

Faster than Light

1. Introduction

Einstein 寫說: "velocities greater than that of light...have no possibility of existence." 事實上應該是 it is impossible to make a body go from less than C to C . 相對論本身並不禁止超光速粒子 "Tachyon" 的存在。我們知道: 目前已知的粒子依速度可分為兩類
Class I — 速度恆小於 C , 即一般之粒子
Class II — 速度恆等於 C , 例如 photon, neutrino

基於對稱性的追求, 我們忍不住要猜想, 是否有第三類存在? 即 Class III — 速度恆大於 C
首先①我們看看相對論告訴我們些什麼?

$$E = \frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$P = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad \dots\dots\dots(2)$$

由(1), (2)消去 V 得 $E^2 - P^2 C^2 = m_0^2 C^4 \quad \dots\dots\dots(3)$

(3)式對任何 observer 為 invariance, 因為 $m_0^2 C^4$ 為一常數, 若由(1)(2)消去 m_0 得

$$\frac{V}{C} = \frac{PC}{E} \quad \dots\dots\dots(4)$$

由(3)(4)兩式很清楚的可以看出 若 $V > C$

則 $E^2 - P^2 C^2 < 0$

即 $m_0^2 < 0$, m_0 為 imaginary!

2. Objections to "Tachyons"

(a) Imaginary proper mass

$$m_0 = i\mu, \quad \mu \text{ real}$$

若把 proper mass 當作一個常數, 則此常數為虛數並無不可, 雖然少見, 但並非沒有, 例如在量子力學中導出 harmonic plane wave

$$\Psi(x) \propto \exp(i(kx - \omega t))$$

即在 $A \cos(kx - \omega t) + B \sin(kx - \omega t)$ 中 B 為 imaginary. 再說在 Tachyon 時, proper mass 並不可直接量出, 因為所有的 observer 均為 Class I, 而且可量出之物理量, E, P 均為實數了

$$E = \frac{\mu C^2}{\sqrt{\frac{V^2}{C^2} - 1}} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$P = \frac{\mu V}{\sqrt{\frac{V^2}{C^2} - 1}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(b) Negative energy

$$E^2 - P^2 C^2 = m_0^2 C^4$$

Class I — 藍線, $\therefore m_0^2 > 0$, 但僅在上半部
即 $E > 0$ 為 Lorentz transformation 的範圍。

Class II — $m_0^2 = 0$

, 即虛線

Class III — $m_0^2 < 0$,

即紅線

但它包括了正負的能量!
考慮兩個 observer 相對速度 u

$$E' = \gamma (E - PU) \quad \dots\dots\dots(7) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{C^2}}}$$

$$P' = (P - \frac{EU}{C^2}) \gamma \quad \dots\dots\dots(8)$$

$\therefore |PC| > E$, 總能找 U 使 $E' < 0$

此問題之解決可和以下(c)合併討論

(c) Time reverse

$$\text{for observer } O \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1} > C,$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 > 0$$

對 observer O' 相對速度 u

$$\Delta x' = (\Delta x - U \Delta t) \gamma$$

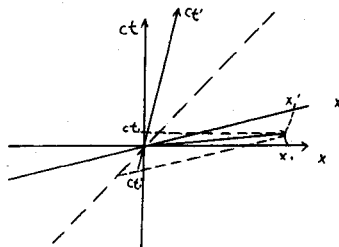
$$\Delta t' = (\Delta t - \frac{U \Delta x}{C^2}) \gamma \quad \Delta x = U \Delta t$$

$$= \Delta t (1 - \frac{U^2}{C^2}) \gamma$$

故若選擇 $UV > C^2$ 時 $\Delta t'$ 爲負
值得注意的是“負能量”和“時光倒流”的條件相同！
即 $\frac{E'}{E} = \gamma \left(1 - \frac{PU}{E} \right)$ from (7)

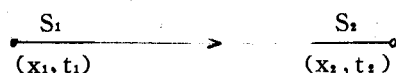
$$= \gamma \left(1 - \frac{UV}{C^2} \right) \text{ from (4)}$$

(或直接由Minkowski diagram看出條件，如下圖)



解決(b)(c)可用所謂“reinterpretation principle”
因爲不同的 observer must agree on the identity of the physical laws but not on the description of specific events.

