} \Rightarrow k=a$

$\wedge\ a\in\mathbb{Z} \Rightarrow k\in\mathbb{Z}$

$\therefore$ PODEMOS AFIRMAR QUE $\exists k\in\mathbb{Z}$ TQ $\frac{b}{a}\cdot k=b$

$\Rightarrow \frac{b}{a} \mid b$

5) $130X \equiv 5 (1045)$

$26X \equiv 1 \mod 209$

A	B	R	A/B
1045	130	5	8
130	5	0	26
209	26	1	8

$\Rightarrow (1045 : 130) = 5$

$\wedge\ 5 | 5$

$\Rightarrow$ Tiene 5 sol no congruentes

$\Rightarrow -8 \equiv 201 \mod 209$ $\qquad 1 = 209 - 26.8$

$\Rightarrow$ Sol no congruentes: $\{201, 410, 619, 828, 1037\}$

Sol enteras: $\begin{cases} 201 + 1045k \\ 410 + 1045k \\ 619 + 1045k \\ 828 + 1045k \\ 1037 + 1045k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

6) Probar: $ab + ac + bc' = ac + bc'$

	b	b'
ac	1	1
a'c		
ac'	1	
a'c'	1	

$f(a,b,c) = ac + BC' \Rightarrow$ Son iguales

FINAL 9/12/20

1) $\bar{A} \subset \bar{B} \Rightarrow \bar{A} \cup \bar{B}$

$x \in (\bar{A} \wedge \bar{B}) \Rightarrow x \in (\overline{A \vee B}) \Rightarrow x \notin (A \cup B)$

$x \in \bar{A} \underset{H}{\Rightarrow} x \notin (A \wedge B) \underset{\text{COMPLEMENTO}}{\Rightarrow} x \in \overline{(A \wedge B)} \underset{\text{MORGAN}}{\Rightarrow} x \in (\bar{A} \vee \bar{B})$

$\underset{\text{UNION}}{\Rightarrow} x \in (\bar{A} \cup \bar{B})$

2) SI A, UN CONJUNTO PARCIALMENTE ORDENADO CON UN ORDEN PARCIAL $<$ Y SEA $B \subset A$, ENTONCES PROBAR QUE B TIENE A LO SUMO UN SUPREMO Y A LO SUMO UN INFIMO

COMO A ES DE ORDEN PARCIAL:

- $x < x$, $x \in A$ (REF.)
- $x < y \wedge y < x \Rightarrow x = y$, $x, y \in A$ (ANTISIM.)
- $x < y \wedge y < z \Rightarrow x < z$ (TRANSITIVA)

$\therefore$ SUPONEMOS QUE B TIENE A LO SUMO 2 SUPREMOS $x, y \in A$

$\Rightarrow$ SABEMOS QUE POR LA ANTISIMETRICA $x < y \wedge y < x$ PERO $x \neq y$

(ABSURDO) $\therefore$ B TIENE A LO SUMO UN SUPREMO. ANÁLOGAMENTE PARA INFIMO

3) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ (\forall x \in \mathbb{R})\ f(x) = x^2 - 1, \ f^{-1}([-5, 15] \cup \{64\})$.

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$

EN REALIDAD ES: $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x+1}$

$f^{-1}([-5, -1)) = \phi$ ó NTS

$f^{-1}([-1, 0)) = 0$

$f^{-1}([0, 1)) = 1$

$f^{-1}([1, 2)) = \sqrt{2}$

$f^{-1}([15]) = 4$

$f^{-1}(\{64\}) = 8$

$[0, 4] \cup \{8\}$

$f^{-1}([-5, 15] \cup \{64\}) = [-4, 4] \cup \{-8, 8\}$

4) $x_0 . 413 + y_0 . 84 = ?$

$x_0 413 + y_0 84 = 1757$

A	B	R	A/B	
413	84	77	4	$77 = 413 - 84.4$
84	77	7	1	$7 = 84 - 77$
77	7	0	11	

$(413 : 84) = 7 \wedge 7 \mid 1757$

$\wedge\ 7 \nmid 175$

$7 = 84 - (413 - 84.4)$

$7 = 84.5 - 413$

x251

$1757 = \underbrace{1255}_{y_0} . 84 - \underbrace{251}_{x_0} . 413 \Rightarrow$ a) GASTÓ 1757

