



## Interpretations of

## Quantum Mechanics

量子力學的發展，迄今已差不多五十年歷史了。這種解釋微視現象 (Microscopic Phenomena) 的理論，雖然與實驗結果很吻合最少在  $10^{-13}\text{cm}$  的長度以上，即在原子層面以上的範圍①，但其解說 (Interpretation) 上之困難，至今仍未有滿意的解決。

量子力學理論上的數學工具，有很多種等價 (Equivalent) 的方法，現列舉如下：

(一)海森柏的矩陣力學② (Heisenberg's Matrix Mechanics)；

(二)薛丁格的波動力學③ (Schrödinger's Wave Mechanics)；

(三)狄拉克的量子力學④ (Dirac's Quantum Mechanics)；

(四)非爾曼的徑積分量子力學⑤ (Feynman's Q.M. and Path Integrals)；

(五)朗狄的量子力學的新基礎⑥ (Landé's New Foundations of Q.M.)；

由歷史上看，(一)與(二)兩種數學工具在一九二六年時已完備。物理學家在那時已經能够利用它們來解題，但是在數學式後隱藏着的物理意義，却在後來才逐漸地被說明⑦這就是所謂的『量子力學的解說』。

### 量子論解說的種類

由於量子力學所研究的，主要是微視現象，這與人類的經驗的世界 (Empirical world)，有所不同。因人類不能直接『經驗』微視現象，故此只能作各種猜測，若該種猜測能言之成理，能够具體地將微視現象予以說明，並能進而推斷其他新現象，則可稱為理論。如以上文的數學工具作為基礎，用以解釋微視現象的理論，則被稱為量子論或量子力學。我們要特別強調的是『猜』及『言之成理』，因為這是量子論的解說上引起爭論的最大原因。

時至今日，我們仍是『只視一斑，未窺全豹』或是『瞎子摸象』般探討着微視系統，這可從我們對量子論解說上的爭論意見的不一致而看出。在馬里奧賓治 (Mario Bunge) 的『量子力學解說上的探討』 (Survey of the Interpretations in Quantum Mechanics)⑧一文中，他列出四個量子力學解說上最重要的問題，它們是：

(一)動力學變數 (Dynamical variables) 及其固有值 (Eigenvalues) 的意義是什麼？

(二)波函數 (Wave functions) 的意義是什麼？

(三)什麼是海森柏的測不準原理 (Uncertainties) 的性質與出發點？

(四)什麼是波動力學給予微視系統的性質？

上列四問，相當於四個謎，那些猜謎的人——我們的物理學家——對這幾個謎語的答案是人言人殊。每問的答案，都有兩大類，而每一大類又分為二至四個各有差異的解答，由各種不同解答的各種可能組合，即可構成一種量子力學的解說，由此可見量子力學解說的繁多了。

# 量子力學的解說

趙建中

……以工具主義的方法來應用量子力學，在得心應手之餘，應警惕這只是權宜之策而已。

## 什麼是量子力學的解說

解說 (Interpretation) 與解釋 (Explanation) 是有所差異的，『解說』是賦予數學式各種物理意義，是將邏輯符號變成物理理論上的字彙；『解釋』是利用定律 (Laws) 及其他現象將一特殊現象加以說明。故此，『解說』是一種影射 (Mapping)，是兩個不同集合 (Sets) 間的關係，而『解釋』只是同一集合中各元素 (Element) 間的關係矣。

$$\{\text{Mathematics}\} \xrightarrow{\text{Interpretations}} \{\text{Physics}\}$$

從量子力學的發展史看，可以說是先有數學，仍後才有解說的出現。而量子力學的解說，就是要定義數學符號 (Mathematical Symbols) 與物理量的 (Physical Quantities) 關係，而定義的方法，可以有許多種。不同的定義，就有不同的解說。量子力學解說的模式 (Model) 可表示如下：

$$P_x = I_x(M),$$

$I_x$  是各種不同的解說；

$P_x$  是對應於的  $I_x$  物理量；

$M$  是量子力學的數學；

$X$  是不同的指數 (Index)。

## 哥本哈根學派的解說 (Interpretation of Copenhagen)

在各引一端，崇其所善的各種解說中，最為物理學家所接受的，要算哥本哈根學派的解說了⑨，大部分量子力學的教科書⑩，都採用這種解說，我們用  $I_c$  表示之，其內容如下：

$\Psi$  是波函數 (Wave functions)；

$O$  是運算子 (Operators)；

$S$  是一系統的動力學狀態 (Dynamical states)；

$V$  是一系統的動力學變數 (Dynamical variables)；

則：

$$M \equiv \{\Psi, O\} \quad P_c \equiv \{S, V\}$$

Interpretation:  $P_c = I_c(M)$

$$I_c \equiv \begin{cases} |\Psi|^2 & \xrightarrow[\text{Operationally defined}]{\text{Probability Corresponding}} S \\ O & \xrightarrow[\text{Operationally defined}]{\text{1-1 Corresponding}} V \end{cases}$$

