



訪數學系 黃武雄老師

● 鄭有忠

鄭：請問老師的求學過程。

黃：民國四十九年，我進到台大數學系，是台中一中最後一名（第七名）保送進來的。原來是想轉物理系的。但當時物理系收的學生雖然不錯，但系本身辦得不好，因此就打消轉系的主意，在數學系待了下來。雖然我在高中時對數學不太感興趣，功課也不好，但進到數學系後，第一、二年開始用功，慢慢就不比別人差了。我時常覺得太早強調所謂「興趣」，不是很合理的。天下的知識大多是要下過功夫之後，才會感知其個中趣味。許多年輕人只因怕難，便藉口說「沒興趣」，常常造成偏食的現象。

鄭：老師後來為什麼選擇「微分幾何」？

黃：開始想讀微分幾何，大約是研一的事。當時美國數學界還在流行泛函分析、拓撲學這些較近代而抽象的東西。我隱約感到，好的數學還是不能偏離古典，而較有實質的（substantial）內容。微分幾何是一門遠較古老的學問；1940年代由於拓撲學的注入，使它大域化以後，路子逐日開濶，加上Elie Cartan以後，微分式被靈活運用，使過去繁瑣的張量分析，換上一付簡潔的新面目。當時我覺得像微分幾何這種結合大域與局部，結合近代與古典的學問，會比較有生機。因為近代太抽象、太廣義的學科，常流於浮泛。古典太專深的工作，又陷於難難。後來我選擇「最小曲面論」作為我論文的題目，便是要考慮微分方程制約下的大域幾何性質。

鄭：陳省身先生在那時已對大域微分幾何有重大貢獻，等於替微分幾何打開一條路，老師曾否受到他的影響？

黃：在研一、研二，雖讀過陳先生約1945年所寫的一兩篇論文，但不是非常了解。真正了解他及其同一時代的工作，是研三、研四到加大 Berkeley 的事。

鄭：後來楊振寧與李政道將微分幾何用到場論之上，老師是否想到要改走場論這條路？

黃：沒有。因為我物理的基礎不好，所以沒有做那樣的嘗試。我只做化為微分幾何後的問題。純粹從幾何的立場與觀點去研究。當然我所謂的幾何，不是由人工所捏造出來的，而是自然界本身所形成的，像相對論中探討的時空是自然的，場論也是自然的；另外自然界很多幾何形體我們也還不清楚，比如兩種液體間的界面會出現什麼現象，諸如毛細現象，肥皂泡面等例子，這些都會滿足一個或一組微分方程的解。種種自然界存在的形體，它們的幾何行為如何？迄今數學家明瞭的並不多。它們常常能夠滿足一個或一組非線性的微分方程。

非線性的問題，很難像線性問題有統一的解法或性質，其結果是相當個別的。不過處理某一種非線性問題，其解法時常可以擴充至某一類似型態的微分方程；如果從幾何出發，由於自然界的和諧與秩序，比較有希望找到解，找到以後，再看看其他方程是否有類似的解。數學就是這樣。對一般問題，很難一下子便有非常巧妙、超越時代條件的普遍解法；常常都是從一特

例中，找出比較自然的方法，再類推至一般，或不太平常的問題。

鄭：老師有什麼讀書方法，可供我們參考？

黃：有一種人善於深思，讀每一樣東西，都要弄得很清楚之後，才肯再接受下一步的東西。這種讀書方法有好處，就是可以把所讀的東西弄得很清楚；但是也有壞處，就是會停滯在某一階段，遲遲不前。另一種人讀書時，不經深思，迷迷糊糊的，靠記憶力、用功，或其他方法讀書。讀了很多東西，但沒作適當的消化。這兩種人都存在，你的身邊常可以看到存在這兩種同學。第一種人，如果遇有很好的環境，很好的老師隨時指點，就可以順利學上去。但這樣的環境，這樣的老師可遇不可求。很多東西，除非是本行的專家，一般是不容易知其來龍去脈，明其原始動機，讓好學好問的學習者完全滿意。如果學習者閉門苦思，終日不得其解，又不肯輕易放過，常會使進步停頓。因此我比較傾向邊學邊想。舊的東西盡量弄清楚最好，新的東西也不能不早早吸收。許多東西，今天弄不清楚，明天多學了一點東西，層次提高了，回來看今天的問題，便覺得容易。所以我也常勸同學，該上課的時候還是要上課，因為上課有一定的內容，即使老師沒有把過程交待清楚，也有一定的進度，把這進度先走一遍之後，自己再回來想第二遍。或是走一遍後，自己再找一點書唸，或請教他人，效果說不定會大些。至於第二種人唸書的方式，是目前台灣教育的產物。能早早改變，才會脫胎換骨。