b) • OBJETOS DE CLASE A: $1255 - 413.K = 16$

• OBJETOS DE CLASE B: $-251 + 84.K = 1$

$1255 - 413K \geq 0 \quad \wedge \quad -251 + 84K > 0$

$-413K \geq -1255 \qquad 84K \geq 251$

$K \geq 3{,}03 \qquad K \geq \frac{251}{84}$

$K \geq 2{,}988$

$K \in \{3\}$

5) $\binom{1/2}{m} = \dfrac{1/2 \cdot (1/2 - 1) \cdot (1/2 - 2) \dots (1/2 - m + 1)}{m!}$

FINAL FEB 2021

1) $A \Delta \overline{B} = \phi$ ¿QUÉ CONDICIONES SE DEBEN CUMPLIR PARA QUE SEA VÁLIDA LA IGUALDAD?

$A \Delta \overline{B} = \phi \underset{\text{DIF SIMÉTRICA}}{\iff} A - \overline{B} = \phi \wedge \overline{B} - A = \phi \iff A \subset \overline{B} \wedge \overline{B} \subset A$

ES DECIR QUE $A = \overline{B}$

$\therefore A \Delta \overline{B} = \phi$

2) DADO $P(N)$, SE DEFINE $R \subset P(N) \times P(N)$ COMO:

$A R B \iff A \cap \{1,2,3\} \subset B \cap \{1,2,3\}$

REFLEXIVA:

$A R A \iff A \cap \{1,2,3\} \subset A \cap \{1,2,3\}$ ✓ (UN CONJUNTO ESTÁ CONTENIDO CONSIGO MISMO)

SIMÉTRICA:

$\underbrace{ARB}_{H} \Rightarrow \underbrace{BRA}_{T}$?

$BRA \iff B \cap \{1,2,3\} \subset A \cap \{1,2,3\}$ X

COMO CONTRAEJEMPLO:

$A = \{1,2\}$ $B = \{1,2,3,4\}$

$A \cap \{1,2,3\} = \{1,2\} \wedge B \cap \{1,2,3\} = \{1,2,3\}$

$\Rightarrow B \cap \{1,2,3\} \not\subset A \cap \{1,2,3\}$

TRANSITIVA:

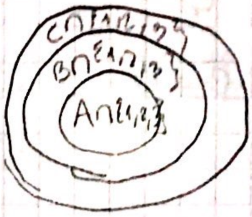
$\underbrace{ARB \wedge BRC}_{H} \Rightarrow \underbrace{¿ARC?}_{T}$

$ARB \Leftrightarrow A\cap\{1,2,3\} \subset B\cap\{1,2,3\}$

$BRC \Leftrightarrow B\cap\{1,2,3\} \subset C\cap\{1,2,3\}$

$\Rightarrow$ POR PROP DE CONJUNTOS

$ARC \Leftrightarrow A\cap\{1,2,3\} \subset C\cap\{1,2,3\}$



ANTISIMETRICA:

$ARB \wedge BRA \Rightarrow ¿A=B?$ X

COMO CONTRAEJEMPLO:

$A=\{1,2,3,4\} \wedge B=\{1,2,3,5\}$

$\Rightarrow ARB \wedge BRA$ PERO $A \neq B$

3) HALLAR $f^{-1}([-10,10))$ CON $[-10,10) \subset \mathbb{Z}$ SIENDO

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{Z}: f(x)=\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor^2$

$f^{-1}([-10,0)) =$ NTS ó $\emptyset$ $\quad \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor^2 = -10 = \emptyset$

