



booklet phx #10

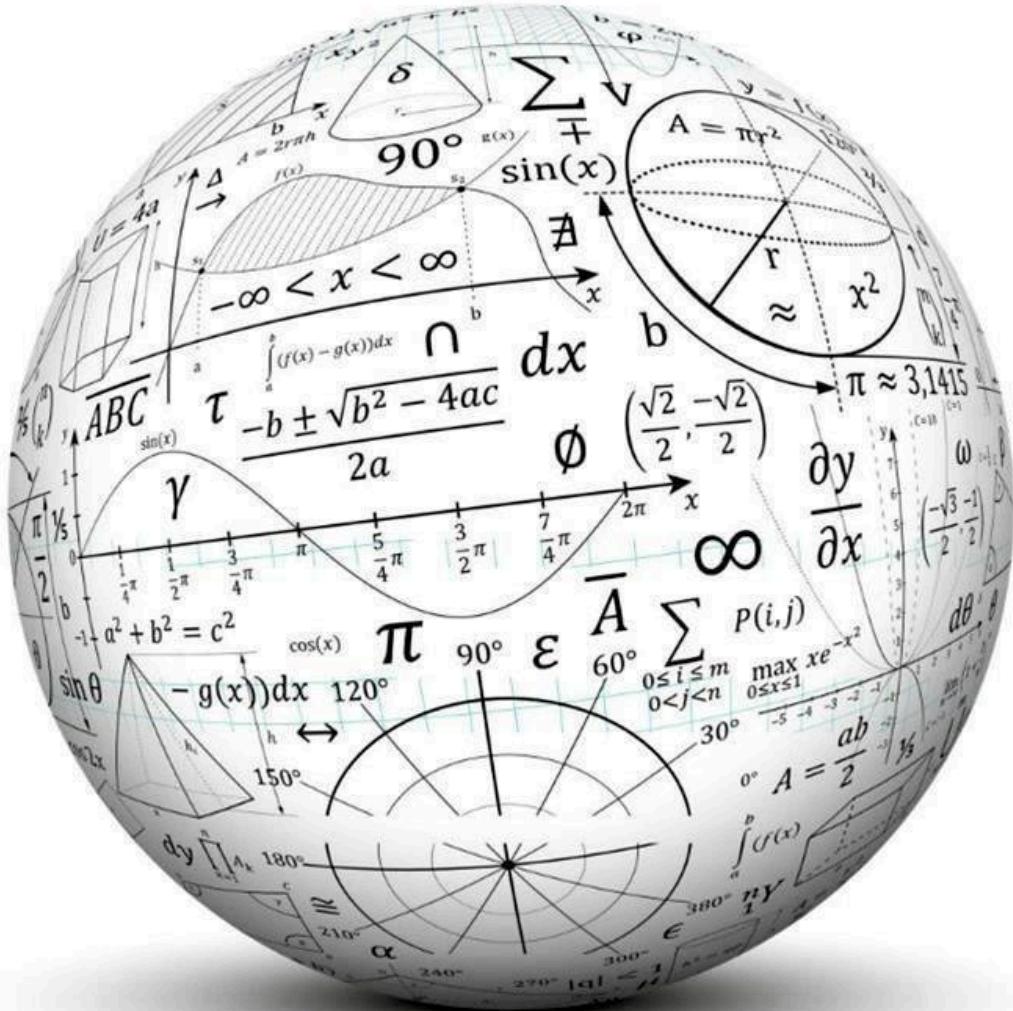
# Meta-matika

Daripada terlihat seperti "salah jurusan" karena selama ini menulis apa-apa selalu di luar keilmuanku di perguruan tinggi, maka kali ini tulisanku khusus ku dedikasikan untuk ilmu yang tengah ku cumbui saat ini.

Ya, matematika bukan lah sekedar ilmu hitung, ia juga bukan hanya cara berpikir, ia lebih dari semua itu. Ia bagaikan agama, yang dipuja-puja manusia semenjak logika mulai berbicara, ia bagaikan raja, yang dipatuhi dengan taat tanpa banyak tanda tanya, ia bagaikan negara, yang mengatur dan meregulasi cara kerja ilmu-ilmu lainnya, ia bagaikan semesta, yang selalu ada di setiap jengkal kehidupan manusia.

Aku memang baru 3 tahun benar-benar mendalami makhluk yang satu ini, tapi bukankah pencarian kebenaran tetap butuh jejak-jejak perjalanan? Maka inilah jejak tercatat dari yang ku temukan selama ini.

(PHX)



*Teruntuk*

*HIMATIKA ITB,*

*Semua mahasiswa matematika di seluruh Indonesia,*

*Dan siapapun yang mengagumi keindahan angka*

## Daftar Konten

$$\begin{array}{c} 2 > -3 \\ 0.999\dots = 1 \\ \pi \approx 3.14 \\ \sqrt{2}^1 + 2 \cdot 3 \\ 5(2 + 2) \\ 101_2 = 5_{10} \end{array}$$


- I - Eksistensi Tanpa Definisi (5)
  - II - Kenyataan Buatan (14)
  - III - Wajah Masa Kini (21)
  - IV - Spiritualitas Logika (31)
  - V - Sintesis Makna (42)
- Rekomendasi Pustaka (55)

# **Bagian I**

## **Eksistensi Tanpa Definisi**

Apa itu matematika? Sebuah objek yang sebenarnya bisa menimbulkan banyak tanya. Setelah hampir 2 tahun mencoba pendekatan dengannya, saya belum banyak melakukan perenungan secara serius mengenai yang satu ini. Walau Bertrand Russel sudah berusaha memancing dengan bukunya "*Introduction to Mathematical Philosophy*", tetap saja perhatianku teralihkan oleh hal-hal permukaan di ruang kelas dengan bermacam mata kuliah, membuatku selalu gagal mencoba mencari esensi di balik semua teorema itu. Hingga akhirnya tidak lama yang lalu seseorang mengirimkan rentetan pertanyaan melalui private message facebook, hasratku bertanya muncul kembali, yang ku tahu harus segera ku turuti sebelum tenggelam dalam rutinitas sebagai ketua himpunan.

Tidak banyak pertanyaan yang ku dapat, sekedar "apa sih matematika? apakah matematika itu hanya sebagai bahasa simbol atau algoritmik saja? apa peran matematika dalam dunia ini ? apakah ada hubungannya antara matematika dan agama? bagaimana mengenai kemampuan berfilsafat seseorang berpengaruh kepada bagaimana ia menjalani kehidupannya? dan juga apakah ada pengaruhnya antara kemampuan filsafat seseorang terhadap kemampuan matematikanya?", namun tetap harus dengan hati-hati dijawab. Maka apa yang saya tulis selanjutnya adalah sebuah usaha untuk mencoba menjawab semua pertanyaan itu dalam berbagai refleksi yang sebenarnya telah ku lakukan pada setiap mata kuliah yang berbeda.

### Pertanyaan tak terjawab

Sebuah eksistensi lebih dulu ada sebelum esensi (*L'existence précède l'essence*), kata Jean-Paul Sartre. Secara sekilas, kalimat yang menjadi ciri khas eksistensialisme dari filsuf perancis itu terlihat begitu benar dalam beberapa aspek. Namun dalam perjalanan hidup saya yang baru 20 tahun terlewati ini, eksistensi bernama matematika membuat pernyataan Sartre tadi menjadi suatu kontradiksi. Apalagi ketika memasuki wilayah abstrak bernama aljabar, matematika bagi sesuatu yang bisa berwujud apapun tanpa kehilangan esensinya sebagai matematika.

Ketika mencoba mencari jawaban pertanyaan dasar apa itu matematika, siapapun bisa memberikan jawaban yang berbeda namun tidak bisa disalahkan satu dengan yang lainnya. Walau mungkin anak matematika sendiri belum tentu pernah secara serius memikirkan apa itu

matematika, sejak memasuki jurusan matematika, saya menyadari banyak yang berkata bahwa matematika adalah cara berpikir. Mungkin itu cukup cocok, hal yang tidak bisa disalahkan. Namun dari perspektif ilmu terapan, matematika juga adalah alat, yang tinggal pakai untuk menyelesaikan masalah yang sesuai pada berbagai sektor yang berbeda. Dalam perspektif yang berbeda, matematika lebih dari sekedar alat ataupun cara berpikir, matematika bisa menjadi sebuah prinsip, ideologi yang mengarahkan pandangan, sebuah sifat yang tak terlihat.

Terlepas dari semua itu, matematika juga bisa dilihat sebagai suatu objek, baik dalam bentuk mata kuliah, jurusan, pelajaran, buku, atau apapun yang secara nyata ada dan jelas. Dalam sebagai objek itu, salah satunya matematika juga bisa dibilang adalah sebuah ilmu. Sekali lagi, hal yang

tidak bisa disalahkan dalam mencoba mendefinisikan apa itu matematika. Bahkan terlebih lagi, seperti mungkin apa yang dirasakan Srinivasa Ramanujan ketika dia menjadi begitu semangat dalam mempelajari teori bilangan, matematika menjadi suatu spiritualitas, suatu hal yang melampaui logika, melampaui seni, bahkan intuisi. Pada suatu keadaan tertentu, seorang matematikawan dapat merasakan suatu keindahan dan kebahagiaan tersendiri ketika berhadapan dengan matematika. Dilihat dari sisiyang berbeda lagi, matematika juga adalah bahasa, matematika juga adalah seni, dan masih banyak lagi perspektif lainnya yang tidak bisa disalahkan.

Semua pendapat itu mengakibatkan tidak ada pengertian pasti dari matematika. Padahal, matematika adalah eksistensi yang nyata, yang semua orang bisa merasakannya dan tahu bahwa itu matematika, walau memang pada kedalaman tertentu, hanya segelintir yang paham yang bisa melihat bahwa sesuatu adalah matematika. Maka apa itu matematika?

Masyarakat pada umumnya memahami matematika adalah ketika angka-angka dioperasikan. Dalam sistem pendidikan di Indonesia, semua orang sejak kecil diberi persepsi serupa, bahwa matematika adalah ilmu hitung, titik. Bahkan pada Kamus Besar Bahasa Indonesia, matematika hanya didefinisikan sebagai : ilmu tt bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yg digunakan dl penyelesaian masalah mengenai bilangan. Perspsi ini membuat

matematika yang jika diibaratkan dalam dimensi n, hanya dilihat dari satu sisi koordinat, menghilangkan makna n-1 koordinat lainnya. Sempitnya arah pemahaman terhadap matematika ini membuat eksistensi matematika bagaikan hantu: tidak terlihat, terkadang membuat orang begitu takut untuk sekedar melihatnya, terkadang juga membuat orang begitu penasaran hingga terus berusaha agar bisa melihatnya.

Secara umum, filsafat matematika telah terbagi dalam begitu banyak aliran, bahkan khusus untuk membahas definisi. Tiga pemikiran paling menonjol terkait definisi matematika adalah rasionalisme, intuisionisme, dan formalisme. Rasionalis menganggap semua matematika hanyalah logika simbolik, artinya sistemasi pikiran yang terwujud dalam rangkaian simbol-simbol, intuisionis menganggap matematika adalah aktivitas mental yang terkait dengan konstruksi sesuatu satu sama lain, sedangkan formalis sekedar melihat bahwa matematika hanyalah ilmu mengenai sistem formal, artinya suatu sistem yang terdiri dari kumpulan simbol dan aturan yang mengaitkan simbol-simbol tersebut. Ketika melihat matematika hanyalah logika simbolik, hal ini melupakan intuisi dan imajinasi sebagai komponen dasar dalam konstruksi matematika, membuat matematika kehilangan keindahannya terhadap dirinya sendiri, namun ketika sekedar menganggap matematika adalah aktivitas mental dalam mengkonstruksi sesuatu, hal ini disanggah dengan adanya objek matematika yang dapat eksis tanpa memerlukan konstruksi di atas lainnya.

## Menelusuri sejarah

Asal mula munculnya matematika tidak dapat ditelusuri dengan pasti. Munculnya kematematikaan bahkan bisa ditarik mundur hingga zaman prasejarah ketika konsep kuantifikasi sesuatu mulai muncul untuk membandingkan, seperti bahwa dua batu lebih banyak dari satu batu. Di sinilah pada dasarnya asal mula perkembangan konsep matematika, yaitu membilang (*counting*), untuk mengetahui banyaknya sesuatu dibandingkan dengan yang lainnya, yang akhirnya melalui proses abstraksi memunculkan ide bilangan. Sistem bilangan paling pertama tentu saja adalah bilangan asli, bilangan yang murni untuk membilang, dari satu, dua, hingga seterusnya, bergantung pada basis yang dipakai. Perbedaan basis ini menentukan bagaimana kita dapat mengoperasikan bilangan-bilangan tersebut. Tercatat bahwa pada peradaban babilonia menggunakan sistem bilangan basis 60 (pada masa modern, basis ini turun dalam konsep waktu dan derajat sudut), yang dengannya mereka berhasil mengembangkan konsep pecahan dan aritmatika sederhana. Peradaban tua lainnya yang berhasil tercatat menggunakan konsep bilangan adalah peradaban mesir. Dalam Rhind Papirus, salah satu catatan kertas papirus yang diketahui mengandung konsep matematika, tertulis penyelesaian beberapa permasalahan matematis.

Baik mesir maupun babilonia mengembangkan abstraksi sistem bilangan

cenderung tidak terstruktur dan sekedar untuk menjawab masalah-masalah tertentu. Ini yang sangat membuat Yunani menjadi motor utama lahirnya matematika yang lebih sistematis. Pemicunya adalah tumbuh suburnya logika pada peradaban Yunani klasik, yang memang bersamaan dengan berkembangnya filsafat yunani. Baik Thales, Aristoteles, Plato, Phytagoras, Euclid, Ptolemy, Diophantin, dan berbagai filsuf-matematikawan sezaman lainnya memperlihatkan metodologi yang lebih sistematis dalam mengembangkan konsep. Dari sinilah sistematika logika deduktif mulai menjadi metodologi utama matematika, yaitu bahwa melalui aksioma-aksioma dasar, keseluruhan konsep bisa dikonstruksikan melalui aturan-aturan logika yang valid.

Pada awalnya, semua konsep matematika lahir dari dunia nyata yang kemudian diabstraksikan dalam sebuah ide atau konsep. Sejak berkembangnya sistematika logika pada peradaban Yunani klasik, abstraksi ini meluas dengan cepat, apalagi dipicu dengan semangat mencari kebenaran yang sangat subur berkembang pada masa itu dalam rangka membebaskan diri dari spekulasi mistis dan mitologi. Hal ini diperkaya dengan munculnya konsep algoritma dalam aljabar yang dikembangkan Khawarizmi sebagai bentuk prosedural sistematis dalam menyelesaikan sesuatu.

## Abstraksi Tanpa Batas

Awalnya Aristoteles mendefinisikan matematika sebagai "*science of quantity*" atau ilmu tentang kuantitas. Definisi itu mungkin masih cocok untuk bentuk dasar

matematika ketika pertama kali lahir. Namun ketika abad ke 18 matematika mulai memperluas abstraksinya dengan munculnya teori grup dan geometri

proyektif, definisi itu kehilangan makna dengan sendirinya, karena aljabar abstrak sama sekali tidak punya hubungan dengan pengukuran atau kuantitas. Abstraksi matematika yang terjadi selama abad ke 19 membuat definisi apapun selalu mengalami tidak cukup untuk menggambarkan matematika secara utuh.

Dengan menjadikan logika sebagai batu landasan, abstraksi yang dapat dilakukan menjadi tanpa batas. Dalam hal ini matematika menjadi suatu bentuk yang sangat bebas, karena yang terpenting dalam matematika adalah validitasnya, artinya tidak peduli apapun objeknya, tak peduli seaneh apapun hasilnya, selama melalui proses konstruksi yang valid, hal tersebut pasti berlaku. Permasalahan-permasalahan dari dunia nyata pun terus diperluas dan digeneralisasikan menjadi bentuk seumum mungkin. Dari 3 dimensi menuju n dimensi, dari keterhinggaan menjadi bentuk tak terhingga. Matematika yang awalnya hanyalah sebuah konsep membilang pun menjadi sesuatu yang sangat luas. Ketika segalanya diabstraksikan dalam bentuk umum, walaupun objeknya belum tentu ada di dunia nyata, apalagi yang tidak termasuk ke dalamnya?

Seiring waktu, permasalahan di dunia nyata sebenarnya semakin luas dan kompleks, yang selalu menuntut menghasilkan cabang baru dalam matematika. Namun seperti dalam perkembangannya, matematika tidak

pernah berhenti pada selesainya suatu permasalahan, namun selalu ada proses abstraksi lebih lanjut walaupun sudah tidak ada hubungannya lagi dengan permasalahan nyata. Ambillah contoh teori koding, bagaimana mengkonstruksikan kode sehingga error bisa terdeteksi. Permasalahan ini muncul dari dunia teknologi informasi yang memakai sistem biner dalam mentransmisi informasi, sehingga muncullah teori koding dalam lapangan (suatu sistem matematika dengan 2 operasi dan 8 aksioma) biner. Namun dalam perkembangannya, teori koding diperluas lagi menjadi lapangan dimensi n, walaupun tidak ada permasalahan dunia nyata apapun yang berhubungan dengannya! Abstraksi ini pun terus menciptakan suatu konsep raksasa yang mana segala sesuatu tunduk padanya, dan konsep raksasa ini hanya berdiri pada satu landasan : logika.

Ketakterbatasan abstraksi ini membuat perkembangan matematika tidak akan pernah berhenti. Ia hanya butuh satu koridor, selebihnya ia bebas kemana-mana. Hal ini seperti yang pernah dikatakan George Cantor, bahwa "Esensi dari matematika adalah kebebasannya." Jika dibilang matematika adalah ratu ilmu pengetahuan, maka ratu bebas bekehendak pada semua pengetahuan manusia! Dan memang benar, matematika adalah satu-satunya ilmu yang begitu bebasnya, karena ia tidak berdiri di atas realita, ia tidak terbatas realita.

### Esensi di balik eksistensi

Lalu apa itu matematika? Melihat eksistensi ini begitu mengalami ketidakjelasan makna, begitu luasnya hingga beberapa bahkan saling kontradiksi

satu dengan lainnya namun tetap memiliki gambaran yang benar terhadap matematika, maka matematika diibaratkan bagaikan himpunan, objek yang tidak punya definisi.