例如：在 O system, source S_1 在 $x_1 = 0, t_1 = 0$
放出一個 Tachyon 以速度 $U > C$, 而在 x_2 ,
 t_2 ($t_2 > t_1$) 至 sink S_2 (被吸收)



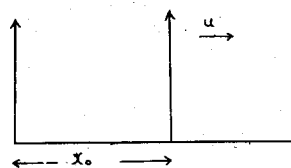
在 O' system 看來此 Tachyon 帶負能量，且
 $t_2' < t_1'$ ，即他認爲是 S_2 在 (x_2', t_2') 放出一帶
正能量之 Tachyon 而在 (x_1', t_1') 被 S_1 吸收。

(d) Infinite energy source

考慮一個 $E=0$ 之 Tachyon 和某一 Class I
particle 彈性碰撞，碰撞後此 Tachyon 之能
量 $E' = -E_1$ 則 Class I particle 得到 E_1 ，但
 E' 可爲任意負值，且能量愈低愈可能穩定，故
Class I particle 可獲得任意大的能量！

事實上用 reinterpretation principle
爲 $E=E_1$ 之 Tachyon 和 $E=0$ 之 Tachyon 先
後向 Class I particle 撞去，然後消失了，
而 E_1 不可能 ∞ (除非 $V=C$)

3. Example: Analysis of Causal Anomalies Produced with Tachyons



observer 1 with Unprimed coordinates,
at rest at origin
observer 2 with primed coordinates
at the point $(x_0, 0, 0)$ at
 $t=0$

and moving with velocity U in x -direction

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - x_0 - Ut) \\ t' = \gamma (t - Ux + Ux_0) \\ x = x_0 + \gamma (x' + Ut') \quad (c=1) \\ t = \gamma (t' + Ux') \end{cases}$$

在 $t=0$ 時 observer 1 放出 tachyon(1) 速度 V_1
給 O_2

在 $t = \frac{X_0}{V_1 - U}$ 時 O_2 收到，位置 $X = \frac{X_0 V_1}{V_1 - U}$

此事件對 O_2 之時間爲 $t' = \gamma U x_0$

$$\text{及 } t' = \frac{X_0}{\gamma (V_1 - U)}$$

當 O_2 收到後立刻放出 1 tachyon(2) 以速度 $-V_2$
給 O_1

O_1 認爲 在 $t' = \frac{X_0}{\gamma (V_1 - U)} + \frac{X_0 V_1}{\gamma (V_1 - U)(V_2 - U)}$

時 O_1 收到此時 O_2 之位置爲

$$X' = \frac{-X_0 V_1 V_2}{\gamma (V_1 - U)(V_2 - U)}$$

代入 $t_r = \gamma (t' + Ux')$

$$= \frac{X_0}{V_1 - U} + \frac{X_0 V_1}{(V_1 - U)(V_2 - U)}$$

$$= \frac{X_0 U V_1 V_2}{(V_1 - U)(V_2 - U)}$$

$$= \frac{X_0 (V_1 + V_2 - U - UV_1 V_2)}{(V_1 - U)(V_2 - U)}$$

sym. with V_1, V_2

$$= \frac{X_0}{(V_1 - U)(V_2 - U)} [V_1 - U + V_2 (1 - UV_1)]$$

$$= \frac{X_0}{(V_1 U)(V_2 - U)} [V_1 - U + V_2 (1 - \frac{UV_1}{C^2})]$$

in usual unit

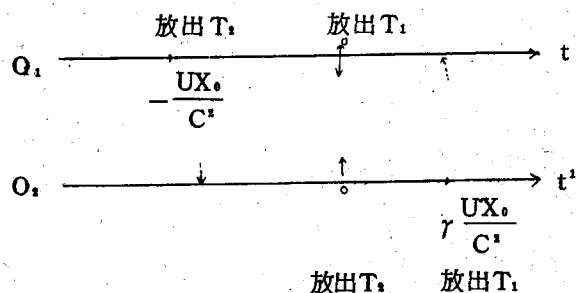
故若 $1 - \frac{UV_1}{C^2} > 0$ 則 $t_r > 0$ normal

if $V_1 = V_2 = \infty$, $t_r = -UX_0$ ($t_r = -\frac{UX_0}{C^2}$)

即 tachyon(2) emitted by O_2 將發生在 O_1
放出 tachyon(1) 之前！有人就想：如果 O_1 收到 (先)
後不發出 Tachyon(1) 則 O_2 並未發出 tachyon