$f^{-1}([0,1)) = [0,3)$ $\quad 0 \leq \frac{x}{3} < 1$

$3\cdot 0 \leq x < 3$

$f^{-1}([1,2)) = [-3,0)\cup[3,6)$

$\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = \pm 1$

$-1 \leq \frac{x}{3} < 0 \qquad 1 \leq \frac{x}{3} < 2$

$-3 \leq x < 0 \qquad 3 \leq x < 6$

$f^{-1}([2,4)) =$ NTS ó $\emptyset$

$\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$

$f^{-1}([4,5)) = [-6,-3)\cup[6,9)$

$\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = \pm 2$

$-2 \leq \frac{x}{3} < -1 \qquad 2 \leq \frac{x}{3} < 3$

$-6 \leq x < -3 \qquad 6 \leq x < 9$

$f^{-1}([5,9)) =$ NTS ó $\emptyset$

$f^{-1}([9,10)) = [-9,-6)\cup[9,12)$

$\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = \pm 3$

$-3 \leq \frac{x}{3} < -2 \quad 3 \leq \frac{x}{3} < 4$

$-9 \leq x < -6 \quad 9 \leq x < 12$

$\Rightarrow f^{-1}([-10,10)) = [-9,12)$

4) $\begin{cases} X \equiv 4 \mod 8 & (1) \\ X \equiv a \mod 6 & (2) \\ X \equiv -1 \mod 15 \equiv 14 \mod 15 & (3) \end{cases}$

DETERMINAR EL VALOR DE a, $0 \leq a < 6$ PARA QUE EL SISTEMA SEA COMPATIBLE Y LUEGO RESOLVERLO

$X = 4 + 8K \quad , \quad K \in \mathbb{Z} \quad (1)$

$4 + 8K \equiv a \mod 6$

$8K \equiv a - 4 \mod 6 \quad (2)$

$2K \equiv a - 4 \mod 6$

$2K \equiv 2 \mod 6 \quad a = 0$

$K \equiv 1 \mod 6$

$K = 1 + 6H \Rightarrow X = 4 + 8 + 48H \quad H \in \mathbb{Z}$

$X = 12 + 48H$

$12 + 48H \equiv -1 \mod 15 \quad 3.1$

$48H \equiv 2 \mod 15$ Probemos:

$3H \equiv 2 \mod 15$

$3.1 = 3 \; \underline{|15}$; 3 ; 0

$3.2 = 6 \; \underline{|15}$; 6 ; 0 NUNCA DESDE 3

$\Rightarrow$ NO SIRVE $a = 0$

$a = 1$

(2) $8K \equiv 3 \mod 6$

$\Rightarrow$ Probemos $8.1 \; \underline{|6}$; 2 ; 1

$8.2 = 16 \; \underline{|6}$; 4 ; 2 NO SIRVE $a = 1$

$8.3 = 24 \; \underline{|6}$; 0 ; 4

$a = 2 \quad 8K \equiv 4 \mod 6$

$2K \equiv 4 \mod 6$

$K \equiv 2 \mod 6$

$2.2 \; \underline{|6}$; 4 ; 0

PARA $K = 2 \wedge a = 2$ SE CUMPLE LA CONGRUENCIA $\Rightarrow K = 2 + 6H$

(1) $X = 4 + 8 \cdot (2 + 6H)$

$X = 20 + 48H$

(3) $20 + 48H \equiv 14 \mod 15$

$3H \equiv 9 \mod 15$

$H \equiv 3 \mod 15 \Rightarrow H = 3 + 15J$

(1) $X = 20 + 48(3 + 15J)$

$\therefore X = 164 + 720J$

5)

P: EL RESULTADO DE LA CUENTA ES PAR

M: ES MAYOR QUE 1000

a) $p' + M = 1$ (1)

$M = 1$ (2)

$\Rightarrow P = 1$

PROBEMOS POR ABSURDO $\Rightarrow P = 0$

$1 + 1 = 1$ (1)

$M = 1$ (2)

$\Rightarrow$ COMO NO HAY CONTRADICCION EL RAZONAMIENTO ES INVALIDO

b) $p' + M = 1$ (1)

$M' = 1$ (2)

