## 談測不準原理的起始



## 譯春錢之意

譯者引言:本文錄自"Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics",原名"Remarks on the Origin of the Relations of Uncertainty"。作者Werner Heisenberg(1901~1976)因研究量子力學,提出「測不準原理」而聞名於世。一九二五年冬,作者在哥丁根和Born 、Jordan 共同研究量子力學的數學結構,完成一篇矩陣力學涵蓋極廣的論文。一九二六年一月~六月間,薛丁格先後發表了五篇論文,建立了波動力學,並證明波動力學和矩陣力學在數學上等效。這期間,作者一直在哥本哈根和波耳一起討論量子力學的困境,九月並邀請薛丁格到哥本哈根討論量子力學的詮釋。十二月,Dirac 和 Jordan 提出變換理論。這便是海森堡在一九二七年二月提出「測不準原理」之前的學術背景。

在一九二六年夏天,量子理論的發展情 况可以說有兩個特點。一方面,矩陣力學和 波動力學在數學上的等效已由薛丁格証實, 數學體系上的一致已是不容置疑;但是,另 一方面,此體系的物理解釋卻仍爲衆人所爭 論。薛丁格依循著德布洛依的原始概念,試 圖比較物質波與電磁波,將它們考慮成三度 空間中可量度的、真實的波。因此,他總是 討論只有三次元(單質點系統)的形象空間 (Configuration Space)的情况,同時 ,他也期望量子理論中不合理的部分——— 特別是量子「跳躍」(Quantum"Jump") ———在波動力學中能夠完全避免;他定義 一系統的定態 (Stationary States) 爲 駐波,這些定態的能量便恰是那些波的頻率 。波恩則利用薛丁格理論的形象空間來描述 粒子碰撞的過程,同時,他將形象空間中波 的振幅的平方視爲該點出現粒子的機率。因 此,他並不嚐試去描述時空中究竟發生了些

什麼事,而強調量子理論的統計特性。

薛丁格的嚐試引起了許多不願意接受量 子理論中似是而非、充滿矛盾之處的物理學 家的興趣,但是一九二六年七月在慕尼黑及 九月在哥本哈根和薛丁格討論後,我發現波 動力學的「連續性」解釋就連蒲朗克的熱輻 射定律都無法說明。由於薛丁格並不相信我 的論點,因此,在接受矩陣力學當時已被清 楚解釋的那部分———也就是假設矩陣的對 角元素代表其對應物理變量在所考慮的定態 下對時間的平均值———的前提之下,我必 須要毫無疑問地確定量子跳躍是否爲一必然 之結果。於是,我討論一個包含兩共振原子 A、B的系統。假設A原子中某相鄰二定態 之能量差恰等於B原子中某相鄰二定態之能 量差,對同一總能量而言,可能A原子在能 量較高的狀態,B原子在能量較低的狀態, 或是剛好相反。如果兩原子間的交互作用非 常小,我們可以預測能量將在兩原子間緩慢

地來回傳遞。從這個例子,我們很快就能知 道能量是連續地在兩原子中來回傳遞或是經 由量子跳躍不連續地傳遞。如果我們用E代 表其中一個原子的能量,那麼能量均方起伏 (Mean Square F,lunctuation ) $\triangle E^2$ 在兩種情況下將有非常大的差異(見(1)式) 。這計算並不比上面提到的矩陣力學需要更 多的假設,其結果淸楚地顯示了量子跳躍, 駁斥了連續變化的說法。

$$\overline{\triangle E^2} = \overline{(E - \overline{E})^2} = \overline{E^2} - \overline{E}^2 \qquad (1)$$

這計算結果的成功似乎指出,量子力學 中明確詮釋的部分應已惟一並且完整地解釋 了該數學系統,而我也深信在解釋中不可能 再出現其他新的假設。事實上,在上面所提 到的例子中,由對角線元素表示系統總能量的 狀態,到對角元素表示單一原子能量的狀態 ,其轉換矩陣上各元素的平方應視爲其對應 的機率。在一九二六年秋天, Dirac 和Jordan 將一般線性轉換的理論化爲公式,這 轉換相當於古典力學中的正則轉換,也就是 今日所謂在Hilbert 空間的么正轉換。他們 正確地將轉換矩陣中的元素的平方解釋爲相 對應的機率;這和波恩早先對於在形象空間 的薛丁格波動函數之平方的假設,及共振原 子的例子都是一致的。事實上,這是能和舊 量子力學明確詮釋的部分相符的惟一假設; 因此,數學理論的正確解釋似乎終於找到了