(2)但 O_1 卻收到了！豈不矛盾？

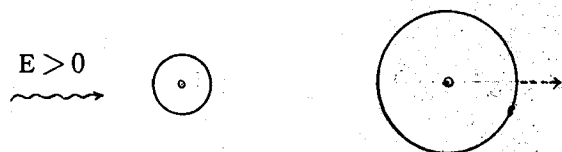
若利用reinterpretation principle解釋，則對 O_1 而言Tachyon(1)帶負能量故他認為是他發給 O_2 的，即先後他共放出2個Tachyon，同樣對 O_2 而言Tachyon(2)為負能量，故他認為是他發出的，即他亦放出2個Tachyon圖解如下：



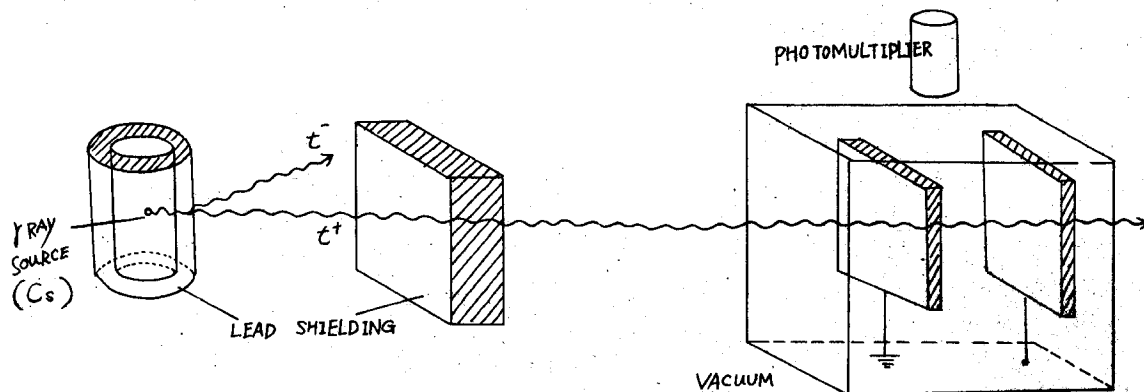
如此看來二人都認為自己發出2個Tachyon，對方收到。（這和特殊相對論中的彼此都認為對方的鐘走的較慢類似）

如果雙方當初約好的收到信號時放出Tachyon，但結果誰也沒有收到卻都認為是自己放出了2個Tachyon，到底怎麼回事？要討論這個問題，我們先看看如何“收到信號”？

我們假定detector是一個處在ground state之atom(at rest)則若吸收一個Tachyon後跳至excited state（同時為滿足momentum conserved而開始運動）圖示如下：

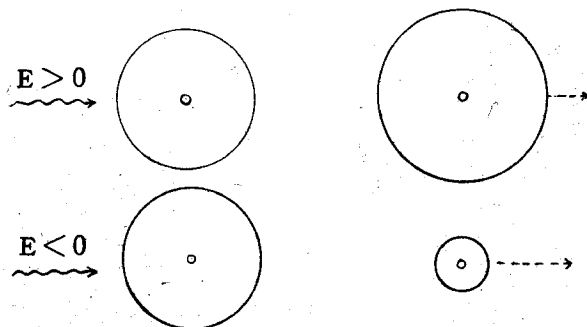


我們所以選擇ground state是要排除放出Tachyon之可能性（對使用此detector之observer而言）。顯然在此情形下，此detector無法偵測到其他observer所放出之Tachyon，（若 $\frac{UV}{C^2} > 1$ ），



即只能吸收 $\frac{UV}{C^2} < 1$ 之Tachyon，亦即對兩個observer而言energy會change sign的都無法量到。

爲了要適合一般情形，不受上述條件限制，我們可用excited state之atom作detector，如下圖：



但是如此一來，detector會產生spontaneous emission of Tachyon也就無法區別到底是放出一個 $E > 0$ 之Tachyon，還是吸收了一個 $E < 0$ 之Tachyon。事實上在此情況此observer很自然的作了前一種選擇，因此因果矛盾並不能推翻Tachyon的存在。

4. Experiments to detect Tachyons

講完了以上種種，大有呼之欲出的樣子，但無論如何，要看實驗的結果而定。下面我們介紹二個實驗，一爲偵測charged Tachyon的方法，一爲偵測neutral Tachyon的方法。

(A) Cerenkov Radiation Method

此爲1968年在Princeton所作的。我們知道若一個charged particle在介質中的速度超過光在此介質中的速度，就會產生Cerenkov Radiation，既然Tachyon天生快於光速，則在真空中也會產生Cerenkov Radiation，此實驗之構想如下：