Yang bisa kita tahu dari himpunan hanyalah keanggotaannya, cukup. Karena ketika kita membatasi himpunan dalam bentuk definisi, maka Bertrand Russel pernah memberikan paradoks yang luar biasa dengan mendefinisikan suatu himpunan yang anggotanya bukan merupakan anggota dirinya sendiri,  $R = \{x : x \text{ bukan elemen } x\}$ . Hal ini membuat bahwa  $R$  elemen  $R$  jika dan hanya jika  $R$  bukan elemen  $R$ , kontradiksi! Maka jelas definisi tidak bisa membuat eksistensi dari suatu himpunan ada, tapi yang bisa dilihat dari himpunan hanya keanggotannya.

Seperti halnya himpunan, yang kita tahu dari matematika hanyalah apa yang terkait dengannya. Lebih tepatnya lagi, yang bisa kita tahu dari matematika hanyalah esensinya, tanpa perlu matematika itu mewujud menjadi suatu eksistensi. Apapun bisa jadi matematika. Hingga akhirnya Russel mencoba mendefinisikan matematika dalam bentuk tak terdefinisi. Ia menyebutkan bahwa matematika sebagai : *the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true*. Memang suatu konsep yang absurd, tapi itulah matematika! Perkembangan matematika bukannya semakin memperjelas maknanya, namun malah mendestruksi jati dirinya sendiri. Matematika semakin mengabur dalam bentuk yang hanya bisa

dirasakan secara intuitif. Pada titik inilah matematika melampaui logika, landasannya sendiri, menjadi suatu bentuk spiritualitas.

Maka ketika kita bertanya lagi, apa itu matematika, jawabannya tidak pernah ada, karena matematika adalah konsep yang selalu diperluas. Begitu luasnya hingga tidak pernah ada definisi yang lengkap untuk membuat semua yang termasuk dalam matematika memenuhi definisi itu. Syarat utama definisi adalah lengkap dan konsisten, artinya mencakup semua yang termasuk di dalamnya dan bentuknya selalu tetap. Namun ketika kita mencari definisi matematika, maka pastilah antaraia tidak lengkap atau ia tidak konsisten. Itulah kenapa hingga sekarang tidak pernah ada konsensus apapun yang menyepakati definisi matematika, bahkan tidak pernah ada kesepakatan apakah matematika itu seni atau sains, yang ada hanyalah klaim yang dipakai untuk mempersempit makna matematika dalam satu arah tertentu. Akhirnya hingga saat ini pun secara ironis, ketika matematika menciptakan banyak definisi dalam konstruksi konsepnya, matematika sendiri dianggap sebagai tak terdefinisikan. Apakah itu cukup? Tentu saja tidak, ini baru satu pertanyaan dari sekian banyak pertanyaan yang tercipta dalam pencarian makna matematika.

**Appendiks** : Di bawah adalah berbagai usaha untuk mendefinisikan matematika. Perhatikan bahwa semua definisi itu benar dalam beberapa sisi namun tidak ada yang benar-benar secara lengkap menggambarkan keseluruhan matematika.

- "A mathematician is a blind man in a dark room looking for a black cat which isn't there." - Charles Darwin
- "A mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas." - G. H. Hardy
- "Mathematics is the art of giving the same name to different things." - Henri Poincaré
- "Mathematics is the science of skilful operations with concepts and rules invented just for this purpose. [this purpose being the skilful operation]" - Eugene Wigner
- "Mathematics is not a book confined within a cover and bound between brazen clasps, whose contents it needs only patience to ransack; it is not a mine, whose treasures may take long to reduce into possession, but which fill only a limited number of veins and lodes; it is not a soil, whose fertility can be exhausted by the yield of successive harvests; it is not a continent or an ocean, whose area can be mapped out and its contour defined: it is limitless as that space which it finds too narrow for its aspirations; its possibilities are as infinite as the worlds which are forever crowding in and multiplying upon the astronomer's gaze; it is as incapable of being restricted within assigned boundaries or being reduced to definitions of permanent validity, as the consciousness of life, which seems to slumber in each monad, in every atom of matter, in each leaf and bud cell, and is forever ready to burst forth into new forms of vegetable and animal existence." - James Joseph Sylvester
- "What is mathematics? What is it for? What are mathematicians doing nowadays? Wasn't it all finished long ago? How many new numbers can you invent anyway? Is today's mathematics just a matter of huge calculations, with the mathematician as a kind of zookeeper, making sure the precious computers are fed and watered? If it's not, what is it other than the incomprehensible outpourings of superpowered brainboxes with their heads in the clouds and their feet dangling from the lofty balconies of their ivory towers? Mathematics is all of these, and none. Mostly, it's just different. It's not what you expect it to be, you turn your back for a moment and it's changed. It's certainly not just a fixed body of knowledge, its growth is not confined to inventing new numbers, and its hidden tendrils pervade every aspect of modern life." - Ian Stewart
- "The study of the measurement, properties, and relationships of quantities and sets, using numbers and symbols." - American Heritage Dictionary
- "The abstract science which investigates deductively the conclusions implicit in the elementary conceptions of spatial and numerical relations, and which includes as its main divisions geometry, arithmetic, and algebra." - Oxford English Dictionary
- "The science of structure, order, and relation that has evolved from elemental practices of counting, measuring, and describing the shapes of objects." - Encyclopaedia Britannica
- "Mathematics is the science that draws necessary conclusions." - Benjamin Peirce
- "Mathematics is a broad-ranging field of study in which the properties and interactions of idealized objects are examined." - Wolfram MathWorld
- "Math is sometimes called the science of patterns" - Ronald Graham
- "Without mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers." - Shakuntala Devi
- "Mathematics is the science of indirect measurement." - Auguste Comte

- "Mathematics is the most beautiful and most powerful creation of the human spirit." - Stefan Banach
- "Mathematics is a place where you can do things which you can't do in the real world." - Marcus du Sautoy
- "Mathematics is a game played according to certain simple rules with meaningless marks on paper." - David Hilbert
- "Mathematics is written for mathematicians." - Nicolaus Copernicus
- "Mathematics is the music of reason." - James Joseph Sylvester
- "Mathematics is the art of giving the same name to different things." - Henri Poincare
- "Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas." - Albert Einstein
- "Math is like going to the gym for your brain. It sharpens your mind." - Danica McKellar
- "All Mathematics is Symbolic Logic" - Bertrand Russell
- "Mathematics is the classification and study of all possible patterns." - Walter Warwick Sawyer



$$\begin{aligned}
k &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} Z = Z_{ob} \cdot f_{ob} = \frac{\Delta}{f_1 f_2} \cdot \frac{\Delta t}{\sqrt{1-V^2}} \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_2 t_1} = \frac{\Delta}{f} \cdot M_c = M_c \\
\log \frac{L}{L_0} &= 4 \log \frac{T_{ef}}{K} + 2 \log \frac{R}{R_0} - 4 \log \frac{T_0}{C^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1} \\
\zeta &= \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_{lk}}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_{lk} 10^{-3}}} P = \frac{E}{C} = \frac{hf}{C} = \frac{h}{\lambda} V = V_1 (1 + \beta \delta \epsilon) \\
I_m^2 &= U_m^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right] \quad X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L \quad E_m = BT \\
R &= R_0 \sqrt[3]{A} \quad E = mc^2 \quad E_k = \frac{h^2}{8\pi L^2} h^2 \quad \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta E_B} \quad P = \frac{\vec{E}}{C} = \frac{m \Delta V}{\Delta S} \\
M_O &= \frac{4\pi^2 r^3}{3\pi T^2} \quad v = \frac{m \hbar}{8\pi L^2} \quad \phi_e = \frac{L}{4\pi r^2} \quad U = \frac{W_{AB}}{Q} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{Q} \\
F_d &= M_2 \frac{v^2}{r} = M_2 \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \nabla \times \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{B}) = -\vec{J}_e \\
V_R &= \sqrt{R \frac{M_2}{Q_x}} \quad F_x = \frac{1}{2} C_x P \int v^2 \quad \vec{F}_x = \frac{\vec{J}_e \times \vec{B}}{c} \\
F_V &= \int \frac{f_n}{R} \quad E = \frac{E_C}{R} \int_{\alpha/\lambda}^{+\alpha/\lambda} \sin(\omega t + \phi) dy \oint \vec{H} d\vec{l} = \int \int \left( J + \frac{\partial B}{\partial z} \right) \\
\omega &= U_m \sin \omega(t-T) = U_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{X}{\lambda} \right) E_k = \frac{1}{2} m v^2 S = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \omega}{\partial t} \\
\int \vec{E} d\vec{l} &= - \int \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \vec{E} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{\psi} = \int \int \vec{D} d\vec{S} = AD \\
E &= \frac{F_E}{Q_0} = k \frac{Q}{r^2} \int \vec{B} d\vec{l} = \mu \int \int \vec{J} d\vec{S} \int \frac{r^2}{S} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{(\mu_0 - 1)(\mu_r - 1)} \frac{m_1}{X} \\
E_y &= E_0 \sin(k_x - \omega t) \quad \beta = \frac{m_1}{\mu_0} (\omega + \vec{k}) + \vec{J} \cdot \vec{\phi} = \frac{2\pi \cdot 57.3}{\lambda}
\end{aligned}$$

**Bagian II**

**Kenyataan buatan**

Pencarian terhadap makna bukanlah suatu hal yang bisa selesai dengan singkat, bahkan bisa membutuhkan ribuan tahun, apalagi untuk suatu eksistensi seabsurd matematika. Bisa dibayangkan, matematika, selayaknya hidup, Tuhan, takdir, atau cinta, merupakan salah satu objek yang telah menjadi pembahasan abadi sejak pertama kali peradaban manusia muncul. Hampir tiada akhir. Karena melihat di masa kini pun, matematika masih meluaskan dirinya ke dalam bentuk paling abstrak dalam ranah teori sekaligus ke bentuk paling kompleks dalam ranah praktis.

Pada tulisan sebelumnya, sudah sedikit saya coba paparkan apa yang selama ini saya pikirkan mengenai definisi matematika, yang berujung pada suatu kesimpulan yang mungkin tak memuaskan.

Tapi memang, matematika telah menjadi sesuatu yang tak bisa didefinisikan, ia saat ini telah bertransformasi menuju suatu wujud yang bisa melebur ke semua eksistensi. Walau mungkin saya sendiri hanyalah mahasiswa yang baru mengenal wujud ini selama 3 tahun, yang mungkin hanya baru mengetahui kurang dari satu persen dari apa sesungguhnya matematika, namun saya tidak dapat menahan diri untuk melepaskan kontemplasi. Untuk kali ini, saya tak akan membahas lagi definisi, namun mencoba satu perspektif yang sejak awal selalu menjadi paradigma umum terhadap matematika, bahwa matematika hanyalah *tools*, suatu perkakas yang tinggal pakai untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan praktis. Tentu saja itu tidak salah, tapi apa salahnya mencoba merefleksi.

## Teknologi Pikiran

Matematika terkadang diibaratkan gudang perkakas. Ketika menemukan suatu permasalahan di dunia nyata, cukup cari dalam gudang itu, atau bila belum ada alat yang memadai, tinggal rakit yang baru di gudang itu juga. Perspektif ini memang selalu membuat matematika selalu dianggap hal yang jarang menyentuh dunia nyata. Memang, pada perkembangannya, matematika selalu mengikuti permasalahan yang ada, artinya ia memang berkembang jika ada permasalahan. Seperti halnya volume bangun ruang tidak akan dirumuskan jika tidak ada kebutuhan manusia untuk mencipta benda secara presisi, atau kalkulus tidak akan dirumuskan jika tidak ada kebutuhan manusia untuk melakukan kalkulasi dengan variabel-variabel yang bergerak tak wajar (lebih tepatnya kebutuhan Newton untuk melakukan perhitungan mengenai

kecepatan benda ketika jatuh bebas), atau riset operasi tidak akan dirumuskan bila ketika perang dunia ke-II tidak ada kebutuhan untuk melakukan optimasi logistik dengan tepat, atau lebih mendasar lagi, bilangan tidak akan dirumuskan bila tidak ada kebutuhan manusia untuk melakukan perbandingan jumlah suatu objek.

Memang, jika berkata mengenai perspektif matematika sebagai alat, pertanyaan pertama yang perlu dijawab adalah alat seperti apa matematika itu, atau mungkin lebih tepatnya, apa itu alat? Ambillah definisi dari Kamus Besar Bahasa Indonesia edisi IV bahwa alat adalah barang yang dipakai untuk mengerjakan sesuatu atau barang yang dipakai untuk mencapai suatu maksud. Alat dalam perspektif ini sangat mirip dengan perspektif pembahasan

makna teknologi sebagai sesuatu yang memudahkan manusia, baik dalam hal mengerjakan sesuatu maupun mencapai suatu maksud. Perbedaan mendasar antara matematika dengan teknologi hanyalah wujudnya, karena tentu saja berada pada ranah yang berbeda. Namun bila memang memakai perspektif alat, matematika tidak lain adalah teknologi untuk pikiran, alat untuk mengolah, menganalisis, memahami, menyimulasikan, membayangkan, mengabstraksi, mengalkulasi, dan hal lainnya agar pikiran dapat “mengerjakan sesuatu” atau mencapai suatu maksud.

Sehingga seperti halnya dalam membahas teknologi, sesungguhnya matematika lahir dari hasrat, namun tidak senyata teknologi karena ia hanya bermain dalam ranah abstrak.

Jika memakai pendekatan fenomenologi seperti yang dijelaskan Don Ihde dalam filsafat teknologinya, teknologi dianggap sebagai perantara antara manusia dengan dunia dalam hal persepsi. Jadi teknologi mengubah relasi manusia dengan dunia. Contoh sederhananya adalah kacamata yang mengubah persepsi visual dunia secara langsung terhadap mata, atau termometer yang juga mengubah persepsi dunia dengan angka-angka yang menunjukkan suhu. Matematika sendiri pun secara fenomena sesungguhnya berperilaku hal yang sama, namun persepsi yang diarahkan adalah persepsi pikiran. Bagaimana konsep integral mengubah paradigma kita terhadap luas suatu daerah, atau bagaimana konsep statistik inferensi memberi gambaran kepada kita suatu populasi hanya dengan melihat sebagian.

Walaupun begitu, seperti apa yang dikatakan Bertrand Russel dalam bukunya, perkembangan matematika sesungguhnya

mengarah pada dua arah berlawanan, ke ranah abstraksi dan ke ranah aplikasi. Hal ini diibaratkan mikroskop dan teleskop, keduanya sesungguhnya memakai konsep yang sama, yaitu pemanfaatan magnifikasi visual secara optik, namun yang satu menyingkap realitas dasar, ke arah mikro, dan yang satu menyingkap realitas holistik, ke arah makro. Matematika dalam analogi tersebut adalah optiknya, tidak perlu menjangkau objek, namun ia menjadi instrumen, media, atau perantara manusia untuk mempersepsi realita di sekitarnya dengan skala yang berbeda-beda. Matematika dalam konsep fenomenologi dengan demikian bisa diibaratkan seperti teknologi, hanya merupakan instrumen manusia untuk berinteraksi dengan dunia. Namun tidak seperti teknologi yang memediasi indra manusia, karena wujud dari matematika ini sendiri tidak nyata, instrumen di sini lebih kepada memediasi pikiran manusia dalam bentuk konsep dan abstraksi.

Bahkan konsep abstrak seperti aljabar pun menjadi instrumen manusia untuk melihat realita dalam suatu prinsip yang sangat umum, ia ibarat teleskop yang hanya melihat sesuatu yang diluar jangkauan untuk sekedar memahami keseluruhan struktur dari realita. Mungkin pertanyaan berikutnya yang akan muncul adalah mengenai seberapa benar realita yang dipersepsikan, karena mungkin saja itu hanyalah konstruksi ideal sebagai pendekatan permasalahan yang lebih kompleks. Hal ini seperti apa yang pernah dikatakan Pak Iwan Pranoto dalam sebuah kuliah umumnya mengenai matematika dan bahasa. Beliau mengatakan bahwa matematika adalah ilmu paling sekuler, karena semuanya merupakan ciptaan manusia, tanpa peduli realita seperti apa,

selama dikonstruksikan dalam alur logika yang tepat, tanpa perlu eksperimentasi. Tak ada yang benar dalam matematika, yang

ada adalah valid atau sah secara logika. Maka bila demikian, realita seperti apa yang dipersepsikan oleh matematika?

### Membahasakan semesta

Kita semua tahu bahwa prinsip utama yang dipegang dalam matematika adalah logika. Walaupun dikatakan oleh Cantor bahwa esensi dari matematika adalah kebebasannya, matematika tetap tunduk pada logika. Jika diibaratkan, logika adalah pijakan, atau bahkan jiwa dari matematika. Tapi sebenarnya kita harus mulai bertanya, apa sesungguhnya logika? Tentu saja karena matematika adalah dasar dari semua ilmu eksak dan matematika sendiri berlandaskan logika, tentu saja landasan paling dasar ini haruslah sesuatu yang sangat kuat dan tidak memiliki cacat sedikitpun. Jika ada sedikit saja lubang pada logika, maka seluruh konstruksi ilmu pengetahuan akan rubuh.

Padahal, hal yang benar-benar kita anggap suatu landasan kuat selama ini hanyalah buah pemikiran Aristoteles yang mencoba mensitemasi pikirannya untuk suatu pemahaman yang kokoh terhadap semesta. Aristoteles sesungguhnya tidak menciptakan apapun, ia hanya berusaha mencari suatu bahasa universal untuk mengungkapkan dan mengolah apa yang terlihat tanpa terpengaruh oleh persepsi. Tentu saja, logika hanyalah bahasa. Bahasa diciptakan pada dasarnya untuk mencapai pemahaman bersama antar individu mengenai sesuatu. Ketika dikatakan "kursi", orang yang memahami bahasa itu akan memiliki pemahaman yang sama terhadap objek yang ditunjuk. Sayangnya, bahasa selama ini selalu relatif, memiliki dialeknya sendiri-sendiri antar daerah. Perbedaan sedikit saja dalam hal budaya, geografis, atau variabel lainnya, bisa memengaruhi

makna yang diciptakan bahasa. Lalu jika demikian, bagaimana kita bisa memahami alam semesta ini dengan pemahaman yang sama? Dari situlah muncul logika, sebagai bahasa yang diciptakan universal, didesain dalam bentuk aturan-aturan sederhana sedemikian sehingga orang manapun yang membacanya akan berpikir dengan cara yang sama.