$\Rightarrow p' = 1$

PROBEMOS POR ABSURDO $\Rightarrow P < 1$

(1) $0 + 0 = 1$

$\Rightarrow$ COMO HAY CONTRADICCION, EL RAZONAMIENTO ES VALIDO

Final Marzo 2021

1) $\underbrace{A \cup B = B}_{H} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{T}$

$X \in \overline{B} \xRightarrow[\text{COMPLEMENTO}]{} X \notin B \xRightarrow[\text{H. POTESIS}]{} X \notin (A \cup B) \xRightarrow[\text{UNION}]{} X \notin (A \vee B) \xRightarrow[\text{COMPLEMENTO}]{} X \in \overline{(A \vee B)}$

$\xRightarrow[\text{MORGAN}]{} X \in (\overline{A} \wedge \overline{B}) \xRightarrow[\text{SIMPLIFICACION}]{} X \in \overline{A}$

$\therefore \overline{B} \subset \overline{A}$

2) DADOS LOS VECTORES $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \in \mathbb{R}^m$, SE DEFINE LA RELACION $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$ COMO

$$\overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow B - A = D - C$$

PROBAR QUE $\mathcal{R}$ ES DE RELACIÓN DE EQUIVALENCIA

(1). $\overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow B - A = B - A$ ✓ SE CUMPLE LA REFLEXIVA

(2). $\underbrace{\overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{CD}}_{\text{HIPOTESIS}} \Rightarrow \underbrace{\overrightarrow{CD} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{AB}}_{\text{TESIS}}$

$B - A = D - C \Rightarrow D - C = B - A$ ✓ SE CUMPLE LA SIMETRICA

(3). $\overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{CD} \wedge \overrightarrow{CD} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{EF} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{EF} \Leftrightarrow B - A = F - E$

POR HIPOTESIS SABEMOS QUE: $B - A = D - C \wedge D - C = F - E$

$\Rightarrow$ POR HIPOTESIS $B - A = F - E \Rightarrow \overrightarrow{AB} \,\mathcal{R}\, \overrightarrow{EF}$ ✓

SE CUMPLE LA TRANSITIVA

$\therefore$ POR (1), (2) Y (3) $\mathcal{R}$ ES UNA RELACION DE EQUIVALENCIA

3) HALLAR $f([-10,10))$ CON $[-10,10) \subset \mathbb{R}$ SIENDO

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{Z} : f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor^2$

$f([-10,-9)) = 16$

$f([-9,-8)) = 9$

$f([-8,-7)) = 9$

$f([-7,-6)) = 9$

$f([-6,-5)) = 4$

$f([-5,-4)) = 4$

$f([-4,-3)) = 4$

$f([-3,-2)) = 1$

$f([-2,-1)) = 1$

$f([-1,0)) = 1$

$f([0,1)) = 0$

$f([1,2)) = 0$

$f([2,3)) = 0$

$f([3,4)) = 1$

$f([4,5)) = 1$

$f([5,6)) = 1$

$f([6,7)) = 4$

$f([7,8)) = 4$

$f([8,9)) = 4$

$f([9]) = 9$

$f([-10,10)) = \{0,1,4,9\}$

Escaneado con CamScanner

4) $X_0 \cdot 13 + Y_0 \cdot 7 = 563$

A	B	R	A/B
13	7	6	1
7	6	1	1
6	1	0	6

$6 = 13 - 7 \cdot 1$

$1 = 7 - 6 \cdot 1$

$1 = 7 - (13 - 7)$

$1 = 7 \cdot 2 - 13 \cdot 1$

$563 \,\big(\; 563 = 1126 \cdot 7 - 563 \cdot 13$

CUADERNILLOS: $-563 + 7K$

BIROMES: $1126 - 13K$

$-563 + 7K \geq 0$

$7K \geq 563$

$K \geq 80{,}42$

$1126 - 13K \geq 0$

$1126 \geq 13K$

$\frac{1126}{13} \geq K$

$86{,}6 \geq K$

$K \in \mathbb{Z} \wedge K = [81, 86]$

$K = \{81, 82, 83, 84, 85, 86\}$

POSIBLES CANTIDADES

C: 4 $\wedge$ B: 73

C: 11 $\wedge$ B: 60

C: 18 $\wedge$ B: 47

C: 25 $\wedge$ B: 34

C: 32 $\wedge$ B: 21

C: 39 $\wedge$ B: 8

C = CUADERNILLOS

B = BIROMES

5)

F: JOSÉ ES FRANCÉS.