由此可知  $\Psi$  在  $P_c$  上是無定義的，只有  $|\Psi|^2$  是一系統在某一力學狀態下的或然率 (Probability)。

由以上的定義，令到數學上之方程式成為有意義的物理條件 (Physical Conditions)，這包括了海森柏的測不準原理<sup>⑪</sup>，保里的排他原理 (Pauli's Exclusion Principle)<sup>⑫</sup>等。波爾 (Bohr) 為了使量子力學的解說更具體，提出了一更廣義，並含哲學意味的互補性原理 (Complementarity Principle)<sup>⑬</sup>。

### 哥本哈根解說的哲學內涵

波爾 (Bohr) 說：『整個數學式 (Formulism) (指量子力學的數學式) 是一種預測的工具，藉着代數或微分方程的參數 (Parameters) 得到一定的或統計上的訊息，將實驗之結果用古典詞彙說明……這些符號本身對圖象的解說 (Pictorial Interpretation) 是沒有影響的。』<sup>⑭</sup>

波模 (Bohm) 補充說：『互補性原理，無論如何，需要我們放棄數學的模型。因此，波爾的觀點是，波函數在單一的系統中是沒有觀念模型 (Conceptual Model) 上之意義的，由於它不是精確地 (非一對一) 的對應於該系統的行為 (Behaviors)，它只是統計上的對應而已……無論如何，互補性原理指出沒有單一的模型，可以供給一個精確且有理的分析於這現象之上 (指微視現象)……代替單一的，精確定義的觀念模型，互補性原理指出我們是被限制於使用那些固有地，與不精確地定義的互補性觀念對偶 (Pairs)。』<sup>⑮</sup>

很明顯的，哥本哈根派是屬於工具主義 (Instrumentalism)，同時他們認為要解釋一現象時，是需要兩個互補的觀念才可勝任，亦即是說需要兩個互補但不同構 (Isomorphic) 的模型，這點是值得我們再予討論。

### 哥本哈根解說的批判<sup>⑯</sup>

反對哥本哈根解說者，重要的有愛因斯坦 (Einstein)，他是以一個實在主義者 (Realist) 的立場來批判的，在一九三五年發表的一篇論文：『量子力學對物理的實在性的描述能否被認為完整』 (Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?) 對哥本哈根學派提出反辯，該論文一開始就定義一

個完整物理理論的標準為：

(一) 每一個物理上是實在的元素，一定有一個副本在一完整的物理理論中。

(二) 若對一系統無任何擾動，則能肯定地預測 (或然率等於一) 一物理量之值，且存在着一個實在的元素對應於此物理量。

然後他們由量子力學導出兩個可能的結論：

(一) 波函數在量子力學中，對物理的實在性的描述是不完整的；或

(二) 兩個不互換 (Non-commutative) 的運算子，當其分別對應於兩物理量時，則此二物理量不能同時是實在的。

因此，為了物理量的實在性的原則，我們只得被迫接受(一)之結論：波函數在量子力學中，對物理的實在性的描述是不完整的。

以上是愛因斯坦對量子力學所作的批判。而事實上，愛因斯坦認為量子力學是受統計力學所限制；他認為波函數不是對單一系統的描述，而是在統計力學的意義上，對很多這類系統的系綜 (Ensemble) 的描述。愛因斯坦並且相信量子力學可能是一更新理論之極限<sup>⑰</sup>。

我認為，量子論是否完整，亦可由它需要兩個互補的模型 (波與粒子) 來討論之。因為一完整之理論，只容許一個模型，若有兩個以上之模型，則此等模型一定要同構<sup>⑱</sup>。而事實上，量子力學所需的兩個互補模型是不同構的，基於這點原因，已足證明量子力學是不完整了。

### 波模的量子力學解說<sup>⑲</sup>

一九五二年波模提出『隱變數』 (Hidden Variables) 的解說方法。他認為影響一微視系統的因素，我們目前尚未能完全了解，這些因素就是隱變數。若我們能够了解這些隱變數，則可以精確地描述一系統而無需用或然率的描述法了。換句話說，我們可以用決定論 (Determinism) 換回非決定論 (Indeterminism)。他在論文中如是說：