Sebenarnya saya sendiri masih begitu takjub bila memang sistem logika yang terpakai hingga saat ini murni merupakan konstruksi Aristoteles. Namun terlepas bagaimana sistem logika ini dikonstruksi, ia telah terbukti bertahan selama 2 milenium hingga saat ini tanpa cacat sedikit pun. Namun, logika sesungguhnya hanya menggeneralisasi suatu sistem yang sesuai dengan pikiran individu manapun, ia masih tidak peduli bagaimana semesta berkomunikasi. Maka harus dikonstruksi suatu struktur baru diatasnya untuk menggunakan sistem tersebut untuk memahami semesta, bagaimana semesta ini dibahasakan dalam suatu struktur yang bisa dipahami manusia secara universal. Jika memakai bahasa umum, hal-hal seperti emosi, rasa, estetika, dan lain-lain akan memengaruhi bagaimana kita melihat semesta, dari aliran sungai hingga pergerakan planet.

Kita tidak pernah tahu semesta berkomunikasi dengan bahasa apa. Namun, matematika hanya mencoba melakukan pendekatan agar bisa menerka fenomena yang ada dalam melalui pola-pola tertentu.

Ini bagaikan seorang arkeolog yang mencoba membaca suatu artefak kuno yang dia sama sekali tak tahu-menahu bahasa apa yang dipakai dalam artefak tersebut. Itulah kenapa sering dikatakan, matematika adalah ilmu tentang pola. Karena dengan bersenjatakan logika, matematika berusaha melihat suatu tatanan dalam realita, dan menggeneralisasikannya dalam konsep yang lebih abstrak dan luas, walaupun itu belum tentu ada pada realita. Mulai dari geometri, teori bilangan, hingga sekarang yang sekompleks sistem dinamik pun awalnya hanya berasal dari realita sederhana yang kemudian diperluas menjadi suatu konsep umum.

Akan tetapi, apakah memang matematika hanyalah alat untuk mempersepsi atau instrumen membaca? Pendekatan fenomenologi yang dipakai Don Ihde dalam menganalisis fenomena teknologi sebagai alat instrumen dalam membaca dunia sebenarnya tidak bisa dikatakan salah, namun sebenarnya kurang lengkap karena melihat secara pasif bagaimana manusia berhubungan dengannya. Demikian pula matematika tidak serta merta hanya bisa dilihat sebagai media untuk melihat dan membaca realita, karena jika demikian, matematika tidak akan berkembang menjadi sekompleks sekarang ini yang jelas mengikuti permasalahan yang ada.

### Peniru realita

Jika melihat bagaimana peradaban berkembang, yang terjadi sesungguhnya adalah suatu siklus yang saling memicu satu sama lain. Ketika manusia butuh sesuatu, manusia mencari cara untuk mencapai kebutuhan tersebut, maka muncullah suatu alat, entah ia berupa metode seperti matematika ataupun benda seperti teknologi. Namun, setiap penemuan alat ternyata menyingkap dan membuka realitas baru dalam persepsi manusia, memperluas kebutuhan yang dimiliki. Kebutuhan baru ini kemudian secara siklus menuntut pengembangan alat lebih lanjut. Hal ini berlangsung terus menerus hingga saat ini.

Kebutuhan manusia sesungguhnya bisa dilihat dalam dua hal, yaitu kebutuhan untuk memahami dan kebutuhan untuk melakukan. Pada pembahasan sebelumnya, hanya kebutuhan untuk memahami lah yang dilihat, yaitu bagaimana ia memicu pengembangan alat untuk mempersepsi dan membaca. Alat yang dikembangkan akan

memiliki implikasi terciptanya persepsi terhadap realitas yang terus-menerus meluas dan berkembang. Dari kebutuhan inilah logika dikonstruksikan, karena pada suatu titik muncul kebutuhan untuk mengembangkan tata aturan bahasa yang universal.

Tidak bisa dipastikan yang mana yang duluan muncul, namun dua kebutuhan ini juga saling memicu. Ketika kebutuhan untuk memahami menyingkap suatu realitas baru terhadap dunia, muncul juga kemungkinan-kemungkinan baru untuk memenuhi kebutuhan untuk melakukan. Sederhananya, dengan memahami suatu perspektif baru mengenai suatu realita, solusi-solusi baru mengenai masalah-masalah yang berkaitan bisa dicoba selesaikan dengan pemahaman baru realita tersebut. Nah, matematika bermain di dua kebutuhan ini, membuatnya terbagi ke dua arah pengembangan.

Seperti yang sudah dibahas sebelumnya, matematika sesungguhnya mencoba mendekati realita dengan konsep-konsep umum yang dibangun dari logika. Sesungguhnya, realita begitu kompleks untuk benar-benar bisa dikonstruksikan suatu konsep umumnya, maka dibuatlah pendekatan-pendekatan terpisah dengan kelebihan dan kekurangannya masing-masing. Pada tataran lebih lanjutnya, agar struktur konsepnya lebih kokoh, matematika sering memperluas abstraksi ke ranah di luar realita. Namun pada dasarnya ia tetap berdasar pada keinginan untuk memodelkan realita. Dengan berkembangnya teknologi komputasi dan kemampuan simulasi komputer, matematika mengembangkan konsepnya tidak sebatas berbahasa simbol namun dalam bentuk visualisasi tertentu untuk dapat lebih menerka realita dengan lebih nyata.

Ketika matematika dianggap sebagai alat untuk menyelesaikan permasalahan praktis sesungguhnya kurang tepat. Hal ini karena apa yang dilakukan matematika hanyalah membahasakan semesta, mendekati realita dalam suatu sistem yang lebih ideal atau mudah untuk diselesaikan ketimbang permasalahan yang sesungguhnya. Maka jika sebelumnya kita bertanya apakah memang matematika hanyalah alat untuk mempersepsi atau instrumen membaca? Jawabannya adalah iya. Sebagai alat, matematika hanyalah

instrumen sensorik, ia mempersepsi dan memodelkan. Selebihnya adalah urusan kreativitas dan inovasi mengenai bagaimana permasalahan yang telah disederhanakan itu dapat dicari solusinya. Matematika selalu lepas dari realita, kecuali bila ingin verifikasi atau pencocokan. Teleskop ataupun mikroskop tidak pernah peduli dengan bagaimana langit ataupun bakteri berkata, ia cukup memperbaiki alatnya agar lebih jelas melihat, sama halnya matematika, bila realita yang dipersepsikan masih kurang sesuai, tinggal perbaiki.

Tidak ada yang berbeda sesungguhnya dari awal matematika berkembang hingga saat ini selain kompleksitas dan kerincian realita yang ingin modelkan. Bahkan tujuannya sendiri pun tetap sama, yaitu kebutuhan untuk memahami diiringi kebutuhan untuk melakukan. Berkembangnya matematika menjadi saksi keinginan manusia untuk menguasai realita. Seperti halnya teknologi, selama hasrat manusia dengan kebutuhan-kebutuhannya yang tak pernah habis masih ada, matematika akan terus berkembang dan meluas. Jarak pandangnya pun semakin lebar, pada ranah teori ia semakin abstrak, pada ranah praktis ia semakin kompleks. Pengembangan matematika sebagai alat untuk mempersepsi mungkin hanya akan berhenti bila realita sudah bisa tergambar sepenuhnya, tapi apakah itu mungkin terjadi?



## **Bagian III**

### **Wajah Masa Kini**

Mencari makna adalah sebuah pencarian yang membutuhkan banyak perspektif. Selayaknya sebuah pohon yang bisa dilihat dari berbagai sudut pandang sebagai kumpulan sel, bahan bangunan, tempat berteduh, atau sekedar penghias taman, demikian juga entitas bernama matematika. Apalagi mengingat kerumitan dan misteri entitas ini telah menjadi pertanyaan besar selama berabad-abad. Ribuan orang telah bermatematika, namun hanya sedikit yang mengambil kontemplasi untuk sekedar mempertanyakan makna. Kali ini, saya hanya ingin sedikit realistik dan mencoba melihat posisi dan bentuk matematika dalam peradaban modern saat ini yang selalu berputar maju. Tentu, semua hal mengalami transformasi dan penyesuaian seiring zaman, maka bila dulu matematika hanyalah sekedar ilmu hitung, seperti apa matematika saat ini?

Peradaban manusia telah berkembang begitu pesatnya dalam permasalahan yang terus bertambah rinci dan kompleks. Jika dulu manusia hanya cukup membutuhkan rumus luas bangun ruang untuk dapat menyelesaikan permasalahan takaran air dalam suatu mangkok, maka sekarang manusia membutuhkan berbagai perhitungan rumit hanya sekedar untuk membangun sebuah pelabuhan yang berhadapan langsung dengan samudra. Sesungguhnya memang dengan berkembangnya ilmu dan teknologi, realita yang tersingkap oleh manusia semakin luas dan detail, menambah rinci variabel-variabel yang perlu diperhitungkan agar manusia dapat memenuhi kebutuhannya yang juga semakin rinci. Tentu saja perkembangan ini sebenarnya disebabkan oleh siklus antara kebutuhan dan

pemenuhannya. Ketika manusia memiliki kebutuhan, manusia mengembangkan cara untuk memenuhinya yang dengan demikian berkembanglah ilmu dan teknologi. Namun dengan berkembangnya ilmu dan teknologi, berbagai persepsi baru tersingkap dan kebutuhan manusia ikut bertambah.

Matematika sejak dulu memang bagai teknologi untuk sains, atau mungkin lebih tepatnya teknologi untuk pikiran, karena memang fungsi praktisnya tak jauh beda dari teknologi, yaitu memudahkan. Namun jika dilihat lebih dalam, sesungguhnya, fungsi utama matematika ataupun teknologi adalah sebagai instrumen untuk mempersepsi realita. Bila teknologi merupakan instrumen perpanjangan dari indra manusia, maka matematika merupakan instrumen perpanjangan dari pikiran manusia, bagaimana suatu pola dalam realita bisa didekati melalui konstruksi sistem tertentu yang cukup berlandaskan logika.

Memang, satu-satunya cara menyelesaikan permasalahan di realita adalah memahami dan mengonstruksi tiruannya agar dapat diteliti lebih mudah. Lebih tepatnya, yang selalu dilakukan matematika adalah meniru realita, menyalin suatu konsep rumit di alam dalam bentuk yang lebih sederhana, walaupun sekedar dalam rangkian simbol, dengan asumsi-temsil tertentu. Tujuannya simpel, agar permasalahan yang kompleks bisa menjadi lebih sederhana. Realita sesungguhnya adalah sistem yang sangat teramat kompleks, hampir semua variabelnya saling memengaruhi, namun dengan menciptakan asumsi, kita dapat melihat mana yang signifikan mana yang pantas diabaikan. Dari sini lah muncul konsep pemodelan.

## Pemodelan, Sebuah Alat

Pemodelan berasal dari kata model yang bisa diartikan sebagai pola tiruan dari sesuatu untuk dijadikan contoh, tiruan, ragam, atau yang lainnya. Prinsipnya adalah melihat pola dan menirunya dalam bentuk yang bisa lebih sederhana atau bahkan sama persis. Sebenarnya prinsip utama dari pemodelan telah lama muncul, bahkan sejak awal-awal matematika berkembang. Sistem bilangan contohnya, sistem bilangan sebenarnya adalah model perbandingan jumlah pada suatu objek yang memiliki suatu sifat homogen di alam. Namun pada masa modern ini, dengan berkembangnya ilmu komputasi dan visualisasi digital, maka konsep pemodelan menjadi sangat terasa konkret karena semakin dapat mendekati realita sesungguhnya.

Karena realita adalah suatu sistem yang kompleks, manusia membutuhkan bahasa universal untuk dapat memahami dan menganalisisnya dengan baik. Oleh karena itu, hanya matematika lah yang bisa mengonversi pola pada realita menjadi suatu konstruksi sistem yang baik, karena seperti yang dikatakan Galileo, matematika adalah bahasa untuk semesta. Apalagi dengan bantuan komputer dan visualisasi

digital, matematika semakin terlihat menemukan jati dirinya yang selama ini dicari-cari, ia tidak lagi benda asing dengan simbol-simbol yang hanya orang gila yang memelajarinya, namun bertransformasi menjadi sesuatu yang lebih nyata dan konkret. Selain itu, konsep pemodelan memperlihatkan kemampuan manusia yang melihat *core* dari suatu permasalahan yang rumit, karena salah satu proses utama yang dilakukan adalah penyederhanaan.

Permasalahan zaman modern kali ini begitu luas dan rumit, dari perairan, transportasi, komunikasi, dan lain sebagainya. Siklus lama selalu berlaku hingga sekarang, bahwa temuan baru akan meyingkap permasalahan baru, dan permasalahan baru akan memicu temuan baru. Maka senjata seperti pemodelan menjadi suatu kebutuhan nyata yang semakin terlihat. Ini sesungguhnya bisa menjadi kesempatan baru matematika untuk membuka dirinya dari eksklusifitas, seperti yang dialami anak-anak yang mempelajari matematika. Paradigma terhadap matematika bisa semakin dibuka dan ‘dibumikan’. Stigma buruk terhadap matematika pun bisa diubah menjadi suatu kekaguman.

## Algoritma, Sebuah jiwa

Model-model matematika pada dasarnya hanya berbentuk rangkaian persamaan, yang kemudian ditransformasikan dalam bentuk lain agar lebih ‘terlihat’ dan mudah dipahami. Karena pemodelan sesungguhnya adalah tiruan realita dalam bentuk yang lebih sederhana, kita harus dapat memindahkan mekanisme yang ada pada realita menjadi sebuah

mekanisme yang lebih abstrak dan sederhana, yang bisa dijalankan dengan variabel-variabel seadanya. Mekanisme-mekanisme ini, yang sebenarnya merupakan rangkaian prosedur, awalnya bisa dilakukan secara manual oleh manusia sendiri. Namun kemudian, dengan berkembangnya sistem digital, semua mekanisme tersebut, yang dikenal dengan nama algoritma, lebih dapat

dijalankan dengan mudah melalui otomisasi-otomisasi.

Salah satu ciri khas era digital adalah bahwa segala sesuatunya tersusun atas algoritma. Sejak berkembangnya otomisasi mesin, manusia mulai mencoba memindahkan semua pekerjaan mereka ke mesin demi alasan efektivitas dan efisiensi, termasuk pekerjaan kognitif seperti menghitung. Melalui pengembangan bahasa mesin, kemudian bahasa *assembly* dan akhirnya bahasa tingkat tinggi yang kita semua kenal saat ini, manusia ‘memerintah’ mesin dengan rangkaian prosedur.

Dengan meningkatnya kerumitan permasalahan yang tersedia, algoritma yang diciptakan tertuntut untuk memiliki kompleksitas (kapabilitas ruang dan waktu proses komputasi suatu algoritma) seminim mungkin, maka perumusan algoritma yang efektif sangatlah diperlukan. Seperti yang dibahas sebelumnya, apa yang sesungguhnya dilakukan matematika adalah formulasi dan abstraksi. Formulasi ini lah yang menjadi landasan pembuatan agoritma, karena ia menyediakan cara atau metode atau prosedur untuk mengetahui sesuatu. Dengan demikian, perangkat lunak, sebagai bentuk ‘jadi’ dari algoritma, bisa

menjadi media matematika untuk mewujud, atau memperlihatkan eksistensinya, tidak sekedar menjadi hantu yang tidak pernah bisa dipahami bentuknya.

Dalam suatu seminar TED, Kevin Slavin menjelaskan betapa dunia kita saat ini dikendalikan dan bekerja di atas berbagai algoritma. Algoritma menjadi jiwa realita era digital. Dari lampu lalu lintas, harga saham, proses akademik, sistem pendataan penduduk, hingga bahkan film yang kita tonton, semua dikendalikan oleh algoritma! Mungkin memang semua algoritma itu diciptakan oleh ilmu yang terkait, namun permainan abstraksi dan optimasi kompleksitas sangat memerlukan analisis matematis. Sayangnya, karena selalu tercipta partisi peran antara matematika dengan ranah praktis, hanya sedikit yang menyadari hal ini, sehingga matematika tetap dipandang sebagai eksistensi yang asing. Seakan-akan matematika cukup menyediakan alat, dan selebihnya serahkan saja pada ilmu yang terkait. Namun sesungguhnya, ketika matematika bisa melebur diri dengan ranah praktis dan tidak menciptakan partisi, matematika bisa membungkus dirinya dengan baik sekaligus membantu ilmu lain menyelesaikan permasalahannya dengan lebih baik.

## Software, Sebuah Produk

Seiring dengan bertambah kompleksnya masalah, alat yang dipakai untuk menyelesaiannya pun didesain semakin abstrak untuk dapat menjadi dasar konsep penyelesaian masalah seluas mungkin. Maka matematika, sebagai alat utama dan sebagai landasan terdasar semua keilmuan eksak bertransformasi ke wujud yang semakin tidak ‘tersentuh’, apalagi jika

itu semua hanya rangkaian algoritma-algoritma.

Matematika teralienasi dari tatanan kehidupan manusia secara langsung, dan hanya meninggalkan hal-hal sederhana seperti geometri atau aritmatika sederhana untuk tetap terpakai seperti biasa, selayaknya yang selalu ada sejak dulu. Semua yang diketahui masyarakat pada

kehidupan sehari-hari hanya menjadi kurang dari satu persen dari matematika yang sesungguhnya, karena matematika menjadi sesuatu yang sangat luas, akibat abstraksi yang tak pernah berhenti.

Jika sudah demikian, maka sudah menjadi hal yang wajar ketika orang awam pada zaman modern ini mulai mempertanyakan apa sesungguhnya produk matematika saat ini, selain rumus-rumus dan kumpulan simbol yang memuakkan. Matematika terasingkan dan menjadi sosok yang ditakuti, ketika sebenarnya dulu ia adalah hal yang sangat indah dan dikagumi. Paradigma terhadap matematika pun mengalami penyempitan menuju hal-hal yang berbasis kapital seperti perbankan ataupun industri, tanpa mencoba memandang keseluruhan kekuatan dari matematika. Maka dari itu, diperlukan pembungkusan yang cantik semua bentuk dan konsep dalam suatu produk yang bisa ‘disentuh’ oleh siapapun tanpa harus memahami isinya. Hal ini juga terjadi pada teknologi lain sebenarnya, ketika semua kerumitan elektronik dibungkus dalam suatu perangkat yang bisa dipakai semua orang tanpa harus paham mekanisme yang terjadi di dalamnya.