另一點是關於廣博與專精的矛盾。專精當然是必要的，但要注意自己一般的基礎訓練，是否足夠廣博。台灣大學的教育問題，牽涉到通識教育的實施困難，我不去談它。倒是像理學院的學生，選修時不要只想選些營養學分，而要慎重地考量：讓自己大學畢業時，至少了解物理、化學、數學與生物的基礎。這是現制下可行而且重要的。至於上研究所的選科態度，我以為研一研二時應儘量開放。比如一個數學研究所的學生，不要一上研究所就執意只要學幾何，其他都偏廢。應學好分析、代數、概率的基礎，源廣才流長。又近年重要的研究結果，都是橫跨各支的產物，而且研究的趨勢，也是朝整合的路子走。因此對學科的偏執，常只有害無益。有人在台灣學泛函分析，成績不錯；到美國去，也不管那研究所是否以微分方程或其他學科為特色，一意只要學泛函分析，這樣會把自己的腳步限制了。有些在美國大學教書

的朋友，會批評台灣碩士班畢業的學生，比大學部畢業的學生難教。原因是讀碩士班後，他的眼界反而狹窄，選科時只中意自己在台灣碩士班所學的那支，心胸不夠開放。當然這樣的現象時常不是單純的興趣問題，也會牽涉到自信。比如我對這門比較熟悉，我就比較喜歡學它，也比較有信心。為了強調我懂，我就找一個對這方面很清楚的老師，來肯定自己。

最後一點，就我所看到的，做學問較成功的同輩或後輩，都有一種個性，就是善與人討論，常請教同事跟老師（不一定要教過自己的老師）：某一個問題應該怎麼做，而不計較別人因他問的問題，而對他有什麼看法。常常與人討論，可收事半功倍之效，在做學問時，是十分重要的事。相反的，孤立的個性，在今天的研究環境中，是非常吃力不討好的。

鄭：請老師談談外國學生與台灣學生讀書態度的差異。

現行軍訓教育體制是
否需要加以改革？



黃：台灣教育使一般學生不主動，不知善用環境，這是最大的問題。美國的學生雖然比較功利，但也比較實際。也就是美國學生會認為，我來這裏付學費唸書，我應該學到我要的東西；有的美國學生並不功利，但很自然的，因為小時候的環境，想要知道什麼就問別人，而別人也不假定他應該知道什麼，才可以來問。主動利用環境，求取新知，對他來說是很自然的事。當然美國也有人只問不想，上課問問題是問好玩的，不正經。或是只爲了要表示他也知道一些東西，並不是真的有興趣想要求得解答。回過頭也不會再去深思。至於其他的差異，就牽涉到剛剛所談的專精與廣博的問題。我覺得台灣的學生，所走的路較窄；這與教育體制有關，包括通識教育並沒有完全推行等等。像一個理學院的畢業生，我覺得最起碼應該要有生物、化學、物理、數學等基本知識，但事實是沒有具備；這是指大學部的訓練。至於研究所的基礎訓練太窄，我前面已經談過。

第三點，美國大學部與研究所的分歧，比之台灣的情況相當不同。美國大學生花在一一般功課與課外活動的時間很多，但是到研究所時，却投入十足的努力；台灣的學生上了研究所反而輕鬆，用功程度相差很多。

還有台灣的研究所有個現象：大部分的好學生都出國深造，只有幾個比較特別的，才留下來考研究所，造成台灣的大學部教育與研究所教育之間存在斷層。有些研一的學生，在程度上甚至遠不及大學部的三

、四年級學生。因為研究所的招生，會從其他學校招學生進來；像台大，錄取進來的學生，是台大畢業的並不多。所以研一必須重整，重新打一次基礎，再教一次。有一件事我覺得非常重要：現行制度下大學畢業生，一定要當兵才能出國，這樣會延緩學生繼續深造的時間。服兩年兵役下來，再讀研究所，太浪費青春。我因此也只好建議程度好的學生，趕快服役出國算了。如果能像廿年前實行過幾年的兵役制度，容許在校服役，這對研究所水準的提升會很有幫助。亦即大學畢業後，一旦考上研究所，再受過兵科基本訓練一兩個月後，便可分發到學校。這樣研究所便可招到好學生，而且研究所招生也會因而增加競爭；學生都願意到學校上研究所，而不願下部隊，那麼研究所就可以辦得有聲有色，不像今天這樣懶洋洋的。這點是一個大關鍵。一個社會的學術水準，繫於大學研究部門的好壞。大學部好算不了什麼，只有研究部好，水準才真正會提高。況且這種改革對政府來說是易如反掌，也不致於有國防或是國家安全上的重大影響，只是讓這批人到研究所來讀書而已。