可是,這真的是一種解釋嗎?這數學結構 真能圓滿地解釋並推導這現象嗎?在物理學 的範疇中,我們觀察在時空裡發生的現象, 一個理論應使我們能從現有的觀察中預測出 此現象的進一步發展。可是就這點來說,上 述的解釋開始遭到困難,因爲我們觀察的現 象並不是發生在形象空間或是 Hilbert 空 間。我們要如何才能將觀察的結果轉換成數 學的語言?例如我們觀察雲霧室中一個以某 速度、某方向運動的電子,這個事實要怎樣 用量子力學的數學語言表示出來?這答案直 到一九二六年底才揭曉。

曾有一段時間薛丁格討論過一遵循波動 方程式的波包(Wave Packet)能代表一 電子的可能性。但通常波包是向外傳播的, 所以經過一段時間後,它的體積就會擴展得 比一個電子的體積大得多;在本質上,電子 仍舊是電子,所以這解釋是行不通的。薛丁 格指出,在諧振體(Harmonic Oscillator)這個特例中,由於它的頻率和振幅 無關,波包便不會向外傳播。

然而德布洛依和薛丁格對三度空間物質 波的描述畢竟有幾分道理。在薛丁格訪問後 幾個月裡,我們在哥本哈根的討論中,波耳 一再強調這一點。然而「有幾分道理」究竟 是什麼意思?已經有太多的陳述是「有幾分 道理」的,譬如說,「電子繞著原子核依某 一軌道運動」、「電子在雲霧室沿某一可見 路徑運動」、「電子源會發出像光波一樣能 造成晶體中干涉現象的物質波」之類的敍述 。這些敍述好像對又好像不對,而且它們彼 此並不完全相合。我們覺得我們用來描述現 象的語言並不十分貼切,同時我們發現至少 在某些實驗中,像電子位置、電子速度、波 長和能量這些觀念都有明確的意義,和它們 同樣的狀況應當也能測量得相當精確。問題 於是變成對於一個變因控制良好的實驗狀況 ,我們總是要得到相同的預測;波耳是由物 質的粒子、波動双重性出發,我卻嚐試用數 學結構和機率性來解釋。雖然我們仍無法完 全澄清,但我們知道「變因控制良好的實驗 狀況|在預測中將扮演一個非常重要的角色 。一九二七年初,波耳到挪威渡假,我獨自 留在哥本哈根好幾個星期。在這段時間裡, 我把精神集中在一個問題上: 電子在雲霧室 中運動的軌跡要如何才能以量力的數學結構

所有變因控制良好的觀察的結果是否均 遵循這「測不準」的關係仍有待証實。大家 討論了許多實驗,而波耳也再次成功地在分 析中運用了波動和粒子的雙重性;這些結果 更加確定了測不準原理的有效性,然而在某 些方面來看,這結果也沒什麼了不得。因為 若是觀察過程本身即源於量子理論,那麼結 果能以這理論的數學結構表示出來也就不足 爲奇了。不過這些討論至少証明在分析觀察 結果時,量子理論是完全符合它的數學結構 的。

新的量子理論解釋的要點在於古典觀念 應用時的限制。事實上,這個限制是很普遍 ,而且界定得很清楚的;它不僅適用於粒子 性的位置、速度、能量的概念,也適用於波

動性的振幅、波長、密度的概念。其後不久 ,在二重性的關聯上, Jordan、 Klein 和 Wigner 令人滿意地証明了薛丁格的三 次元波動描述也合於量化的過程,也唯有如 此,才得到了和量子力學在數學上的等效。 這數學結構的彈性說明了波耳互補 (Complementarity) 原理的概念。藉著「石補 」這個詞,波耳強調同一現象有時能以不同 的、甚至完全矛盾的意象來描述它;若現象 的量子特性明顯,而二種描述都是必要時, 這二重性在此意義上便是互補的。當我們考 慮量子理論的「限制」概念後,矛盾也就消 失了。因此我們說的是波動性和粒子性之間 、或是位置和速度之間的互補。在稍後的著 作中,曾有人試圖給互補的概念定一個更明 確的意義,但強調我們所使用語言無可避免 的不精確性,卻不是一九二七年哥本哈根討 論會的精神所在。

曾經有人嚐試用更適於量子理論數學形式的新語言來代替蘊藏著古典物理描述現象之概念的傳統語言。但是語言的發展是一種歷史過程,任何人爲強行改變的語言——審實上,過去五十年中,儘管物理學家們仍然使用傳統的語言來描述他們的實驗,但心中卻留心著測不準原則所加的限制。由於大家對於在量子研究範圍內的實驗所得出的結果和預測有一致的協議,所以就沒有發展出一種更精確的語言,同時也沒有必要。