Maka pertanyaannya adalah, apa yang bisa menjadi ‘bungkus’ buat ilmu seperti matematika selain penerapannya ke ilmu lain? Jawaban yang paling sederhana dan sangat relevan pada era informasi seperti saat ini adalah perangkat lunak atau *software*. Perangkat lunak merupakan otomisasi pekerjaan manusia secara virtual melalui rangkaian algoritma. Kenapa? Karena itulah produk murni matematika di era modern. Dengan berkembangnya kapabilitas komputasi dan munculnya GUI (*Graphic User Interface*), matematika secara utuh bisa mewujud ke sesuatu yang

kongkret. Kolaborasi dengan ilmu lain tetap diperlukan, karena tentu saja yang namanya perangkat lunak memiliki suatu ranah spesifik, seperti *software* pemodelan gelombang, atau *software* statistik.

Pemodelan memang pada masa kini bisa menjadi wajah baru buat matematika, namun wajah ini sesungguhnya masih merupakan sesuatu yang tidak bisa ‘disentuh’, maka langkah selanjutnya bagi matematika untuk bisa ‘membumi’ adalah mentransformasi pemodelan dan abstraksi yang telah tercipta ke dalam suatu otomisasi yang *friendly*, seperti *software*. Dalam hal ini tentu saja permainan *interface* sangat diperlukan, karena apalah artinya perangkat lunak bila tampilannya hanya berupa *command prompt*.

Walaupun ke depannya matematika bergerak ke wujud yang semakin tak menentu, seperti yang saya jelaskan pada tulisan saya yang lain, matematika perlu mencari cara untuk ‘membumi’ dengan lebih baik demi menyelamatkan nama baiknya di mata masyarakat awam yang semakin melihatnya sebagai sosok yang mengerikan, hantu yang tidak bisa dimengerti. Salah satu caranya adalah mewujud dalam bentuk yang nyata, namun tetap memperlihatkan jati diri sebagai matematika. Hal ini bisa terwujud dengan mengembangkan berbagai perangkat lunak yang terkait dengan permasalahan-permasalahan tertentu dengan melebur diri ke ilmu-ilmu lain.

Yang selama ini terjadi adalah adanya partisi antara matematika dengan ilmu lain, seakan-akan kerja mereka terpisah. Padahal, mereka saling membutuhkan sehingga diperlukan adanya kolaborasi. Ilmu lain tidak bisa sesederhana sekedar menggunakan hasil dari matematika, karena

konsep berpikir bagaimana pengembangan solusi selanjutnya tetap perlu matematika,

sedangkan matematika sendiri perlu ilmu lain untuk dapat turun ke ranah praktis.

### Ilmu, sebuah Benda Asing

Semua yang terbahas di atas, adalah bentuk konkret matematika yang sebaiknya dikenalkan ke masyarakat dalam rangka mengubah perspektif modern terhadap matematika. Namun, pengenalan serta merta hal-hal tersebut hanya akan membuat masyarakat sendiri menjadi berorientasi produk, hal yang sebenarnya tidak bisa dihindari. Kutukan peradaban membuat pendidikan mengalami dilema yang sangat besar, hingga akhirnya mau tidak mau tertuntut untuk berbasis hasil, bergeser dari tujuan pendidikan yang sesungguhnya.

Sangat disayangkan memang, ketika orang-orang hanya mengetahui segala sesuatu berdasar pada produknya, proses dan bahan baku untuk menghasilkan hal tersebut jadi terabaikan. Hingga akhirnya, perspektifnya pun mengalami kekeliruan. Masyarakat tidak akan peduli bahwa hampir sebagian besar proses digital melibatkan matematika dalam mengkonstruksinya, karena yang dilihat hanya yang terlihat. Sehingga ilmu-ilmu yang paling mendekati lah yang menjadi minat dan tujuan, seperti informatika atau elektro, sedangkan ilmu-ilmu yang terasa ‘nun jauh di sana’, dikesampingkan, entah hanya jadi ‘tempat sampah’, atau memang hanya diisi oleh orang-orang yang benar-benar berminat di situ. Akibatnya, ilmu seperti matematika hanya bagaikan benda asing yang entah bisa dipakai buat apa.

Ilmu matematika gagal memperlihatkan diri ke dalam bentuk yang lebih cantik. Anak-anak SMP dan SMA sudah diperlihatkan hal-hal yang akan

membuat nyali mereka terhadap matematika ciut, menciptakan suatu *mental blocking* terhadap matematika itu sendiri. Keindahan-keindahan hasil matematika hanya baru diperlihatkan di perguruan tinggi, itu pun baru di tingkat 3. Entah kesalahannya dimana, apakah di kurikulum, atau yang mengajarkan, bagaimana matematika bisa dikatakan *friendly* bila masyarakat tidak paham bahwa hal sesederhana seperti pengaturan lalu lintas bisa dimodelkan dengan matematika. Salah satu penyebabnya sebenarnya adalah seperti yang saya jelaskan sebelumnya, kutukan peradaban membuat sistem pendidikan menjadi berorientasi hasil, bergeser dari tujuan pendidikan sesungguhnya.

Hal ini dikuatkan lagi oleh pengajar-pengajarnya yang seperti menerima dan memaklumi begitu saja keterasingan matematika, tanpa mencoba membuat usaha-usaha untuk mengubah perspektif tersebut. Dosen-dosen pun tak peduli mahasiswa minat matematika seperti apa, karena yang terpenting hanya kuliah jalan, ilmu tersampaikan, ujian dilaksanakan. Padahal, seperti yang dikatakan Andreas Christiansen, “*The intention of mathematics teaching is to promote the learning of mathematics*”. Bagaimana kita mau mempromosikan matematika bila yang diperlihatkan adalah betapa memuakkannya integral atau betapa menakutkannya aljabar? Lalu apa yang bisa kita lakukan dengan keadaan seperti ini? Membiarkan matematika menjadi alien dari planet antah berantah?

Mungkin matematika sesungguhnya punya banyak sisi indah yang bila diselami akan terlihat betapa mengagumkannya. Tapi bagaikan seni, keindahan tidak cukup untuk membuat orang tertarik di zaman modern yang serba dinamis ini. Hal-hal esensial, seperti kekaguman, keindahan, elegan, dan lain sebagainya, hanya menjadi angin berlalu yang sekedar ‘cukup dinikmati sebagai orang luar’ saja tanpa perlu repot-repot menyelaminya. Kita bisa saja mengenalkan ke seluruh masyarakat betapa indahnya bilangan pi atau *golden ratio*, tapi ujung-ujungnya itu hanya membuat pupil mereka melebar sesaat dalam kekaguman tanpa sempat sedikit pun mengusik hasratnya untuk mempelajari lebih lanjut. Lalu apa? Kita harus manfaatkan apa yang sebenarnya dicari oleh masyarakat masa kini.

Tren masyarakat yang berorientasi produk sesungguhnya bisa dijadikan media untuk menarik minat terhadap matematika. Namun apa daya bila hal tersebut hanya dikenalkan apda mahasiswa tingkat 3? Di

Indonesia, perguruan tinggi yang mulai mengajarkan konsep pemodelan kepada mahasiswa sarjana baru Institut Teknologi Bandung. Hal ini sangat disayangkan karena sesungguhnya pemodelan bisa menjadi daya tarik tersendiri untuk meningkatkan motivasi utama anak-anak Indonesia terhadap matematika. Paradigma terhadap matematika secara praktis selalu dilihat sebagai ilmu yang tidak memiliki masa depan di dalamnya, karena hanya berkutat pada rumus dan simbol dan prospek satu-satunya hanyalah menjadi peneliti atau tenaga pendidik, baik itu guru ataupun dosen. Padahal, dengan bertambah kompleksnya permasalahan di dunia, hanya dengan kreativitas dan inovasi dari anak-anak teknik tidak cukup untuk dapat menyelesaiannya, karena seperti yang dibahas sebelumnya, bahwa pola dalam realita hanya bisa dikonstruksikan dengan bahasa yang universal, yaitu matematika. Semakin kompleks permaslahannya, semakin nyata kebutuhan terhadap matematika untuk berkontribusi lebih di dalamnya.

### Riset, sebuah Realita

Keberadaan lembaga-lembaga penelitian matematika independen seperti LabMath Indonesia atau Oppinet sebenarnya sangat berperan besar untuk membuka mata publik betapa bermanfaatnya matematika dengan pemodelannya. Adanya PPMS (Pusat Pemodelan Matematika dan Simulasi) di ITB sendiri pun seharusnya bisa menjadi wadah untuk menarik minat mahasiswa S1 dalam hal pemodelan matematika. Intervensi pemerintah pun sebenarnya sangat diperlukan ketimbang menunggu program-program akar rumput bergerak dengan sendirinya. Bahkan untuk lembaga

nasional sebesar LIPI pun tidak menyediakan tempat untuk riset berbasis pemodelan matematika sebagai bagian dari penyelesaian permasalahan-permasalahan terbuka yang ada di Indonesia. Sudah waktunya pemerintah mulai memperhatikan hal-hal krusial seperti ini yang selama ini terlihat diabaikan.

Pembagian peran yang jelas antara dunia akademik dengan lembaga penelitian bisa menjadi solusi optimal dalam pengembangan riset berbasis pemodelan matematika. Pada dunia akademik, pemahaman mengenai pemodelan perlu

diperluas ke seluruh perguruan tinggi, baik melalui workshop atau seminar-seminar, ataupun melalui mata kuliah wajib. Sudah saatnya mahasiswa matematika terbuka matanya dan tidak sekedar melihat matematika sebagai sebuah sistem yang memuatkan, namun mengagumkan dengan kemampuannya membaca realita melalui pemodelan. Memang untuk pendidikan menengah ke bawah, peran untuk hal ini tetap ada pada guru, mengingat kurikulum selalu mengalami ketidakjelasan. Kecerdikan guru untuk mengenalkan matematika pada murid menjadi sebuah tantangan tersendiri. Pada lembaga penelitian, pelatihan-pelatihan dasar untuk meningkatkan kapabilitas peneliti dan intensif teratur dari pemerintah sangat diperlukan. Peneliti berlatar-belakang keilmuan apapun perlu ditanamkan konsep-konsep dasar pemodelan matematika agar lebih dapat menganalisis permasalahan secara abstrak matematis.

Walaupun pemerintah telah memiliki berbagai program insentif, baik melalui LIPI ataupun intensif langsung seperti SINas (Sistem Inovasi Nasional), perluas bidang yang diperhatikan ke ranah-ranah yang selama ini terabaikan seperti pemodelan matematika dan simulasi. Mungkin memang pemodelan matematika adalah konsep yang bisa dilebur ke berbagai sektor riset, namun tetap perlu ada perhatian khusus secara eksplisit. Pendekatan yang dipakai orang-orang teknis belum tentu sama dengan pendekatan yang diambil oleh matematikawan yang cenderung melihat sesuatu dari segi abstrak. Tidak salah jika dalam SINas 2015, pemerintah hanya terfokus pada 7 bidang prioritas, yaitu bidang teknologi pangan, teknologi kesehatan dan obat, teknologi energi, teknologi transportasi,

teknologi informasi dan komunikasi, teknologi pertahanan dan keamanan, teknologi material, namun alangkah lebih baik bila riset tidak hanya berbasis produk (teknologi), namun suatu model. Memang terlihatada kecenderungan pandangan yang hanya melihat riset berorientasikan produk, artinya harus menghasilkan sesuatu yang nyata, terlihat dari bagaimana sudah menjadi rahasia umum bahwa riset-riset yang lolos PKM (Pekan Kreativitas Mahasiswa) cenderung ke arah yang berbasis produk kongkret. Padahal, suatu model sesungguhnya lebih bermanfaat dalam menyelesaikan suatu permasalahan ketimbang teknologi langsung yang hanya bisa terpakai pada hal-hal spesifik tertentu.

Lembaga indpenden penelitian lainnya, tidak bisa berbuat banyak tanpa ada bantuan dari luar yang bisa menunjang pengembangan riset berbasis matematika, kecuali yang memang memiliki *backup* institusi pendidikan seperti FinanMOS. Tentu saja hal ini karena lembaga penelitian tidak sepantasnya bersifat komersial, sedangkan suatu organisasi sendiri tetap membutuhkan dana untuk beroperasi dengan baik. Walau akhirnya dapat dibuat konsep komersialisasi dalam bentuk proyek perusahaan ataupun produk seperti *software*, alangkah baiknya bila pemerintah ambil bagian untuk membantu dan menunjang. Karena jika terus dibiarkan demikian, topik-topik pemodelan yang berkembang hanya akan berputar-putar pada migas, perbankan, pasar modal, gelombang laut, sinyal, radar, dan topik-topik lainnya yang memang tengah dibutuhkan oleh perusahaan-perusahaan, meninggalkan topik-topik seperti teori koding, kriptografi, sistem dinamik, dan lainnya hanya di tangan para akademisi, itu pun bila banyak yang minat.

Karena di dunia akademik sendiri, khususnya di Indonesia, wilayah matematika yang diminati tidak akan jauh pada industri, keuangan, dan statistik.

Hal ini mengingatkan penulis pada salah satu pemodelan yang dilakukan salah satu mahasiswa ITB mengenai kenapa produk jurnal ilmiah di Indonesia kalah jauh dibanding produk jurnal ilmiah di Malaysia, khususnya pada bidang matematika. Kapan lagi riset di Indonesia bisa maju bila tidak mendapat perhatian khusus dari yang memiliki otoritas. Dunia akademik sendiri pun tengah teracuni paradigma *work-*

*oriented* sehingga membuat minat dalam pengembangan ilmu sendiri sangat minim, sedangkan di dunia penelitian, ketiadaan dana menjadi batu pengganjal terbesar, membuat mereka secara pragmatis mau tidak mau bergerak ke arah komersial. Padahal, sesungguhnya begitu banyak permasalahan di Indonesia yang bisa diselesaikan dengan baik melalui pemodelan matematika yang berkualitas. Ketika matematika sebenarnya telah menemukan jati dirinya saat ini di dunia modern, di Indonesia orang-orang masih mengenalinya seperti alien dari antah berantah yang sulit dipahami.



**Bagian IV**  
**Spiritualitas Logika**

*"Dari pikiran Pencipta didatangkan angka. Dari jumlah didatangkan geometri. Dari geometri didatangkan simbol. Dari simbol muncul surat dan surat itu berasal dari luar mulut manusia. Jadi,... ceritakan lagi, atas Nama Siapa kita berbicara?"*

(Claudia Pavonis)

Ada semacam kekosongan yang saya rasakan ketika hanya mempelajari matematika sebagai sebuah metode atau sebagai sebuah tuntutan untuk memahami, apalagi sekedar meraih nilai, memenuhi mata kuliah, atau mengejar kelulusan. Entah memang para pengajar yang terlalu kaku memperlihatkan matematika "apa adanya", atau memang perguruan tinggi masa kini sudah mengalami pergeseran tujuan dari semata-mata mengenalkan dunia pada siswanya menjadi sebagai pabrik tenaga kerja. Karena apa yang terjadi justru adalah bagaimana Tugas Akhir segera selesai, bagaimana perusahaan-perusahaan mau menerima anak matematika, atau bagaimana anak-anak segera lulus tanpa peduli seberapa paham ia dengan matematika.

Permasalahan pada permukaan seperti itu sudah pernah saya bahas pada tiga tulisan saya yang lain (Antara Intelektual dan Sebuah Institut) sebenarnya. Kali ini, saya hanya ingin terus mengisi kekosongan-kekosongan itu dengan lebih memperluas perspektif mengenai bagaimana saya melihat eksistensi bernama matematika. Karena sungguh, matematika merupakan entitas yang penuh misteri. Alangkah sayang dan betapa rendahnya bila kita hanya melihat entitas ini hanya sebagai profesi atau keahlian. Klaus G. Witz, dalam bukunya, *Spiritual Aspirations Connected with Mathematics*, mencoba lebih mendalamai makna sesungguhnya dari yang ia sebut "*Nature of Mathematics*".

Saya pernah mendengar dosen saya mengatakan bahwa untuk memahami

matematika, kita harus bermatematika terlebih dahulu. Mungkin saya hanya mahasiswa sarjana matematika tingkat akhir yang belum banyak bermatematika, namun sama sekali tidak menutup kemungkinan semua hasrat saya untuk lebih memahami eksistensi ini dengan semua perspektif, untuk lebih membuka mata dan cakrawala lagi bahwa matematika tidak sekedar deretan simbol. Jika untuk memahami matematika, seseorang harus bermatematika setingkat doktor, mau sampai kapan seluruh masyarakat memahami keindahan matematika sesungguhnya?

Seperti yang dikatakan oleh Andreas Christiansen dalam review-nya teradap buku Witz, "*The intention of mathematics teaching is to promote the learning of mathematics*", merupakan sebuah tantangan terbesar, terutama bagi kita yang sudah (walaupun sedikit) berkecimpung di dunia ini. Mengajarkan matematika bukan sekedar untuk membuat orang bisa bermatematika, tapi untuk membuat orang ingin belajar matematika, dan untuk itu, saya melalui tulisan ini pun berusaha "mengajar" matematika. Karena sesungguhnya guru dan murid hanya berbeda satu hal, masa belajar. Memang pada tulisan saya yang sebelumnya saya menjelaskan bagaimana kiranya menarik minat orang belajar matematika dengan berorientasi hasil, tapi pada kali ini saya lebih ingin mengungkap keindahan-keindahan yang minimal bisa membuat orang terpukau dan lebih menghargai matematika ketimbang sekedar dipandang sebagai makhluk menjijikkan.