鄭：最後請老師談一下，有關老師所做最小曲面的問題。

黃：第一點，這是自然的、非線性橢圓微分方程的解。就像一開始所討論的。研究這個問題，對於了解一般橢圓微分方程的解，有借鏡的功用。

第二點，用幾何方法來探討問題，可以考慮參數化的自然情況，不至於像分析上，只限於用非參數化的方式來討論問題。用

參數討論問題較自然，因為幾何形體未必能表成某一函數的函數曲面。這個問題早就該解決，但是人類的數學方法還很難作這樣的處理。我最近做的就是某一種非線性橢圓方程解的曲面，是否存在邊界凸而中間凹的曲面，這是很自然的問題。基本上是採用純粹幾何觀點來看。近廿年微分幾何的發展，一直是配合分析的觀點。至於微分方程解曲面真正的幾何行爲，並沒有很好的描述。最小曲面論的很多重要發

展方向，都傾向於分析興趣的延伸，如 Bernstein 定理為 Liouville 定理在幾何上的延伸；又如研究 Plateau 問題的觀點，也是偏微分方程解存在性與唯一性問題的延伸。但最小曲面的真正幾何行爲，人所知的行爲，遠不如分析觀點下的行爲多。我自己目前感到興趣的是常均曲率曲面的凸性問題，但所得也只有部分的結果。

鄭：謝謝老師接受訪問。



訪數學系 康明昌老師

● 鄭有忠 · 胡師賢

鄭：請老師談一下當年求學的過程；為什麼決定為醫學系轉至數學系？是不是有什麼特別的原因？

師：也沒有什麼特別的原因。我不知道現在的學生怎麼樣，也許考進醫學科的學生，他們是真的對醫學有興趣；或者是喜歡這個行業，喜歡做醫生，也可能是由於喜歡生命科學，因為我想近來所謂的生命科學，是愈來愈有意思了。這不像我們當

年所念的生物，都是死刻板板的，要死背硬記，這樣會使學生感到無趣。事實上我對生物沒有太大興趣，也不大會做實驗。又像解剖青蛙，要用弗馬林，那種味道真是受不了。

鄭：那老師是否想過工學院的系？

師：工學院是完全沒有想過。主要還是我高中時就對數學很有興趣，所以當時既然不想留在醫學系，第一個想到的就是數

一個開放而活潑的師生
關係需要那些條件？



學系。

胡：是否考慮過物理系？

師：我沒有考慮過物理系，因為那時物理的基礎並不好。而且當時在我們前兩年，醫科也要考物理。而我們前一年，是要考生物而不是物理；所以當時高中都很混亂，物理也就隨便念念，所以基礎不好。

鄭：老師進入數學系後，又選擇代數，是否有特別原因？

師：我想你們以後也會有類似的經驗。進入這個系，你們有很多基本的東西要學，而且不能偏廢，好比吃東西不能偏食一樣。就像數學系有代數、幾何、分析等基本的訓練，有了這些基礎，到國外念書時，再慢慢培養自己的興趣，自己覺得在某方面較熟練，那麼興趣也就濃厚了。這是很自然的事情。而不是說一開始就決定我要念代數，要念理論物理，我想這是不切實際的。比較健康的作法是：每種東西都學得好，這是做數學家或物理學家最重要

的一件事。

在大學或研究所，課程都是很基本的訓練，有了這些訓練，將來再對某方面有興趣，到了國外，有適當的老師引導你，便可以繼續下去。不是大學一、二年級便決定念什麼，我想那不切實際。

鄭：請問老師的讀書方法與態度，有那些可供我們參考？

師：以我們來說，在大學裏面有兩樣工作：一是教學，一是研究。從研究觀點來看，書讀得愈少愈好，書讀得多，就沒有自己的思考，也就沒有時間花在自己的問題上面，顯然是一直在吸收別人的東西，而自己都沒有什麼結果。重要的是自己的論點。你可以注意那些跟你作同一研究的團體，注意他們的進展一比如有些問題，為什麼他想出來了，而我卻沒有想到。再來可以看一些論文，主要是先看結果，看看對這論文有無興趣，如果有興趣，就該想想為什麼他做得出來，而我沒做出來，

這時候才開始看論文。而不是一拿到一篇論文，就開始盲目地念，而不花一點腦筋，這是最沒有效率的。念書就是要知道它講什麼東西。要解決什麼問題，而我不能自己做出來，而又有興趣，那麼就要好好看看別人是如何“play this game”。一般學生就是念書不太花腦筋，拿一本書從第一行唸起。其實應該與作者競爭，判斷這本書是否有意義。當然判斷是會受到經驗的影響，而有不同的結果。不管如何，還是要先判斷這本書是不是有意思。這問題有沒有意義，如果有，就先把問題弄清楚，看看自己會不會做，會做到什麼地步。然後再比較一下，看看那些自己比較差，不要一開始就跟著他跑，那麼你一輩子都跟著他跑，便絕對不會贏他。