『若我們用以下的三個互為一致的假設，我們可歸結出，我們所提議的量子力學解說，它能給出一個更廣泛的觀念骨架，凡普通的解說所能得到的結果，我們的解說都能得到：

(一) 波函數場 ( $\Psi$ -field) 適合薛丁格方程式 (Schrödinger Equation)；

(二) 一粒子之動量 (Momentum) 被限定為

$P = \nabla S(x)$ , ( $\Psi$  是定義為  $\Psi = R \exp(iSt)$ );

( $\Rightarrow$ )我們不能預測或控制該粒子的精確位置，只是因為在實用上之理由；而用統計系綜(Statistical Ensemble)的或然率密度(Probability Density)  $P(x) |\Psi(x)|^2$  及統計學的方法的原因，無論如何，不是觀念結構上所固有的，而是因為我們忽略了該粒子的精確的先決條件(Initial Condition)之後果。

……我們提議的新解說能夠有一致性的改變。比照於通常的假設，是沒有一客觀的，或精確而肯定的對實在性的描述，在量子層面(Quantum Level)為可能。在我們的描述中，在量子層面上，對客觀的實在性的問題，最低限度與古典層面(Classical Level)不是有根本上之差異。雖然對於一獨立系統之量度(Measurement)上又有新問題之出現，而此僅可以由量子論的改進才可解決……我們希望指出的是量度的因素，不只歸因於儀器的可用程度，同時是現存理論的本身——那被利用作為聯繫儀器與系統的狀態，使能得到直接的可觀察項(Observables)的決定性的推論工具。換句話說，我們的知識論(Epistemology)大部份內容是由以前各理論所決定，故此特定未來理論之規格，是由純知識論的極限及現存理論所演繹出來，實屬不智。』

觀此，可認為波模已達成了愛因斯坦的一部份目標，他得到了一決定論的結果，雖然他的『隱變數』仍是隱而未被實驗證明，但他的理論，已將量子力學的解說推向一新境界。不過，這不等於他已將量子力學解說上的困難消除，而是他將這些困難推到將來的新理論上。

### 域瑪(Witmer)的量子力學解說<sup>②</sup>

在各種解說都限於困境時，域瑪所提出的解說比較特殊而奇怪的，他差不多以生物學的觀點來解說量子力學。

他認為：『波函數可認作「客觀的」但是絕對不像粒子一樣地為真實的。這種解說為波函數中相速度(Phase Velocity)超過光速的事實而得到支持。但是在量子轉移之間，一已知量子力學系統的所有可觀察的都是「潛伏的」而非「實在的」。只有在一粒子或系統「下定決心」，即它已得到「由潛伏轉成實在」的或然率時，它才會從事量子轉移。我這樣說的意思並不表示一個電子、或分子、或

任何其他的微視物體具有思想；我只是表示它具有動作的自由，雖然受蒲朗克(Plank)常數或量子力學的嚴格限制，但無論如何總和真實性符合。……不容置疑地，我們說微視物體具有意志是過甚其詞，但是依照這類量子力學解說，它們是有意志和活動性的、屬性的。就不像病毒的研究證明有生命和無生命之間並沒有明顯的分界一樣。所以量子力學的發展可證明「自由」並不因為一些生物現象的觀念而限於人類或高等動物，我們可推廣到分子、原子、電子和所有基本粒子的度量上。

照形而上學(Metaphysics)的說法，一量子系統的波函數是一個「經理處」或「喉舌」，它的作用和一個有組織的社會中的政府的作用差不多，它使每一個粒子知曉它鄰近的情況，而且限制它的活動性，以免違背定律。當然這只是一種性質上的敘述而非完全恰當的，因為波函數是受到數學定律的支配。』

當然，域瑪的解說亦只是一種臆說，他比波模的更為玄妙，我們引入域瑪解說的原因，是要表明物理學家已盡了最大的努力，在尋求各種適當的解說，同時總結起以前的各種解說，可以看到問題的癥結所在：就是量子力學的解說縱使如何改變，始終不能跳出現存的統計性質的軌疇，因此我個人認為，要尋求一種完美的量子力學的解說，在目前而言，這種努力可說是徒然的，若不能將其數學基礎有所改善，亦即是說沒有新的理論出現之前，我們希望藉量子力學而得到一個對實在性的描述，是不可能達到的。換句話說，自然界所給我們的啞謎的謎底是將來的新理論。因此我認為，若以一個實在主義者的立場而言，我們應該認為量子力學是不完整的。在期待着一新理論出現之前，我們倒不如接受純工具主義者的解說，這樣會比較接受其他不完整的解說來得自然與簡單。

### 狄拉克(Dirac)的量子力學解說<sup>②</sup>

狄拉克的解說，可算是純工具主義的說法。在他的量子力學名著『量子力學的原理』中這樣說：『物理科學目的，不是造出一幅圖畫，而是將定律寫成公式，梳理着各種現象和應用這些定律來發現新的現象。若有一圖畫的存在，那當然更好；但不論圖畫的存在與否，那只是一次要的事情。在原子的現象中，沒有任何圖畫能夠被認為是存在於「圖畫」這個字通常的意義中，因它是指「模型」，而