Sekali lagi, saya ingin mengawali dengan sebuah pertanyaan, yang diajukan Klaus Witz terhadap mahasiswa-mahasiswa Universitas Amerika (American University) sebagai bahan penelitiannya: *why are these students interested in mathematics, and what drives them.* Saya pernah mencoba mengajukan pertanyaan yang sama pada beberapa mahasiswa matematika ITB, yang mendapatkan jawaban yang sebenarnya mengecewakan dan bisa ditebak. Mahasiswa ITB, atau lebih luasnya lagi, mahasiswa di Indonesia, pada umumnya memang hanya menuntut ilmu di perguruan tinggi sekedar berorientasi hasil, berorientasi kelulusan, atau berorientasi

kerja. *What drives them to study* hampir tidak ada selain janji-janji manis kehidupan setelah lulus. Sungguh sayang bila kesempatan menuntut ilmu 4 tahun tidak menghasilkan apa-apa selain ijazah. Ibaratnya seseorang puasa yang hanya mendapatkan lapar dan haus, bukan sebuah perasaan dan sensasi spiritual yang transenden ketika berpuasa itu sendiri. Khususnya matematika, ada suatu hal lain yang melampaui yang kita lihat selama ini sebagai deretan simbol memusingkan, suatu inner experience, suatu hubungan yang transenden, suatu hal yang menyamai level spiritualitas.

### Melampaui Keindahan

Saya teringat kata-kata seorang dosen yang entah tengah bercanda atau memang serius, yang mengatakan bahwa jurusan matematika seharusnya masuk FSRD (Fakultas Seni Rupa dan Desain), bukan FMIPA. Walau sederhana, sesungguhnya kalimat yang saya dengar sekilas ketika extension course "Bahasa dan Peradaban" di UPT Bahasa ITB yang kala itu tengah membahas mengenai Apakah matematika itu bahasa, menyeret saya pada sebuah kontemplasi yang cukup panjang mengenai matematika itu sendiri. Hal ini jelas menimbulkan sebuah paradoks tersendiri mengenai posisi matematika dalam dunia pengetahuan.

Mengatakan bahwa matematika merupakan bagian dari sains akan mengalami kontradiksi karena walaupun menggunakan rasionalitas, sains adalah ilmu yang empirik, yang mana basis kebenarannya berdasarkan pada pengamatan terhadap fenomena dan kenyataan. Metode ilmiah yang diformalkan

semenjak abad pertengahan, yang memulai segala pengamatan dari hipotesis dan berakhir pada konklusi, tidak sepenuhnya berlaku dalam proses bermatematika. Matematika merupakan ilmu yang merupakan rasionalisme sejati, mengabaikan sepenuhnya apa yang terjadi pada kenyataan, bahkan ekstrimnya lagi, matematika steril dari kenyataan. Yang terpenting dari matematika adalah penalaran yang valid, antar premis dan preposisinya. Hal ini membuat matematika begitu bebas bertindak. Ia tidak terpenjara dan terkungkung dalam batas-batas realita yang terlalu rumit, yang berusaha didekati oleh para saintis.

Tapi jika demikian, apakah lantas matematika adalah seni? Hal yang paling mendasar ketika berbicara mengenai seni adalah berbicara mengenai estetika atau keindahan. Seni, seperti musik, lukis, tari, dan lainnya, merupakan bentuk ekspresi kebebasan manusia dalam sebuah hasrat mengenai keindahan. Namun

sesungguhnya, estetika tidaklah sekedar berkata ‘indah’, namun bagaimana semua yang dipersepsi oleh indra mendapat makna tertingginya dalam kesadaran tiap individu. Hal ini memang membuat berbicara mengenai seni dan estetika adalah berbicara mengenai subjektivitas murni. Saya pernah berdiskusi dengan guru seni saya dulu ketika SMA, yang mengatakan pada dasarnya keindahan hanya milik setiap individu. Siapapun punya standar keindahannya sendiri-sendiri. Ini yang membuat seni kontemporer, yang gerakannya dimulai semenjak zaman Renaissance, berlomba-lomba secara bebas mengekspresikan segalanya tanpa mengenal batas-batas aturan. Puisi bukanlah lagi harus berbait dan berima, lukisan tidaklah harus mereplika kenyataan, dan lain sebagainya. Semua berdasarkan perspektif masing-masing terhadap keindahan.

Konsep keindahan dalam estetika selalu berkaitan dengan semua hal yang langsung dipersepsi oleh indra: visual, audio, maupun kinestetik. Oleh karena itu, bagaimana sesuatu indah adalah bagaimana semua sensor kita miliki terafiliasi dengan emosi untuk menangkap pola-pola dan mengapresiasinya dalam sebuah penilaian keindahan. Lalu apa yang membuat sesuatu itu menjadi indah? Tentu saja pola, pola yang ditransformasi dan dimodifikasi menjadi sebuah harmoni yang “enak” dipandang, dilihat, dibaca, atau didengar. Terlepas dari bagaimana seseorang menilai “enak” ini dengan indra masing-masing, berkreasi dengan seni adalah mengenai memodifikasi pola. *Does it ring a bell?* Yap, matematika sendiri adalah sebuah proses memodifikasi pola.

Kesalahan pemahaman yang sering terjadi adalah anggapan bahwa matematika melakukan semua yang ia lakukan secara

kaku menggunakan nalar. Tapi apakah sekedar murni menggunakan nalar? Tentu tidak, karena tanpa intuisi dan imajinasi, semua hanya terlihat sebagai rangkaian simbol tanpa makna, tanpa esensi, tanpa jiwa. Intuisi ini tentu bermain dalam ranah emosi, selayaknya seseorang melukis atau bermain musik dengan perasaan. Tanpa ada intuisi dan imajinasi yang jelas, yang seorang pemahat lihat sebelum berkarya hanyalah sebuah batu tanpa makna. Semua seniman selalu melihat (atau mendengar) melampaui yang terlihat oleh indra. Menemukan pola dan memodifikasi semuanya dalam sebuah perspektif untuk menghasilkan hal baru yang lebih bermakna. Jika hanya sekedar permainan nalar dengan logika yang kaku, serahkan saja semua permasalahan matematika pada komputer. Namun jelas tidak sepenuhnya bisa, karena yang dilakukan komputer hanyalah proses algoritma berdasar pada aturan-aturan sederhana tanpa pelibatan emosi, intuisi, dan imajinasi. Kontradiksi ini sangat terlihat jelas pada problematika Turing.

Semesta ini tersusun atas pola, dalam bentuk apapun, nada, warna, suhu, waktu, dan lain sebagainya. Darimana sesungguhnya konsep indah bermula dalam persepsi manusia adalah dari alam semesta. Semua keteraturan yang ada di alam membentuk pola dan harmoni, menciptakan suatu sensasi emosi yang kita kenal dengan “indah”. Dengan indra langsung, pola ini dengan mudah terlihat, seperti indahnya pelangi, atau merdunya kicauan burung, atau cantiknya bunga mawar. Seni pun demikian, berawal dari berusaha mereplika pola alam, hingga akhirnya memodifikasi pola-pola tersebut menjadi karya baru. Memang sih, indah, tapi dengan matematika, semua pola tersebut dapat

dilihat lebih dalam dan jauh lagi, sebuah proses abstraksi ke "dunia lain", dunia simbol-simbol untuk melihat keindahanyang sesungguhnya. Pola pada kerang mungkin indah secara visual, tapi melihat bahwa perbandingan antara jari-jari setiap setengah lingkarannya membentuk golden rasio, keindahan itu bertransformasi menjadi keindahan yang lain! Seperti yang saya tulis juga pada tulisan yang bagian 2, matematika membahasakan semesta agar dapat melihat suatu tatanan dalam realita, dan menggeneralisasikannya dalam konsep yang lebih abstrak dan luas. Sebuah keindahan yang melampaui indra, *a beauty of mind!*

"Fenomena alam tetap dapat dimengerti walaupun tidak memahami matematika. Namun, dengan matematika, keindahan tersebut lebih jelas dan sempurna"

Salah satu orang yang berhasil melihat hubungan antara matematika dan seni adalah leonardo da vinci. Tentu kita semua mengenal orang luar biasa ini, terutama dari karya Dan Brown, *Da Vinci Code*. Semua ciptaannya tidak sekedar indah secara indrawi namun indah juga dalam abstraksi. Memang, matematika yang sesungguhnya adalah yang bisa menciptakan sensasi keindahan tersendiri, bukan sekedar alat mati tak berperasaan yang hanya tinggal pakai oleh ilmu lain untuk menyelesaikan permasalahan di realita. Seperti yang dituliskan G.H. Hardy, dalam bukunya, *A mathematician's Apology*, "*The mathematician's patterns, like the painter's or the poet's, must be beautiful; the ideas, like the colours or the words, must fit together in a harmonious way. Beauty is the first test: there is no permanent place in the world for ugly mathematics*". Matematika memiliki elegansi yang menjadi ciri khas tersendiri, suatu standar estetika yang

berbeda ketimbang seni-seni lainnya. Beberapa pembuktian teorema pun bisa terlihat indah cukup hanya karena ia begitu elegan, seperti pembuktian Euklid mengenai ketakterhinggaan bilangan prima atau pembuktian Phytagoras bahwa akar dua adalah bilangan irasional. Hal ini pun diungkapkan oleh Reuben Hersh, yang mengatakan "*elegance is more common in mathematical theories than in philosophical ones*".

Selain itu, matematika pun memiliki kebebasan layaknya seni. Persis seperti yang dikatakan Georg Cantor bahwa "*The essence of mathematics is its freedom*", matematika tidak terikat sedikit pun pada kekakuan dan kerumitan realita yang terkadang menjadi batas-batas tersendiri pada ilmu sains. Namun, berbeda dengan seni yang murni bebas tanpa aturan sedikit pun, yang mana siapapun bebas berekspresi dan mengungkap keindahan berdasarkan perspektif masing-masing, matematika terikat pada aturan tapi hanya satu, yaitu logika. Sebuah kebebasan di balik kepatuhan keras yang tidak boleh dilanggar sedikitpun. Hal ini membuat matematika menjadi sebuah keseimbangan yang indah antara kebebasan dan kepatuhan, antara fleksibilitas dan ketertundukan, antara dinamis dan statis. Ia tidak sekaku sains, tapi juga tidak sebebas seni.

Kebebasan terbatas ini menjadikan matematika ilmu yang sangat fleksibel. Kebebasannya membuat ia bagaikan burung yang bebas terbang sejauh mungkin namun tetap terikat pada gravitasi. Abstraksi-abstraksi yang mampu dilakukan matematika merupakan akibat dari kebebasan ini. Ia mampu melampaui realita dan kewajaran, sehingga mewajarkan yang terasa tidak wajar, ambillah contoh ketakterhinggaan. Maka jelas saja bila

matematika disebut ratu ilmu pengetahuan, ia yang paling berkuasa, karena ia tidak

tunduk pada apapun selain logika.

### Melampaui Bahasa

Pada bagian kedua, saya sempat membahas bahwa matematika merupakan instrumen bagi manusia untuk berkomunikasi dengan alam semesta, dengan mentranslasi pola-pola alam ke dalam bahasa yang lebih mudah dimengerti manusia. Matematika berusaha mencari sebuah bahasa universal yang tidak relatif bergantung pada dialek, budaya, daerah, dan lain sebagainya, sehingga akhirnya muncullah formalisasi logika, sebuah bentuk ‘bahasa’ yang bisa dipahami dalam penalaran global.

Dari sini, aku kembali pada pertanyaan yang menjadi salah satu topik extension course bahasa dan peradaban kala itu, Apakah matematika itu bahasa? Untuk menjawabnya, mari kita telaah terlebih dahulu mengenai makna bahasa itu sendiri. Secara umum kita dapat mendefinisikan bahasa sebagai sebuah sistem lambang dan simbol yang diciptakan untuk berkomunikasi, yang mana komunikasi sendiri berkaitan dengan transfer makna melalui aturan-aturan tanda tertentu. Poin penting mengenai hal ini adalah bahwa bahasa merupakan media transfer informasi bermakna yang diimplementasikan dengan tanda-tanda tertentu. Contoh dari tanda ini adalah kata “langit” yang merujuk pada sesuatu di sebelah atas kita, sebuah informasi yang memiliki makna.

Ketika berbicara mengenai matematika sebagai bahasa, tentu adalah bagaimana kemampuan matematika dalam menjadi media untuk mentransfer informasi yang bermakna. Formalisasi yang terjadi semenjak zaman Aristoteles sesungguhnya

telah mencoba mengonversi informasi yang tercantum pada pola-pola di alam ke dalam bentuk yang lebih abstrak. Formalisasi ini mempertahankan sifat abstraksi dan universalitas dari informasi yang tengah dimediasi sesungguhnya, sehingga memang terasa kaku, karena memang sedari awal tujuan utamanya hanya untuk membungkus informasi di alam. Mengenai penyampaiannya dengan sesama manusia menjadi urusan belakangan dan diserahkan pada bahasa masing-masing, namun bungkus ini tidak pernah berubah karena sifatnya yang dari awal dibuat se-universal mungkin. Hal ini diungkapkan oleh David Hilbert yang mengatakan, *“Mathematics knows no races or geographic boundaries; for mathematics, the cultural world is one country.”*

Jika melihat komunikasi dari perspektif lain, yang mana informasi yang tersampaikan tidak hanya sekedar informasi eksplisit yang terungkapkan, namun juga informasi implisit lainnya seperti emosi, gerakan, ekspresi, dan lain sebagainya, maka matematika akan kehilangan jabatannya sebagai sebuah ‘bahasa’. Bahasa formal matematika terlalu kaku bila memang dipakai untuk komunikasi sehari-hari yang sangat fleksibel. Hal ini memang disebabkan bahasa-bahasa yang terpakai dalam komunikasi keseharian tercipta dan terkonstruksi secara perlahan dalam waktu yang lama dari rangakaian budaya, kebiasaan, dan hal lain sebagainya yang menubuh pada masyarakat, sehingga jelas komunikasi tidak sekedar transfer informasi.

Tapi apakah memang bahasa formal matematika sekaku itu untuk mengungkap makna? Hal ini pada dasarnya karena memang formalisasi bahasa matematika tidak dikonstruksikan dari hasil perpaduan budaya antar individu. Ia muncul begitu saja dari kebutuhan untuk menguniversalisasi informasi pola-pola alam. Bahkan, jika dilihat lagi, bahasa formal matematika punya ‘grammar’ paling sederhana ketimbang semua bahasa, karena ia hanya memakai logika yang diformalkan dalam simbol-simbol. Walaupun begitu, penggunaan logika dalam berbahasa lah yang membuat ia menjadi terasa rumit dalam standar manusia yang terbiasa memakai gabungan emosi-pikiran dalam berkomunikasi.

Walaupun begitu, seperti yang saya bahas sebelumnya, matematika tetap membutuhkan intuisi dan imajinasi ketika mengungkapkan atau menerjemahkan sesuatu. Logika murni tidak bisa serta merta bisa menyelesaikan permasalahan matematika. Hal ini memang yang menyebabkan teknik komputasi hanya bisa membantu manusia hanya pada algoritma-algoritma dasar yang bersifat ‘mengulang’ dan dengan prosedur yang jelas, karena ia tak membutuhkan hal lain selain logika murni. Akibatnya, bahasa formal matematika sendiri pun masih terlalu fleksibel buat mesin, yang mana tidak bisa dengan gamblang diungkapkan begitu saja. Gabungan intuisi dan imajinasi membuat bahasa matematika sesungguhnya membutuhkan emosi walaupun sedikit. Pada akhirnya ini menciptakan sedikit ironi, ia terlalu kaku untuk manusia, namun terlalu fleksibel untuk mesin.

Hal ini sebenarnya membuat saya melihat matematika menjadi semacam media komunikasi bentuk lain, hal yang

melampaui perspektif manusia ataupun mesin. Walau memang secara dilematik, matematika sendiri merupakan bahasa yang murni diciptakan oleh manusia sendiri, namun bukankah manusia menciptakannya berdasar apa yang ia lihat dari alam? Manusia hanya memformalkan apa yang secara natural terjadi pada nalar, maka matematika masih bisa dianggap bahasa paling murni dan alami. Dengan demikian, ia tidak sekedar mengomunikasikan realita, tidak sekedar menjadi ‘tanda’ buat kenyataan, namun matematika adalah bahasa yang mengomunikasikan gagasan, menjadi ‘tanda’ buat ide. Gagasan yang dimaksud di sini adalah apa yang dikatakan plato sebagai objek abstrak non-material yang merupakan substansi setiap eksistensi. Ide atau gagasan adalah inti dari setiap objek material yang sebenarnya terwujud hanya dari persepsi indra. (Jika belum paham mengenai hal ini, disarankan baca dulu teori plato mengenai ide)

Segala sesuatu pasti memiliki hal inti yang mendasar sesuatu tersebut, sebuah ide. Dengan melihat inti ini, kita bisa mengonversi sesuatu tersebut ke dalam pemahaman yang lebih sederhana. Ambillah contoh logo pada toilet umum laki-laki, merupakan penyederhanaan ide mengenai gender laki-laki, walaupun sesungguhnya jika dilihat seksama hanya sekedar gambar beberapa garis dan satu lingkaran. Nah, apa yang dilakukan matematika adalah melihat semua realita menjadi model paling sederhananya. Matematika berusaha melihat pola paling inti yang ada pada semesta dan kemudian mengonversinya dengan bahasa formal. Inilah kenapa saya katakan bahasa formal matematika mengomunikasikan gagasan, bukan realitanya. Selanjutnya, bentuk aplikasi dari matematika lah yang merupakan objek

material dari gagasan-gagasan ini, manifestasi lebih lanjut dan lebih konkret dari gagasan yang abstrak. Seperti roh yang menemukan jasadnya, gagasan-gagasan ini menyebar dan terimplementasikan pada berbagai realita yang lebih rumit dan nyata. Ambillah contoh gagasan dasar mengenai matriks, yang kemudian bisa menubuh menjadi representasi lain dari graf, sistem persamaan linear, transformasi basis, teori koding, dan banyak hal lainnya.

Hal ini berarti bahwa bahasa formal matematika berkomunikasi dengan hal yang jauh lebih fundamental ketimbang bahasa biasa. Ia tidak serta merta eksplisit dapat mengomunikasikan bagaimana jumlah daun pada bunga tumbuh begitu saja, namun ia membicarakan gagasan bahwa pertumbuhan jumlah daun selalu mengikuti barisan fibonacci. Ia tidak serta merta eksplisit mengatakan bahwa benda yang bundar itu terlihat ideal, namun ia membicarakan gagasan bahwa semua benda bundar memiliki perbandingan antara luas dan diameter yang selalu sama. Dengan demikian, matematika bagi berkomunikasi melampaui bahasa sehari-hari karena ia langsung merujuk pada gagasan, bukan lagi pada realita.