(a)若 Tachyon 存在則必有產生的方法，pair production 不失為可能的方法。

(b)鉛塊是防止 γ ray 直接進入 detector，且使 γ ray 在鉛塊中產生 pair production， t^+ 和 t^-

(c)detector 中為真空，排除其他 high energy 產生 Cerenkov Radiation 的可能。

(d)電場供應 t^+ 所損失的能量。因為根據計算⑥既使原來 t^+ 之能量很大，經過不到 $1/10$ cm，能量就降到 1e.V 以下不在可見光範圍（在可見光至少要 2e.V 左右，若 $\lambda = 6000\text{\AA}$ ， $\frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2\text{e.V}$ ）更不易測得，因 photomultiplier 不能用。而且我們可調整電場的強度⑦使平衡狀態在可見光區，如此就方便多了。

結果：未測到任何 radiation

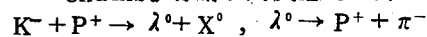
(B) Missing Mass Method

此大約在 1969 年在 Columbia 所作的，此與 high energy 中尋找 neutral particle 的方法相似。主要是作大量的有關某種基本粒子反應的實驗，或收集有關此方面實驗的資料（bubble chamber 軌跡）

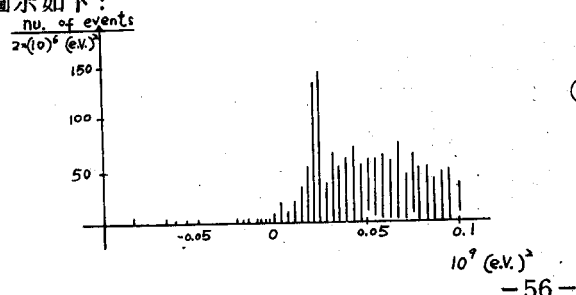
(a)由反應軌跡，計算 energy 和 momentum，尋找不 conserved 的情形（即有 neutral particle 產生，到底產生幾個也不知道）

(b)計算 case(a) 的 $E^2 - p^2 c^2$ ， E, P 均為 missing 之值，若只產生一個 neutral particle 則此值在每一相同反應都是一樣，但若不只一個則此值就不同，與方向有關，那麼此值在多次反應中的 distribution 應在一個 range 內 smooth 分布，不會有 peak 產生。

(c)若在某一反應中產生一個 Tachyon 則此 "missing mass square" $= E^2 - P^2 c^2$ 是負值，但若產生二個以上，則可能正也可能負。分析了將近 6000 張 hydrogen bubble chamber 有關下列反應的照片



結果圖示如下：



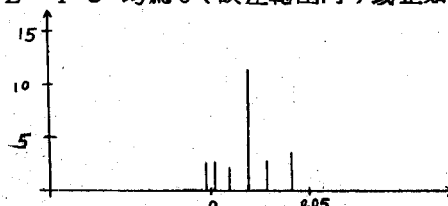
居然負值也有！

再仔細檢討可能的誤差

① K^- meson 被 Captured 時是否靜止？因為計算時是假定他靜止。

②若 λ^0 的方向與 K^- 的方向接近則容易產生誤差，將正的算成負的，故將小於 60 度的 event 排除經過上述修正後，前圖 101 events 只剩下 23 events 在此 23 events 重新量 missing E, P 計算結果

$E^2 - P^2 c^2$ 均為 0（誤差範圍內）或正如下圖



即無法顯示 Tachyon 存在

且種種跡象顯示 X^0 即可能為 π^0

5. Conclusion

到目前為止，我們並沒有證明 Tachyon 的存在，只是討論他的存在並不違反 Special Relativity 和物理上的定理，以及他可能具有的性質，但實驗結果都是 Negative！

也有人用其他的 Model 討論 Tachyon，例如用 Quantum Mechanics 來討論（G. Feinberg, Phys. Rev. 159, 1089 (1967) 同樣無法推翻 Tachyon 存在的可能性。

當然還有許多值得探討的，例如 Tachyon-Tachyon 的 interaction，⑨ General Relativity Model 的討論，……等等

補 述

①確定我使用的 Model：(a) Classical Mechanics (b) Special Relativity（即已假定了 all observers are Class I）

②又例如描述 nuclear particles 和 nuclei 的 interaction 所用的 Complex potential 表示一種 absorption

③能量為負的！找 $E^2 < 0$ 方法有下列三種

(a)固定 E, P 找 U

(b)亦可固定 U 找 P, E 。因 $E^2 - P^2 c^2 = -U^2 c^4$