P: JOSÉ ES PRIMO DE MARÍA

H: MARÍA ES HOLANDESA

$$F' + (P + H) = 1 \qquad (1)$$

$$P'H' = 1 \qquad (2)$$

$$\Rightarrow F = 0$$

PROBEMOS POR ABSURDO $F = 1$

(1) $0 + P + H = 1 \Rightarrow$ PODEMOS CONCLUIR QUE POR LO MENOS UNO DE LOS DOS ES $= 1$ $(P \wedge H) \vee (P \vee H)$

$\Rightarrow$ (2) $P'H' = 1 \Rightarrow$ CONTRADICCIÓN

PORQUE POR (1) SABEMOS QUE POR LO MENOS ALGUNA DE LAS DOS VARIABLES BOOLEANAS (P, H) ES $= 1$ LO QUE HACE QUE $P'H' = 0$

$\therefore$ EL RAZONAMIENTO ES VALIDO

FINAL ULTIMO MARZO

1) $\underbrace{A\cup B \subset C}_{H} \Rightarrow \underbrace{\overline{C} \subset \overline{(A\cap B)}}_{T}$

$X \in \overline{C} \underset{\text{DEF COMPLEMENTO}}{\Longrightarrow} X \notin C \underset{\text{HIPOTESIS}}{\Longrightarrow} X \notin (A\cup B) \underset{\text{UNION}}{\Longrightarrow} X \notin A \wedge X \notin B \underset{\text{DISTRIBUTIVA}}{\Longrightarrow} X \notin (A\wedge B)$

$\underset{\text{INTERSECCION}}{\Longrightarrow} X \notin (A\cap B) \underset{\text{COMPLEMENTO}}{\Longrightarrow} X \in \overline{(A\cap B)}$

2)

a) PROBAR QUE LA RELACION SIGUIENTE ES DE EQUIVALENCIA EN $\mathbb{Q}$

$$X \sim Y \Leftrightarrow (\exists K \in \mathbb{Z}) \text{ tq } X = \frac{7Y+K}{7}$$

- REFLEXIVA:

$X \sim X \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) \text{ tq } X = \frac{7X+K}{7}$

$$7X = 7X + K$$
$$0 = K$$

$\therefore$ POR HABER ENCONTRADO UN VALOR ENTERO QUE CUMPLA CON LA PROPIEDAD, SE CUMPLE LA REFLEXIVA $\Rightarrow X \sim X$

- SIMETRICA:

$\underbrace{X \sim Y}_{H} \Rightarrow \underbrace{Y \sim X}_{T} \Leftrightarrow (\exists K \in \mathbb{Z}) \text{ tq } Y = \frac{7X+K}{7}$

$$7Y - K = 7X$$
$$\frac{7Y-K}{7} = X$$
$$\frac{7Y-K}{\cancel{7}} = \frac{7Y+K}{\cancel{7}}$$
$$0 = 2K$$
$$0 = K \wedge 0 \in \mathbb{Z}$$

$\therefore$ SE CUMPLE LA SIMETRICA

$\Rightarrow X \sim Y \wedge Y \sim X$

· TRANSITIVA

$$\underbrace{X \sim Y \wedge Y \sim Z}_{H} \Rightarrow \underbrace{X \sim Z}_{T}$$

$X \sim Y \Leftrightarrow (\exists K_1 \in \mathbb{Z})$ Tq $X = \dfrac{7Y + K_1}{7}$ (1)

$Y \sim Z \Leftrightarrow (\exists K_2 \in \mathbb{Z})$ Tq $Y = \dfrac{7Z + K_2}{7}$ (2)

REMPLAZAMOS (2) EN (1)