Berbicara lagi mengenai keindahan, rangkaian bahasa yang terlihat kaku namun sesungguhnya luwes ini bagi membentuk sebuah level sastra yang berbeda ketimbang bahasa-bahasa lainnya. Semacam ada suatu keindahan tersendiri ketika membaca kalimat-kalimat matematika terangkai untuk membentuk syair-syair gagasan. Saya

sendiri pun melihat simbol-simbol dalam matematika sangatlah sederhana namun mengungkap begitu banyak makna, seperti misalnya simbol kuantor. Ini mungkin juga disebabkan oleh elegansi yang terlihat dari keseluruhan ungkapan matematika. Begitu elegan sehingga menghasilkan semacam subjektivitas keindahan yang belum tentu dirasakan sama oleh semua orang. Saya pernah mencoba semacam membaca kalimat-kalimat matematika layaknya sebuah puisi, dan itu sangat mengagumkan! Puisi yang tegas dan straight, tapi tetap luwes dan bermakna.

Hal ini mengingatkan saya pada extension course Bahasa dan Peradaban juga, namun dengan topik yang berbeda mengenai bahasa dan teknologi, yang mengatakan bahwa kemungkinan akan datang suatu masa ketika logika kaku telah diserahkan sepenuhnya pada mesin, manusia akan berkomunikasi dengan bahasa alam murni yang tersampaikan secara implisit tanpa kata-kata. Manusia akan langsung berkomunikasi dengan gagasan, tanpa perlu hal-hal eksplisit mengenai realita yang terlalu mendetail. Mungkin terkesan terlalu imajinatif dan mengada-ngada, namun ketika sedikit melepas liar imajinasi dan intuisi saya dalam merangkai semua keterhubungan ini, mungkin saja memang di masa depan, kata-kata eksplisit tidak perlu lagi diperlukan, emosi tersampaikan dengan spiritualitas yang lebih tinggi, sedangkan gagasan tersampaikan secara murni, dan entah kelak bagaimana bentuknya, terbahasakan dengan matematika yang lebih abstrak.

### Melampaui Rasio

Semakin ke sini mungkin pembahasan semakin berada pada level yang sulit masuk

di akal, tapi itulah yang saya maksud spiritualitas! Bagaimana kita bisa

menjelaskan khusyuknya orang shalat yang bagaikan berkomunikasi langsung dengan Tuhan? Seperti itu lah yang saya coba ungkapkan mengenai apa yang sebenarnya menjadi jiwa matematika sesungguhnya, karena saya selama ini melihat orang-orang hanya mengerti matematika sebagai jasad belaka, tidak sampai menghayati pada tatataran ruh dan gagasan. Mungkin spiritualitas ini seperti yang dirasakan Srinivasa Ramanujan yang mengatakan mendapatkan inspirasi dari semua karya matematikanya dari dewi Mahalaksmi (karena beliau seorang hindu).

Klaus Witz dalam dalam penelitiannya terhadap 4 mahasiswa doktor matematika mengungkapkan, "...there arose something like a tacit 'inner understanding' of mathematics, almost like an 'inner vision' (different for each student), which involved beauty, metaphysical elements and had moral aspects, led them to go to graduate school and pursue a career in mathematics, and from then on became part of their basic orientation to mathematics." dan juga ia mengatakan, "each student' inner understanding of mathematics represented a significant part of her spirituality". Ada semacam perasaan dalam yang muncul pada matematikawan ketika dengan sepenuh hati mendalamai matematika.

Memang kembali pada pertanyaan di bagian awal tulisan ini: "why are these students interested in mathematics, and what drives them". Penggunaan rasio untuk menjawab pertanyaan tersebut hanya akan berujung pada jawaban-jawaban retoris yang menjadi tren jawaban di Indonesia, jika tidak karena memang ingin sekedar jadi dosen, tergiur dengan janji-janji manis aktuaris dan keuangan, atau bahkan terjebak alias merasa salah jurusan. Ilmu seperti matematika membutuhkan perasaan yang lebih tinggi untuk menemukan makna

kenapa harus berkecimpung di dalamnya. Pertanyaannya sesederhana kenapa pelukis melukis atau kenapa penyair mencipta sajak. Orientasi mereka sama sekali bukan karena pekerjaan atau karena tergiur hal-hal lain, tapi cukup karena mereka merasakan suatu 'inner peace' yang mendorong mereka untuk melakukannya tanpa alasan, dengan bahasa lain, melakukan cukup karena ingin.

Hal ini jelas karena dari penjelasan-penjelasan saya sebelumnya, matematika melampaui batas-batas dasar yang kita pahami selama ini dengan sederhana. Ia melampaui sains, melampaui seni, melampaui sastra, ia merupakan sebuah eksistensi unik yang merupakan sinergi semua komponen. Ada semacam hasrat tersendiri yang muncul ketika seorang matematikawan mengerjakan kerjaannya. Hal ini akan berbeda-beda tiap individu, karena sesungguhnya perspektif spiritualitas berkaitan dengan *individual experience*, suatu hal yang dirasakan dan dialami sendiri masing-masing, namun semuanya sama-sama ter dorong untuk melakukan sesuatu berbasis hasrat dan perasaan, suatu sensasi yang transenden, melampaui rasio.

Pada titik ekstrimnya, bahkan, Jerry Uhl, seorang matematikawan juga, mengatakan bahwa matematika itu adalah agama. Kenapa? Karena ia memang punya aturan tertentu, sederhana, diyakini, dan menimbulkan sensasi spiritual ketika dilaksanakan. Mengerjakan permasalahan matematika dan menemukan solusinya akan menghasilkan sensasi yang serupa orang ketika selesai bersamadhi atau selesai shalat khusyuk. Saya kembali mengutip apa yang diungkapkan Witz dalam penelitiannya, "At a minimum level this says that higher mathematics as experienced and done by many mathematicians tends to be in a unity with spirituality, higher (including Divine)

*experience, it should not be considered a purely intellectual thing, or only a way of understanding/mastering the world”*

Terlalu banyak yang bisa terungkap dari matematika, namun semuanya butuh pengalaman tersendiri, yang tidak bisa sekedar ‘diceritakan’. Selayaknya beribadah, semuanya hanya butuh praktik untuk bisa merasakan, karena sekedar mengetahui tidak cukup untuk menggapai titik spiritualitas. Mungkin inilah kenapa dosen saya mengatakan kita harus bermatematika terlebih dahulu sebelum bisa memahami matematika, karena semua terkait pada perasaan langsung, yang hanya bisa dimengerti ketika telah berkecimpung di dalamnya, merasakan atmosfernya, dan menghayati setiap maknanya.

Meskipun begitu, apa yang saya tulis di sini adalah pengungkapan berbagai sisi matematika yang belum tentu disadari, bahkan oleh matematikawan sendiri. Fenomena yang terjadi selama ini pada mahasiswa matematika adalah ketiadaan jiwa sama sekali yang muncul selama bermatematika, semacam suatu hal yang kosong. Orientasinya pun ujung-ujungnya hanya pada hal-hal yang bersifat materialistik, entah lulus, entah kerja, tanpa sedikit pun berusaha menghayati apa yang mereka lakukan dengan sepenuh jiwa. Sangat disayangkan memang, mengingat betapa mengagumkannya ilmu yang satu ini. Kesadaran-kesadaran yang sulit muncul mengenai matematika juga yang

mengakibatkan matematika hanya akan selalu menjadi alien dari planet antah berantah yang begitu menakutkan, bahkan bagi mahasiswa matematika sendiri.

Pada akhirnya, dengan semua keaguman dan keterpuakuan saya terhadap matematika, mungkin benar apa yang dikatakan salah seorang kawan di Lingkar Sastra, bahwa matematika bisa menjadi jembatan mistik-seni-ilmiah. Posisi dan sifatnya yang begitu unik, seperti yang saya uraikan panjang lebar di atas, membuat matematika memiliki makna tersendiri yang sungguh sayang bila hanya terbuang dalam ketakutan, penjara mental akibat stigma buruk yang muncul dari rangkaian simbol dan persamaan.

NB: Saya pribadi tidak menemukan banyak alasan ketika tertarik dengan matematika. Semacam ada suatu ketertarikan pada entitas bernama matematika, sesuatu yang tidak akan ditemukan pada ilmu lain. Seiring waktu saya kuliah 2 tahun bersama matematika sendiri pun saya merasakan seperti yang dikatakan dosen saya pada kuliahnya, bagi menelusuri jalan berkabut yang mana mungkin orang-orang teknik atau ilmu lain sudah tahu jalan berkabut itu titik akhirnya dimana, namun sensasi ketika menerobos kabut tersebutlah yang menjadi hal tak tergantikan. Pada dasarnya saya sendiri punya target untuk mencari kebenaran pada ilmu ini. Itulah kenapa tercipta semua tulisan pencarian makna ini.



## **Bagian V**

### **Sintesis Makna**

Entah berapa lama atau hingga sejauh mana kaki harus melangkah, namun yang namanya pencarian tentu tak mengenal kata lelah. Seperti apa yang dikatakan seorang kawan, kalaupun kebenaran adalah sosok yang tak pernah bisa diraih, bukan berarti ia tak layak untuk dicari. Kalaupun juga saya hanya mahasiswa tingkat 4 yang mungkin belum tahu apa-apa, bukan berarti saya tak layak untuk mengungkap makna dan bertanya-tanya. Apakah ini menjadi yang terakhir atau kelak masih ada gagasan lain yang ingin ku ungkap, terkadang yang terpenting adalah menuliskan dan menuangkannya terlebih dahulu. Karena apalah artinya kontemplasi dan pengetahuan tinggi daripada hanya tersimpan dan membusuk dalam pekatnya memori.

Tak bosan-bosan matematika saya katakan sebagai sebuah misteri yang begitu memukau. Ia tidak sekedar indah, namun melebihi itu, seperti yang saya ungkapkan pada tulisan bagian IV. Jika sebelum-sebelumnya saya lebih mencoba melihat matematika dari segi keseluruhan, maka kali ini saya berusaha mengupasnya lebih dalam, melihat makna setiap pohon, bukan sekedar keseluruhan hutan. Karena tidakkah kita sering bertanya apa sesungguhnya makna bilangan, integral, limit, atau apapun yang mungkin terlihat tidak jelas dan hanya membuat kepala berasap. Karena semua itu pola yang diekstrak dari abstraksi alam, sesungguhnya semua pola itu menyimpan esensi dan inti makna, yang bila disambung-sambungkan bukan lagi sekedar menjadi sebuah ilmu mengenai logika dan hitung menghitung, tapi ilmu tentang kehidupan.

Mungkin usaha yang saya lakukan mirip dengan yang pernah dilakukan oleh Fritjof Capra yang berusaha melihat

pararelisasi antara fisika modern dengan mistisme timur seperti buddha, hindu, dan tao. Kebijaksanaan-kebijaksanaan kuno terkait alam dan kehidupan ternyata terungkap dengan cara yang sama seperti teori-teori fisika kuantum kontemprorer. Memang, pada dasarnya semua ilmu selalu memiliki keterhubungan satu sama lain, membentuk sebuah simfoni indah jaringan pengetahuan. Maka daripada matematika terasingkan dari kehidupan, kita coba petik saripati-saripati kebijaksanaan yang terkandung dalam tiap keindahannya.

Dengan semakin luas dan abstraknya matematika, sebenarnya tidak mudah ketika berusaha mencari apa saripati sesungguhnya dari matematika. Namun, saya terinspirasi pada pemikiran Fritjof Capra yang membagun sebuah sitesis baru mengenai paradigma sistemik, yang kemudian saya gunakan untuk melihat bagaimana kita memandang makna suatu eksistensi. Paradigma sistem merupakan perlawan terhadap paradigma Cartesian yang mekanistik dalam memandang dunia. Selama ini, dengan semua modernisasi yang ada, kita terbiasa melihat sesuatu secara mekanistik, terkotak-kotakkan, bagaikan segala sesuatu adalah mesin yang mana tiap komponennya bisa dipisah-pisah.

Inti utama yang saya petik dari paradigma sistem adalah bahwa segala sesuatu bisa dilihat dari 3 perspektif, yaitu struktur, proses, dan pola. Ketiganya adalah hal yang berbeda namun tak terpisahkan, menjadi 3 basis dasar kerangka konseptual berpikir secara keseluruhan. Mengambil contoh, kita bisa melihat dunia fisis dalam trikotomi materi-energi-informasi, atau kita bisa melihat manusia dalam trikotomi raga-pikiran-jiwa. Nah, sekarang saya akan menggunakan

paradigma yang sama untuk melihat makna

matematika secara menyeluruh.

### Bilangan, sebuah struktur

Perspektif struktur adalah melihat bagaimana entitas yang kita pandang tersusun dan terbangun. Sesungguhnya struktur dalam matematika tidak semata-mata hanya terkait bilangan, ia sudah diperluas menjadi objek paling umum sekalipun dalam aljabar. Namun, alangkah baiknya bila kita mulai dari hal paling pertama yang muncul sebagai matematika.

Ya, bilangan. Selain geometri, bilangan menjadi cikal bakal pengembangan matematika pada awal peradaban. Sesuai kebutuhan, apa yang pertama kali muncul barulah apa yang kita sebut sebagai bilangan natural atau bilangan asli, bilangan yang murni untuk membilang, membandingkan kuantitas suatu objek yang homogen. Dengan suatu patokan tertentu, semuanya bisa dikuantifikasi dengan perbandingan terhadap patokan tersebut. Membilang adalah melabeli setiap objek homogen (atau disebut sebagai besaran) dengan suatu simbol terurut, yang dalam hal ini tentu saja kita kenal dengan '1', '2', '3', dan seterusnya. Manusia secara ide dasar pada awal peradaban mulai membutuhkan pembilangan ini untuk menentukan kuantitas, bahwa seseorang memiliki '5' jari, atau melihat '2' pohon.

Dalam hal ini, kita bisa melihat bilangan asli sebagai sesuatu yang common, menjadi dasar gagasan mengenai keberadaan. Kenapa? Karena semua hal di dunia ini terdikotomikan dalam ada dan tiada. Segala simetri dalam semesta hanya tercipta dari dua dikotomi tersebut. Perhatikan bahwa gelap merupakan ketiadaan cahaya, ataupun dingin

merupakan ketiadaan panas. Ketiadaan cukup membutuhkan suatu perlambangan lain sebagai label, maka muncullah bilangan 0. Bilangan yang kemudian cukup unik, yang bisa digali secara mendalam maknanya secara utuh.

Selanjutnya, tentu kita mengenal bilangan bulat, bilangan asli beserta nol dan negatifnya. Tapi, bukankah tadi saya menyebutkan bahwa dunia sesungguhnya hanya terdiri antara ada dan tiada, maka bukankah itu berarti dunia ini sesungguhnya hanya memiliki bilangan asli? Maka apa itu bilangan negatif? Makhluk macam apa dia? Perhatikan bahwa sesungguhnya penggunaan bilangan negatif hanya pada suatu besaran yang memiliki arah, alias vektor, berdasarkan dari titik acuan tertentu. Sifatnya hanya merupakan perbandingan terhadap suatu titik acuan (dalam hal ini merupakan bilangan 0) yang akhirnya bisa menjadi 'lawan' arah dari 'keberadaan'. Suhu yang negatif sesungguhnya hanya perbandingan jumlah kalor terhadap titik beku es. Konsep paling dasarnya tetap bahwa dunia hanya terdiri dari ada dan tiada. Dikotomi dan simetri dunia sesungguhnya antara bilangan asli dengan bilangan 0, bukan antara positif dan negatif. Negatif hanyalah 'keadaan' atau 'keberadaan' yang memiliki arah berlawanan. Bahasa matematikanya, invers dari suatu objek.

Apakah sesederhana itu? Baik, mengambil sedikit filosofi tao, bahwa dunia merupakan sebuah aliran siklik yang selalu berulang antara Yin dan Yang, kita harus melihat bahwa dunia ini sesungguhnya

kumpulan dari penjumlahan antara yang positif dan negatif. Secara fisika, keberadaan itu muncul akibat pecahnya ‘ketiadaan’ menjadi materi dan anti-materi, sehingga jumlah materi harus selalu sama dengan anti-materi. Namun terlepas dari hal fisis, secara makna, ada suatu prinsip yang dikenal dengan *Sum to Zero Principle*, bahwa segala sesuatu jika dijumlahkan pasti akan menghasilkan 0, apapun. Segala transaksi ataupun perubahan di dunia selalu mempertahankan suatu nilai untuk sebuah keseimbangan, mulai dari kesetimbangan kimia hingga neraca perdagangan.

Mungkin terkesan abstrak, tapi cobalah mulai melihat segalanya dalam perspektif keseimbangan, yang oleh Lao Tzi disebutkan sebagai aliran seimbang antara Yin dan Yang. Hubungan sama matematika? Tentu saja, dalam bilangan bulat, setiap bilangan positif memiliki balikan atau invers yang merupakan bilangan negatif, yang bila dijumlahkan menghasilkan 0 atau secara umum dikenal dengan unsur identitas. Kenapa disebut identitas? Karena ia yang menjadi subjek utama atau standar nilai untuk keseluruhan sistem. Sifat utama dari identitas juga adalah mengembalikan kembali objek bila dioperasikan, maka ia menjadi ‘identitas’ untuk semua objek lain. Secara abstrak lagi, bilangan bulat merupakan pembilangan paling dasar yang membentuk grup (bila belum paham, coba cari tahu). Bilangan bulat juga merupakan pembilangan paling dasar yang bisa digunakan untuk melihat dunia ini, karena sesungguhnya dunia secara inheren merupakan suatu grup dengan operasi yang nontransendental.

Jika masih ingin melihat bilangan asli lagi, perhatikan juga bahwa pembilangan ‘keberadaan’ ini cukup dikonstruksikan dengan satu hal, yaitu bilangan 1. Karena

pada akhirnya semua bilangan lain merupakan penggabungan dari sekian bilangan 1. Dalam hal ini, bilangan 1 dikatakan ‘membangun’ seluruh bilangan asli. Diperluas lagi, kita mengetahui bahwa operasi dalam bilangan bulat tidak hanya penjumlahan, tapi perkalian. Makhluk apa lagi perkalian? Jika boleh memberi makna, penjumlahan adalah operasi yang imanen, sifatnya ‘membumi’, hanya merupakan hubungan yang horizontal antar objek di dunia, sedangkan perkalian adalah operasi yang transenden, yang memberi makna lebih pada semua objek.