此模型之功能本質上是古典的。無論如何，可以將「圖畫」這個字的意義引申到包含「使人能够看出基本定律的一致性的彰明。」由此種引申，我們可以從熟識量子力學中的定律漸漸得到一原子現象的圖畫。』

狄拉克的意思，非但將量子力學作為工具，並且將圖畫或模型作為工具，前者是預測的工具，後者是認知的工具。

## 結 論

由於量子力學的各種解說都不能滿足一個實在主義者的要求，我要特別強調的，我們將來努力的目標，是指向於一新理論之探討，而不是耽於現存理論解說的自圓其說，同時，以工具主義的方法來應用量子力學，在得心應手之時，應警惕自己這僅是權宜之策而已。

## 參 考 資 料

- ① D. Bohm, "A Suggested Interpretation of the Quantum theory in terms of 'Hidden Variable'" Phys. Rev. 85, 166 (1958).
- ② W. Heisenberg, Z. Physik 33, 889, (1925); M. Born, W. Heisenberg, and P. Jordan, Z. Physik 35, 557 (1925).
- ③ E. Schrödinger, Ann. Physik 79, 361, 489 (1926); 81, 109 (1926). The Connection Between quantum matrix mechanics and the wave equation was established by E. Schrödinger Ann. Physik 79, 743 (1926), and C. Eckart, Phys. Rev. 28, 711 (1926).
- ④ P. A. M. Dirac, The Principles of Quantum Mechanics, (Oxford, Clarendon Press), 1st ed. (1930), 4th ed. (1958).
- ⑤ R. P. Feynman, Rev. Mod. Phys. 20, 367 (1948), and the book by R. P. Feynman and A. R. Hibbs, "Quantum Mechanics and Path Integrals" (McGraw-Hill, New York, 1965).
- ⑥ A. Landé, Physics Today Feb. (1927) and the book by A. Landé, "New Foundation of Quantum Mechanics" (The University Press, Cambridge 1965).
- ⑦ M. Born, Z. Physik 38, 803 (1926); W. Heisenberg, Z. Physik 43, 172, (1927); N. Bohr, Naturwiss. 16, 245 (1928); 17, 483 (1929) and 18, 73 (1936). One can also find a thorough discussion of the Physical interpretation of the theory in W. Heisenberg, The Physical Principles of Quantum Theory (Chicago University of Chicago Press, 1930); also (New York, Dover); Niels Bohr, Atomic Theory and the Description of Nature (Cambridge University Press, Cambridge, 1934) and W. Heisenberg, Quantum Theory and its interpretation, Collected in the book "Niels Bohr," S. Roentgen, editor (North-Holland Publishing company-Amsterdam) (1967).
- ⑧ Mario Bunge, Survey of the Interpretations in Quantum Mechanics, American Journal Phys. 24, 272, (1965).
- ⑨ N. R. Hanson, The Copenhagen Interpretation of Quantum Mechanics, American Journal Phys. 27, 10, (1959). See also reference ⑦
- ⑩ L. I. Schiff, Quantum Mechanics, 3rd. ed. (1968); A. Messiah, Quantum Mechanics, Volumes I and II, (Dunod, Paris, 1959), Translated from the French by G. M. Temmer.
- ⑪ W. Heisenberg, 2, Physik 43, 172 (1927).
- ⑫ W. Pauli, Z. Physik 31, 765 (1925).
- ⑬ N. Bohr, Nature 121, 580 (1928), Atomic Theory and the Description of Nature (Cambridge, London, 1934); Phys. Rev. 48, 696 (1936).
- ⑭ N. Bohr, Dialectica II (1947); also quoted by N. R. Hanson op, cit.
- ⑮ D. Bohm. op, cit.
- ⑯ A. Einstein, Philosopher-Scientist, P. A. Schilpp, editor, (New York, Tudor Publishing Co., 1949 and 1951).
- ⑰ Einstein, Podolsky and Rosen. Phys. Rev. 47, 777, (1935).
- ⑱ V. F. Lenzen, Einstein's Theory of Knowledge collected in A. Einstein, Philosopher-Scientist, op, cit.
- ⑲ Chung-Ying Cheng, Con Theory of Mechanics, (National Taiwan Univ. Press 1969).
- ⑳ D. Bohm. op, cit.
- ㉑ E. E. Witmer 量子力學的解說和物理學的展望，姚樂文譯，時空第五期（臺大物理學會出版）。
- ㉒ P. A. M. Dirac, op, cit.