$X = \dfrac{7Z + K2 + K1}{7}$ $\quad K = K_1 + K_2$

$X = \dfrac{7Z + K}{7}$ $\therefore$ SE CUMPLE LA TRANSITIVA

b) Si $\dfrac{2}{7}$ y $\dfrac{10}{7}$ ESTAN EN LA MISMA CLASE $\Rightarrow \dfrac{2}{7}, \dfrac{10}{7} \in [X]$

dpq: $\exists K_1 \in \mathbb{Z}$ Tq $X \sim \dfrac{2}{7}$ $\wedge$ $\exists K_2 \in \mathbb{Z}$ Tq $X \sim \dfrac{10}{7}$

$\Rightarrow X = \dfrac{7 \cdot \frac{2}{7} + K1}{7}$ $\quad \Rightarrow X = \dfrac{7 \cdot \frac{10}{7} + K2}{7}$

$X = \dfrac{2 + K1}{7}$ $\quad X = \dfrac{10 + K2}{7}$

$$\Rightarrow \frac{2 + K1}{7} = \frac{10 + K2}{7}$$

$$\underbrace{K1}_{\in \mathbb{Z}} = \underbrace{10 - 2 + K2}_{\in \mathbb{Z}}$$

$\therefore \dfrac{2}{7} \wedge \dfrac{10}{7}$ ESTAN EN LA MISMA CLASE

3) YA LO GRAFIQUE ANTES EN LA CARPETA

4) $17^k + 1 = m \quad \wedge \quad 2 \mid m \quad \wedge \quad 4 \nmid m$

$$\begin{cases} 17^k + 1 \equiv 0 \quad MOD\ 2 \\ 17^k + 1 \equiv x \quad MOD\ 4 \qquad x \neq 4 \end{cases}$$

PROBAMOS POR ABSURDO

$$\begin{cases} 17^k \equiv 1 \quad MOD\ 2 \Rightarrow \exists K_1 \in \mathbb{Z}\ Tq\ \ 17^k = 2.K_1 + 1 \\ 17^k \equiv 3 \quad MOD\ 4 \Rightarrow \exists K_2 \in \mathbb{Z}\ Tq\ \ 17^k = 4K_2 + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2K_1 + 1 = 4K_2 + 3$$

$$\frac{2K_1 - 2}{4} = K2$$

$$\frac{K_1 - 1}{2} = K2$$

$\Rightarrow K_1 - 1 \in \mathbb{Z}$ PERO COMO TIENE UN 2 COMO DENOMINADOR, ENTONCES K_2 PUEDE NO SER ENTERO $\Rightarrow$ CONTRADICCION

$\therefore 4 \nmid (17^k + 1)$

5) T: LA TORMENTA CONTINUA

N: SE HACE DE NOCHE

C: NOS QUEDAMOS A CENAR O A DORMIR

R: IREMOS MAÑANA A LA REUNION

$$(T+N)' + C = 1 \quad (1)$$

$$C' + R' = 1 \quad (2)$$

$$R = 1 \quad (3)$$

$$\Rightarrow T = 1$$

PROBAMOS POR ABSURDO $T = 0$

(2) $C' = 1$

(1) $(0+N)' + 0 = 1$

$\therefore$ COMO NO HAY CONTRADICCION EL RAZONAMIENTO ES INVALIDO

5) T: LA TORMENTA CONTINUA

N: SE HACE DE NOCHE

C: NOS QUEDAREMOS A CENAR O A DORMIR

R: IREMOS MAÑANA A LA REUNION

(1) $(T+N)' + C = 1$

(2) $C' + R' = 1$

(3) $R = 1$

$\therefore T = 0$

PROBAMOS POR ABSURDO $\Rightarrow T = 1$

(2) $C' + 0 = 1 \Rightarrow C = 0$

(1) $\underbrace{(1+N)'}_{0} + 0 = 1$

$0 + 0 = 1 \Rightarrow$ CONTRADICCIÓN

$\therefore$ EL RAZONAMIENTO ES VÁLIDO