Mengabstraksikan lagi hingga level metafisis, sebenarnya apa makna dari bilangan 0 dan 1? Keduanya merupakan bilangan paling penting dalam konstruksi hampir semua sistem matematika. Marilah melihatnya dengan sederhana, 0 melambangkan ketiadaan, dan 1 melambangkan keberadaan paling tunggal (ia membangun seluruh bilangan bulat lainnya). Secara aljabar, 0 merupakan identitas terhadap operasi penjumlahan, artinya ia mengembalikan nilai dari objek secara imanen, dan 1 merupakan identitas terhadap operasi perkalian, artinya ia mengembalikan objek secara transenden. Operasi perkalian terhadap bilangan 0 akan menihilkan objek itu sendiri dan menghasilkan 0.

Secara general, bisa dikatakan bahwa 1 melambangkan manusia karena ia merupakan subjek terhadap aksi apapun yang transenden sedangkan ia sendiri membangun dunia secara imanen. Untuk 0, ia merupakan suatu objek yang menjadi puncak transendensi, (mungkin) kita bisa katakan 0 melambangkan Tuhan, secara imanen ia mengembalikan semua objek (unsur identitas terhadap penjumlahan). Kenapa pada akhirnya Tuhan dan ketidaan

sama-sama terlambangkan dengan 0, karena sesungguhnya dari ketiadaan itu semua keberadaan lahir. Tentu saja karena ini sifatnya filosofis, apalagi metafisis, banyak anti-tesis yang bisa diajukan, apalagi jika terkait kepercayaan. Akan tetapi, memang sifat-sifat struktur aljabar bisa kita telusuri lebih jauh lagi maknanya. Secara holistik, saya melihat keseluruhan struktur dalam matematika mengkonstruksi makna yang menjadi kandungan inti dari semesta.

Berangkat dari bilangan bulat, kita bisa memasuki bilangan rasional, bilangan yang merupakan rasio dari bilangan bulat, yang merupakan kediskritan satuan dari semesta. Bilangan bulat pada dasarnya memang menunjukkan bahwa segalanya tersusun dari zarah yang elementer, dari dasar yang pasti. Ketika dibangun sistem pembilangan berikutnya pun, seperti rasional, ia hanyalah sesuatu yang dapat ditulis, dijelaskan, dijabarkan, dalam bentuk rasio, perbandingan dua bilangan bulat, dua zarah elementer, dua bentuk dasar, dua hipotesa, dua informasi, atau apapun itu, membentuk entitas lain. Bilangan rasional mengisi ruang-ruang yang belum terisi oleh zarah-zarah elementer. Tentu kita mengenal sifat kepadatan bilangan rasional. Namun, sesungguhnya bilangan rasional melambangkan segala sesuatu di semesta ini yang masuk rasio pikiran, karena pola dan sistemasi logika berpikir manusia selalu bersifat membandingkan. Pikiran tidak pernah ‘mencipta’ sesuatu yang baru, ia hanya bisa membanding-bandingkan antara semua informasi yang ada di kepalanya, misalkan, untuk mengetahui bahwa ketika tangan terkena api, maka akan terasa panas. Perhatikanlah, logika preposisi yang kita pahami selama ini sesungguhnya berdasar pada perbandingan.

Namun, bagaimana dengan sesuatu yang sudah ‘ada’ begitu saja terlepas dari keterbandingannya dengan bilangan lain? Tentu saja, banyak hal di dunia ini yang lepas dari rasio, hal yang sifatnya mengakar, mengisi antar zarah elementer, melengkapi realitas. Bilangan pi, bilangan natural, atau akar dua, semua bilangan itu ada sebagai dirinya sendiri, ia eksis, ia ada, tapi ia adalah bilangan sendiri, ia tidak butuh bilangan lain untuk berdiri, ia tidak butuh rasio bentuk apapun. Ia adalah mutlak sebuah bilangan, tanpa relativitas sedikitpun. Secara struktur, ia dibangun oleh barisan bilangan rasional yang memenuhi sifat Cauchy (kalau belum tahu, cari tahu), atau dengan bahasa lain, ia ‘didekati’ dengan kelas-kelas ekivalen barisan Cauchy rasional. Memang, konstruksi bilangan-bilangan yang lengkap secara realitas menjadi tantangan tersendiri dalam matematika, karena tentu saja membangun bilangan yang terlepas dari rasio bukanlah hal yang mudah.

Mengenai hal ini, logika yang ada dalam pikiran manusia sesungguhnya memang tidak lebih dari sekedar permainan bahasa dan kata-kata, bagaimana kebenaran yang satu dibandingkan dengan kebenaran yang lain. Maka dari itu lah, bilangan real atau representasi realitas, dibangun secara analisis, cabang matematika yang selalu saya anggap “cara mendekati ketidakwajaran”. Apakah itu cukup? Tentu saja tidak. Masih ada akar -1, dan itu jelas-jelas menunjukkan bahwa ada ‘sesuatu’ di luar realitas kita, yang sebenarnya dibangun oleh realitas itu sendiri yang dileburkan dengan unsur imajiner. Maknanya apa? Mungkin saya akan berhenti sampai di sini. Kelak ketika keseluruhan pemahaman saya akan matematika semakin kaya, saya akan mengulas dan mengupas sedetail-detailnya

semua makna dari struktur yang terbangun dalam matematika. Sungguh, semua konstruksi yang saya lihat hanya dalam 3 tahun belajar matematika saja sudah

membuatku terpana, apalagi sebenarnya itu hanya baru sekian persen dari keseluruhan konsep matematika sesungguhnya.

### Statistik, sebuah pola

Beralih dari konstruksi struktur ala aljabar, sekarang kita mencoba melihat suatu sifat luar biasa yang mengakar secara fundamental dalam paradigma kuantitas. Sifat ini akan kita lihat dengan perspektif pola, yang mana melihat bagaimana hubungan antar jaringan berlaku. Perspektif pola dalam paradigma sistemik melihat keseluruhan sistem sebagai jaringan-jaringan yang anarkis, alias tidak memiliki hirarki. Artinya apa, keseluruhan komponen dalam suatu sistem memiliki peran yang sama pentingnya dalam menyusun keseluruhan. Hal ini berbeda dengan konsep mekanistik yang melihat sistem bagaikan mesin yang mana komponen hanya berperan pada peran-peran tertentu yang saling terhubung. Sederhananya, mesin bisa dipecah menjadi bagian-bagian untuk melihat cara kerjanya. Kontradiksi dengan hal itu, jaringan hanya tidak bisa dilihat bagian per bagian, namun harus dilihat sebagai satu kesatuan utuh.

Semua sistem, dari sel hingga alam semesta keseluruhan, harus dilihat sebagai jaringan, yang mana saling terisi satu sama lain. Jaringan memiliki struktur, namun sifatnya saling mencakup, bukan hirarkis. Untuk lebih mudah membayangkan, sistem kumpulan sel membentuk organ, sistem kumpulan organ membentuk makhluk hidup, dan seterusnya. Sistem yang satu menjadi bagian dari jaringan sistem yang lebih luas. Dalam perspektif jaringan ini, ada suatu fenomena yang disebut sebagai *emergent properties*. Fenomena ini

menyebutkan bahwa selalu ada sifat baru yang muncul (benar-benar baru) ketika melihat suatu kumpulan objek secara keseluruhan yang mana tidak dimiliki oleh objek-objek yang tunggal. Misal, banyak sifat yang dimiliki suatu sistem iklim yang muncul ketika dilihat sebagai satu kesatuan, seperti el nino, yang mana tidak dimiliki ketika hanya melihat iklim itu bagian per bagian atau bahkan per satuan objek (objek di sini bisa berarti waktu).

Hubungannya apa dengan matematika? Tentu kita mengenal suatu cabang matematika yang dikenal dengan statistik, suatu ilmu yang bisa dikatakan aneh. Walaupun memang ia terimplementasikan secara matematis, sesungguhnya ia menggunakan fenomena *emergent properties* dalam jaringan manapun. Setiap individu mungkin memang unik dan tunggal, tapi ketika kita melihat suatu kumpulan individu sebagai satu kesatuan, akan ada sifat yang muncul yang murni ditentukan oleh kumpulan tersebut, bukan individu-individu tunggal. Hal ini berlaku untuk semua objek, termasuk waktu. Inilah yang dijadikan dasar pada statistik yang memandang selalu dalam perspektif keseluruhan.

Satu-dua kejadian mungkin saja berlaku acak, namun ketika melihatnya dalam suatu kumpulan kejadian, akan ada sifat-sifat baru yang muncul. Untuk memudahkan melihat sifat-sifat ini, objek-objek yang dijadikan pengamatan dipindahkan ke dalam sistem matematika

menjadi sebuah peubah acak, yang kemudian secara matematis dapat diturunkan semua sifat-sifatnya melalui fungsi distribusi, ekspektasi, dan lain sebagainya. *Emergent properties* berlaku secara universal. Oleh karena itu implementasinya dalam statistika pun bermacam-macam, dari proses stokastik, deret waktu, tes hipotesis, pengambilan sampel, dan lain sebagainya. Pada akhirnya, ketika berkaitan dengan suatu konsep keseluruhan, statistik selalu bisa menunjukkan taringnya dan sekarang pun ia menjadi ilmu tersendiri yang banyak digunakan dimana-mana.

Salah satu makna luar biasa yang bisa kutarik dari ilmu statistik adalah pemahaman saya mengenai takdir. Perhatikan bahwa sifat baru yang muncul dalam *emergent properties* bagi menghapus keunikan atau keacakan individual yang ada sebelumnya. Ambillah contoh sederhana dalam mekanika statistik (yang menggantikan mekanika klasik dalam termodinamika), yang menghitung besaran-besaran termodinamik dengan melihat perilaku probabilistik keadaan-keadaan mikro, seperti laju partikel yang begitu beragam. Ketika sudah dalam tataran yang lebih tinggi (artinya mengabaikan keadaan-keadaan mikro tersebut), suatu objek seakan sudah memiliki besaran kalor secara deterministik. Hal ini karena seperti yang saya jelaskan sebelumnya mengenai prinsip anarkisme dalam jaringan, yang mana jaringan yang satu terkandung dalam jaringan yang lebih luas. Ketika kita melihat jaringan yang lebih kecil, sifat jaringan itu terlihat jelas, bila kita perluas perspektif menjadi jaringan dari jaringan tersebut, sifat jaringan yang sebelumnya akan tidak terlihat dan memunculkan sifat baru dalam jaringan yang lebih luas.

Untuk lebih memahami, mari melihat sistem biologis. Sifat-sifat yang dimiliki sel-sel tidak akan terlihat ketika kita melihat makhluk hidup secara utuh, yang mana memiliki sifat berbeda dan baru yang muncul (*emerge*), sifat-sifat yang dimiliki makhluk hidup secara tunggal pun tidak akan terlihat ketika melihatnya dalam satu komunitas, yang juga memiliki sifat berbeda dan baru, dan sifat-sifat yang dimiliki komunitas pun tidak akan terlihat ketika melihatnya dalam satu bioma. Bahkan pada contoh yang lebih ekstrim lagi, perhatikan bahwa sesungguhnya dalam mekanika kuantum, posisi elektron hanya bisa diketahui secara probabilistik. Bukan hanya elektron sebenarnya, semua hal yang ada dalam skala mikro bersifat probabilistik. Bayangkan, ini berarti kita selalu berdiri di atas fundamen yang tidak pasti! Lalu kenapa ketika melihat dari skala makro, semuanya jadi terlihat deterministik? Kita bisa memegang sebuah buku dengan erat kan, padahal partikel elementer di dalamnya bersifat probabilistik, hanya awan-awan yang mengambang dalam kehampaan. Tentu saja, semua karena *emergent properties*. Statistika bermain dalam tiap level jaringan, menciptakan sifat baru dalam rangkaian objek tunggal yang acak.

Sekarang, melihat setiap individu sebagai objek tunggal, tentu kita merasa bahwa kita masing-masing "seakan" punya kehendak bebas untuk memilih di tiap detiknya, sehingga semua kejadian pada satu bingkai waktu "terasa" acak. Namun, dengan melihatnya dalam perspektif jaringan, kumpulan kejadian pada satu waktu ini, ketika dilihat dalam satu rangkaian waktu, semua keacakan itu sirna dan muncul sifat-sifat baru. Ketika semua kejadian pada satu waktu itu bersifat probabilistik, sangat acak, maka melihat

dalam keseluruhan waktu, semuanya menjadi deterministik. Lihatlah sejarah, seakan memiliki pola tersendiri, padahal tindakan individunya semua acak. Maka bukankah itu yang dinamakan dengan takdir? Ketika usaha individu terasa bebas dan menjadi kehendak masing-masing, namun semua hal pada dasarnya mengikuti suatu pola skenario yang pasti. Ya, deterministik di atas probabilistik.

Bukankah mengagumkan makna dari ilmu statistik? Bagaimana saya selama ini belajar mengenai deret waktu dan lain sebagainya, menguatkan semua teori yang saya ajukan mengenai bagaimana kita memahami takdir. Setelah melihat aljabar dan statistik, mari melihat satu hal lagi yang menarik dalam makna matematika dalam satu perspektif yang tersisa, perspektif proses.

### Perubahan, sebuah proses

Saya teringat kata-kata seorang dosen yang mengatakan bahwa kalkulus tidak ada bedanya dengan politik, karena hanya membahas tentang gerakan dan perubahan. Mencari-cari bagaimana matematika dapat dilihat dari perspektif proses, saya melihat bahwa perspektif itu inheren terkandung dalam cabang analisis, cabang matematika yang memang secara khusus mengupas habis mengenai perubahan yang kontinyu. Perspektif proses dalam paradigma sistemik adalah bagaimana kita memandang bagaimana struktur berperilaku. Secara aljabar, kita melihat bilangan sebagai suatu struktur dengan beberapa sifat dasar yang inheren terbawa bersama strukturnya, namun kali ini, kita melihat bagaimana ia “bergerak”.

Karena struktur di bawah bilangan real berperilaku secara terhitung (*countable*), sifat-sifatnya terjelaskan hanya dengan melihat keadaan-keadaan struktur, sedangkan bilangan real sendiri, yang merupakan himpunan tak terhitung, dibangun secara analisis, dengan melihat bagaimana bilangan rasional “bergerak”. Sehingga bisa dikatakan, memang semua realitas terbangun atas gerakan-gerakan elementer yang kontinyu, bisa dilihat mulai dari perubahan iklim, revolusi sosial,

tranformasi peradaban, dan lain sebagainya. Tentu saja gerakan-gerakan ini tidak secara independen berperilaku, namun saling mempengaruhi satu sama lain, dengan suatu keterhubungan tertentu. Karena realitas sendiri kita lihat sebagai suatu jaringan, maka selalu ada keterhubungan antar komponen di dalamnya, sebutlah ia fungsi atau pemetaan. Bagaimana setiap pergerakan suatu komponen mempengaruhi pergerakan lainnya dan bagaimana secara sistemik semua gerakan itu berperilaku lah yang membuat perspektif proses dalam matematika menjadi keindahan tersendiri untuk dinikmati.

Fungsi atau pemetaan menciptakan semacam cara kerja sesuatu terkait dengan suatu hal yang lain. Ketika kita berbicara mengenai proses, maka kita berbicara mengenai perilaku sesuatu terhadap waktu, yang tentu saja memiliki banyak macam bentuk, dari yang linear hingga non linear. Berbicara mengenai fungsi satu peubah atau hanya memandang cara kerja satu objek tentu akan terlihat sederhana dan memiliki bentuk yang “jelas”, namun tentu saja, alam semesta ini dibentuk dari milyaran (atau bahkan tak terhingga) peubah yang bermain di dalamnya dan saling terkait satu sama lain (tidak saling bebas). Membayangkan

fungsi dua variabel saja terkadang memiliki tingkat kesulitan tersendiri secara matematis, apalagi dengan begitu banyak variabel.

Sebelum berlanjut, mungkin pembaca akan sedikit bertanya, mengapa saya membahas perspektif pola terlebih dahulu sebelum perspektif proses? Selain karena gagasan mengenai pola dalam statistik muncul lebih dahulu dalam kontemplasi saya, sesungguhnya apa yang menyebabkan pada tiap level jaringan dalam perspektif pola, seakan kejadian dalam satu bingkai waktu terkesan "acak", dan mengapa pada level jaringan yang lebih tinggi, keacakan ini mengabur menuju determinasi, cukup terkait dengan perspektif proses.

Tentu semua objek di alam ini tidak serta merta berubah secara "linear", dalam arti dirinya sendiri tidak berubah seiring waktu. Dalam persepektif pola sebelumnya saya menjelaskan bahwa semesta harus dilihat sebagai jaringan-jaringan. Artinya apa, segala sesuatu saling terkait satu sama lain, saling memengaruhi, walau dengan signifikansi yang sangat kecil. Mungkin bila membayangkan tiap bingkai waktu merupakan sebuah fungsi keadaan dengan semua peubah dimasukkan ke dalamnya, ia akan semakin kehilangan determinasinya, dalam artian sangat sulit memprediksi nilai setiap bingkai waktu. Itu pun bila fungsinya linear.

Lebih jauh lagi, segala sesuatu ini sendiri tidak berubah secara bebas terhadap waktu, artinya ia mengalami perubahan terhadap dirinya sendiri, yang mana perubahan itu pun mempengaruhi semua perubahan peubah lainnya. Dari sini muncullah persamaan diferensial, yang semua matematikawan tahu memiliki beragam bentuk yang hingga saat ini pun

belum semua ditemukan solusinya. Kita bisa saja berharap, seperti yang selalu dilakukan semua insinyur dan ilmuan, bahwa apa yang ada di alam dapat disederhanakan menjadi perasaman-persamaan linear yang mudah dikalkulasi. Hal ini lah yang mendasari paradigma Cartesian dan Newtonian yang sangat mekanistik dan deterministik dalam memandang semesta, bahkan prinsip yang menjadi pegangan kuat determinisme klasik ini mengatakan, "jika semua keadaan dalam alam semesta dapat diketahui maka hukum-hukum fisika mampu menentukan pergerakan yang akan dilakukan dan semua sejarah alam semesta mampu diketahui"

Seakan-akan segalanya adalah pasti dan selalu dapat diprediksi, selama kita mengetahui semua informasi keadaan pada satu waktu. Tentu saja paradigma ini sangat kuat tertanam dalam pikiran hampir semua ilmuan ketika awal-awal tumbuhnya mekanika klasik. Kala itu teknik-teknik analisis seperti kalkulus baru saja lahir di tangan Newton dan Leibniz, bentuk-bentuk tak wajar baru mulai coba didekati dengan pendekatan-pendekatan sederhana. Namun, dengan berkembangnya permasalahan yang perlu diselesaikan, penyelidikan terhadap sistem-sistem alam membawa ilmuan ke dalam dunia yang semakin dinamis, nonlinear, dan kompleks, hingga akhirnya perangkat-perangkat analisis mulai dikembangkan dari sistem persamaan diferensial, teori kontrol, topologi, dan lain sebagainya.

Sistem-sistem non linear berperilaku sangat rumit dan kacau, apalagi jika semakin melibatkan banyak variabel. Ya seperti yang bisa dibayangkan dalam sebuah fungsi linear saja dengan sekian banyak variabel, tentu saja menghasilkan bentuk yang rumit. Namun, perkembangan

matematika analisis pada abad ke-20 akhir, diawali oleh Henry Poincare, menciptakan formulasi (tidak akan secara rinci dijelaskan, dikarenakan sangat rumit dan penulis sendiri belum memiliki pemahaman yang tinggi dalam analisis) memperlihatkan proses-proses yang kacau memunculkan bentuk-bentuk yang teratur, halus, dan bahkan indah. Secara umum, formulasi ini dikenal dengan teori *chaos* atau kekacauan. Inti dari teori *chaos* adalah bagaimana menganalisa suatu sistem yang memiliki sensitivitas yang sangat tinggi terhadap kondisi-kondisi awal. Walaupun suatu sistem itu deterministik, ketidakstabilan yang diakibatkan sensitivitas yang tinggi ini mengakibatkan sistem menjadi sulit atau bahkan mustahil diprediksi perilakunya dalam jangka panjang.

Salah satu adalah yang sangat dikenal dari teori *chaos* adalah apa yang disebut sebagai *butterfly effect* atau efek kupu-kupu. *Butterfly effect* merupakan fenomena ketika perubahan kecil sistem deterministik nonlinear pada suatu kondisi akan mengakibatkan perubahan yang sangat besar pada kondisi sesudahnya, yang secara metaforis populer dengan fenomena kepak sayap kupu-kupu yang dapat mengakibatkan angin topan beberapa waktu kemudian. Tentu hal ini mungkin terjadi, karena atmosfer adalah sistem deterministik yang sangat non-linear, dengan begitu banyak variabel yang saling mempengaruhi dengan signifikansi bermacam-macam.

Selain dari itu, terpisah tapi seiring dengan perkembangan teori *chaos* pada tahun 1960-an, Benoit Mandelbrot menemukan bentuk-bentuk aneh lainnya namun dalam variasi geometris yang lebih beraturan. Bentuk geometris baru yang "aneh" ini, yang hingga saat ini dikenal dengan istilah fraktal, memiliki pola yang

berulang pada skala yang terus menurun tanpa batas. Mandelbrot menyebut sifat ini self-similarity atau persamaan diri. Sifat-sifat ini pada umumnya sebenarnya banyak terlihat di alam, seperti bebatuan pada gunung mirip dengan gunung-gunung kecil, lidah-lidah kilat, pinggiran awan, garis pantai, semuanya mengulangi pola yang sama terus menerus. Lalu apa hubungannya dengan perubahan sistem yang dinamis? Keduanya merupakan proses pembentukan pola yang awalnya kacau menuju keteraturan dalam skala kualitatif.

Untuk memahami keterkaitan keduanya dengan makna sesungguhnya perspektif proses dalam matematika, ada satu lagi sifat sistem dalam paradigma jaringan selain *emergent properties*, yaitu *autopoiesis*, yang secara harfiah berarti membentuk diri sendiri (*auto*=sendiri, *poiesis*=mencipta, menghasilkan). Autopoiesis merupakan ciri khas semua sistem yang selalu berproses untuk mencipta dan mengembangkan diri sendiri secara siklik dengan semua interaksinya dengan objek luar sistem. Untuk memudahkan pemahaman, ambillah contoh manusia. Manusia memahami berdasarkan informasi yang mereka dapatkan dalam setiap pengalaman, pemahaman itu akan membentuk persepsi berpikir bagaimana ia bertindak selanjutnya, tindakan berikutnya akan menentukan pengalaman apa yang akan ia dapatkan, dan berulang kembali, simpelnya: *who we are -> what we do -> what we experience -> who we are*. Dalam hal ini, arus dan siklus informasi terus berputar untuk mengembangkan manusia, atau dalam bahasa lain, manusia terus menerus menciptakan dirinya sendiri.

Hal ini tidak hanya terjadi pada manusia, tapi semua sistem, seperti ekosistem atau masyarakat. Itulah kenapa

perkembangan dan perubahan adalah suatu hal yang tidak bisa dihindari. Namun bagaimana perkembangan dan perubahan ini terjadi lah yang dalam *chaos theory* coba dilihat agar bisa bentuk-bentuk proses yang akan terjadi dalam suatu periode waktu. Dengan sifat *autopoiesis*-nya, sistem yang dinamis dan nonlinear akan terus menciptakan mekanisme respon pada diri yang selalu berubah terkait kondisi apa yang ia alami pada suatu titik tertentu. Ketika proses penciptaan diri ini begitu cepat, maka sistem tersebut akan memiliki sensitivitas tinggi terhadap perubahan, ini lah yang kemudian mengakibatkan "kekacauan" pada suatu titik dan pada akhirnya menghasilkan keteraturan. Apa yang terjadi pada fraktal pun sesungguhnya merupakan sifat *autopoiesis* sistem.

Perhatikan bahwa walaupun keadaan suatu sistem selalu berubah terus menerus, apalagi dengan sifat *autopoiesis* yang tanpa henti menciptakan dirinya sendiri, suatu sistem selalu tetap mempertahankan bentuknya dalam keadaan yang stabil. Kestabilan ini menciptakan keteraturan tersendiri dalam struktur tersebut, hingga akhirnya muncul sifat sistem yang ketiga,

yang oleh Ilya Prigogine disebut sebagai *dissipative structure* atau struktur disipatif, yang mana sistem cenderung mempertahankan kestabilan strukturnya walaupun keseluruhan sistem itu sendiri selalu berubah-ubah secara nonlinear dan kompleks. Contoh sederhana dari struktur disipatif adalah air yang mengalir memasuki lubang pembuangan di bak mandi atau kolam, yang mana akan membentuk pusaran teratur walaupun sesungguhnya keseluruhan sistem itu sendiri tengah berubah dalam suatu aliran.

Apa yang dapat dilakukan oleh matematika analisis hingga saat ini terus menciptakan proses-proses yang "indah" dalam artian bagaimana kompleksitas bisa menciptakan keteraturan. Seperti yang selalu saya artikan selama ini, memang analisis merupakan cabang matematika yang bermain dengan ketidakwajaran. Secara umum, perspektif proses memang melihat bagaimana perilaku struktur matematika, yang dalam hal ini didekati secara tak wajar (karena perilaku struktur yang wajar dapat mudah dilihat secara sederhana dengan perspektif struktur sendiri).

### Perjalanan yang belum Usai

Sintesis yang saya lakukan dengan menggunakan paradigma sistemik terhadap matematika mungkin masih jauh dari tuntas. Apalagi saya hanya membahas sebagian sisi dari matematika itu sendiri. Memang, jika klasifikasi cabang matematika dilihat dalam kelompok keahlian di ITB, masih ada kombinatorika, geometri, dan terapan yang tak terbahas. Mengenai kombinatorika, ia sangat terkait dengan struktur, secara spesifik pada bilangan dan pada graf. Jika ku coba definisikan,

kombinatorik adalah cabang matematika yang mengulas segala hal yang diskrit, seperti graf, teori bilangan, koding, kriptografi, aritmatika modulus, dan lain sebagainya, maka sesungguhnya bila ingin diulas lebih lanjut, ia merupakan matematika dalam perspektif struktur.

Hal yang sama berlaku juga untuk geometri sebenarnya. Namun, geometri dapat dilihat dalam dua perspektif, dalam perspektif struktur bila ia dilihat secara

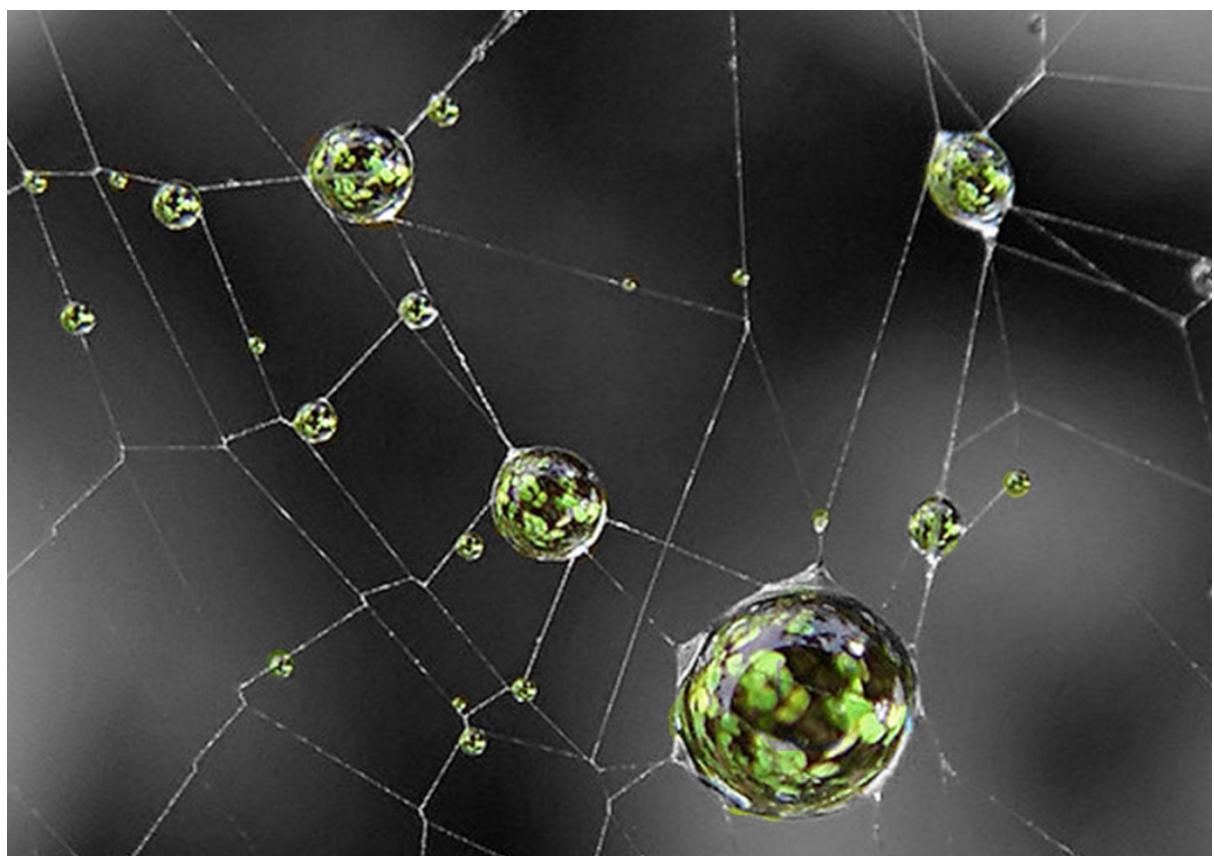
abstrak dan statis melalui aljabar dan dalam perspektif prose bila dilihat secara konkret dan dinamis melalui analisis (yang kemudian dikenal sebagai geometri analitik). Mengenai terapan, tentu saja ia hanyalah bentuk aplikasi dari semua perspektif makna matematika. Hingga akhirnya secara umum, saya murni bisa mengidentifikasi matematika cukup dengan 3 perspektif, tanpa perlu melihat satu-satu kelompok keahlian (bila memakai klasifikasi ITB).

Sedikit menambah apa yang telah terbahas di atas. Sesungguhnya sifat-sifat yang muncul dari perspektif proses bergantung pada perspektif struktur. Artinya memang struktur dasar suatu sistem akan sangat menentukan bagaimana proses itu berperilaku. Pada sistem-sistem yang berperilaku linear dan sederhana, melihat struktur dari sistem tersebut cukup untuk melihat perilakunya, namun ketika sistem itu menjadi kompleks dan nonlinear, pendalamannya lebih terhadap bagaimana kita melihat perubahan-perubahan yang terjadi memerlukan perspektif lebih, seperti teknik-teknik analisis untuk melihat sistem nonlinear yang selalu berubah secara kontinyu.

Selebihnya, sifat-sifat yang muncul dalam perspektif proses ternyata memperlihatkan bahwa sistem yang deterministik bisa berubah probalistik bila dilihat dalam keseluruhan prosesnya, membuat sistem itu terlihat acak bila dilihat

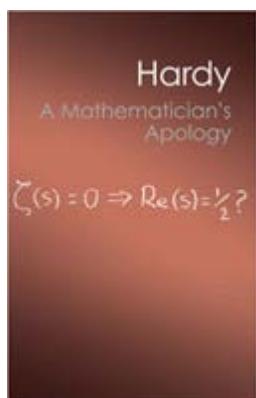
secara tunggal. Ketika melihat kumpulan sistem secara keseluruhan, maka akan keacakan itu akan berubah menjadi deterministik lagi. Hingga sesungguhnya, pola yang tercipta selalu pergantian antara probabilistik dan deterministik pada setiap level jaringan, yang mana sifat keacakannya disebabkan oleh proses sistem itu sendiri, seperti halnya kenapa ketika melempar dadu terkesan acak adalah karena proses pelemparan dadu itu tidak bisa disederhanakan secara linear, sedangkan kumpulan dari kejadian pelemparan dadu akan memunculkan pola yang tidak lagi acak. Hingga akhirnya secara umum, kita bisa melihat makna matematika dan keterkaitannya dengan semesta ini melalui paradigma sistemik, yang secara berbeda namun tak terpisahkan dilihat dari perspektif struktur-proses-pola.

Apa yang saya bahas di sini pun sesungguhnya masih cukup dangkal, apalagi terkait teori *chaos* dan topologi (yang membuat saya berhasrat untuk belajar analisis walaupun sudah fokus di aljabar). Mungkin apa yang tertulis di sini hanya permulaan dari pengembangan tulisan berikutnya kelak ketika pemahaman saya sudah cukup mumpuni. Pada akhirnya pencarian makna lah yang menjadi semangat saya untuk belajar matematika selama ini, dan juga menjadi alasan utama saya masuk program studi matematika ketika kuliah. Karena sungguh, matematika memiliki kharisma tersendiri yang dapat membuatku terpesona.

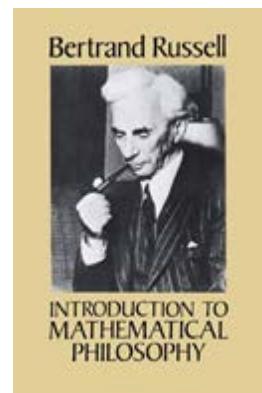


## Rekomendasi Pustaka

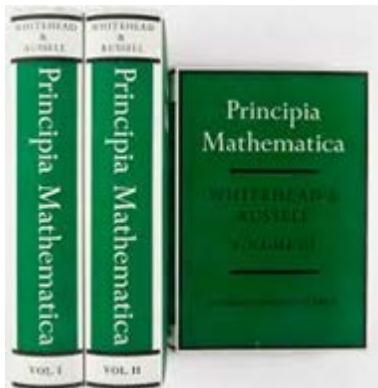
Berikut adalah pustaka yang penulis miliki dan menjadi sumber inspirasi semua tulisan di atas, selain buku teks matematika sendiri tentunya. Tentu sudah terlalu umum bila pustaka anak matematika hanyalah Aljabar Linear Elementernya Howard Anton atau Matematika Diskritnya Kenneth Rosen, maka kita perlu disegarkan dengan pendekatan yang lebih filosofis dari buku-buku berikut.



A Mathematician's Apology  
(G. H. Hardy)



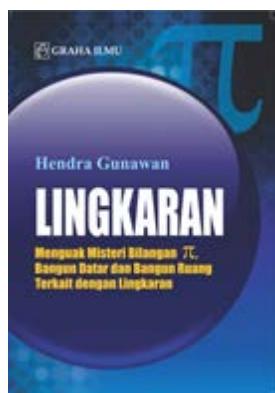
Introduction to Mathematical  
Philosophy  
(Bertrand Russell)



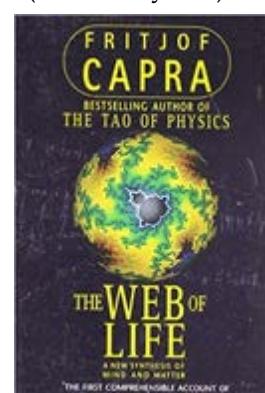
Principia Mathematica Vol. I, II, III  
(B. Russell & A. Whitehead)



Filsafat Matematika  
(Didi Haryono)



Lingkaran  
(Hendra Gunawan)



Web of Life  
(Fritjof Capra)

Pada akhirnya ini hanyalah awal dari perjalanan yang sesungguhnya. Semakin aku memasuki dunia penuh imaji ini, semakin terasa begitu banyak keindahan yang belum aku telusuri. Maka tak apalah ini hanya menjadi jejak langkah, untuk pencarianku berikutnya.

Entah kelak menjadi sebuah buku utuh atau bagaimana, yang ku tahu, semua sintesis yang telah ku tuliskan sudah pasti akan aku kembangkan dan perinci lagi. Tentu saja, aku mungkin hanya baru menjelajahi sekian persen dari dunia matematika.

Bagi yang masih jijik dengan makhluk ini, ku harap segera berbaik hati dan mengakrabkan diri, dan bagi yang sudah berkenalan dengannya namun belum melihat keindahannya, ku harap segera membuka diri dan melihat dari semua sisi, betapa cantiknya makhluk bernama matematika. Bila matematika seorang manusia, sudah pasti akan aku nikahi!

(PHX)