鄭：請老師比較一下，以前學生和現在學生，在讀書求知態度上有那些差異。

師：這是一個好問題，但是有各種不同的情形。當然我們也可以很膚淺地、大致地談談。我個人覺得，好的學生（用功的學生）比以前的學生更用功，可是用功的方式不同。現在學生花很多時間在念書，而且念書技巧以及考試技巧比以前深刻很多。就拿學微積分而言，以前學生用的課本類似 Courant，你有一個基本概念，然後會算，並且敢算。而現在學生却學會很多花招，都在學花招，會很多以前學生不會的。就好比學武功，以前學生練內功，而現在學生却盡是學一些小巧的功夫，我覺得這不好。當然這跟社會風氣以及學風也有關係。事實上看看聯考題目，民國四十幾年就只五、六題到十題而已，你會算

就算，不會算的怎麼算都沒有用（當然也有較難的），就考最主要的東西。而現在聯考的許多題目，並不是自然的問題，經常還要拐一些小彎，好像走迷宮。以走迷宮而言，以前的學生絕對不會贏現在的學生；但是叫他去爬山，我想會比以前的學生更有耐力。

當然這也不是絕對的差別。比如說在台大有很多自由發展的機會，只要不過分重視在校成績，你自己發展，用自己的方式去念，那麼個性便很容易表現出來。

鄭：老師認為大學部學生不必「跟」一位老師「上課」，但是卻應該常與老師討論，請老師再詳細說明。

師：事實上我們現在教書，好比教微積分，這是最沒效果的一種方式。比如一個定理，從頭講到尾，對大部分學生而言，其實並不能從頭聽到尾，對大部分的情況都不了解。最好的方式是把問題講清楚，到底要討論什麼東西，然後每個人都有自己的想法，你再判斷這些想法是否可行。而這些想法中有可行與不可行的，可行的固然好，但是不可行的方法，也應有一種自然的修正，使它成為可行的。老師最重要的就是告訴學生如何去做這個修正的工作。但是現在所有教書的人，包括我自己都用傳統的課堂教學方法。其實也不能說是傳統，因為早期歐洲（例如十九世紀與廿世紀初期許多德國數學家），就是只告訴學生方法，而不把細節交待清楚，這些細節，就由學生填補起來。

我也很想用這種方法教學生，可是我不敢嘗試。因為一旦交待不清，學生心裏反而

更緊張。但是我總要試一次。事實上是這樣：老師剛開始交待問題時，學生很清楚；如果證明短，當然沒有問題，如果證明長，學生聽到一半就很多問題了，學生沒有其它辦法只好抄筆記，以致於無法再自己思考了。所以我也不覺得學生聽課是很重要的。當然如果老師講得好交待清楚，就很值得去聽。如果不然，我相信學生上課的效果沒那麼大。反而自己好好去想，把一些問題想通了，再與老師討論。就算自己不懂，與老師討論，老師也會指出關鍵所在，這樣才是最有效。如果一個班在十人以內，或許可以試試這種教學法，但學生要非常用功，而且態度要積極，不能全依靠老師，處於一種被動的狀態。被動的學生，就只能用目前流行的方式上課。其實以我剛剛所說的讀書方式，學生可以學得很快很快，我相信用這種主動的方式，學生可以很快學會很多東西。並且學會以後，會有很滿足的感覺

一種真正學到了的感覺，而不是一本書念會了。事實上在十九世紀末，大多數學家是採取這種方式的。

鄭：那麼老師對學生曠課有何看法？

師：我自己做學生時就常曠課，所以學生不來上我的課也無所謂。我很清楚學生曠課的原因：一是認為老師教得不夠生動，一是私人的理由，比如太早了，或是中午一點到兩點有午睡習慣等等。那麼不去上課也不表示他不念書。比如好的學生他會自動念，而不好的學生就算強迫他來上課，也不知道他在想些什麼，所以不來也無所謂；只是他來人數會較多，可能會鼓

舞某些老師上課的情緒。

鄭：老師對費瑪最後定理有何看法？

師：以前研究這問題只是好玩，而且兩、三年前如果有人號稱對此定理有何心得，別人也會偷偷地笑。如果你看過最近一期（51）期的牛頓雜誌，上面有篇我寫的文章；這是從 Science 上翻譯過來，並且把不清楚的地方加以補充。現在這問題已和數學的主流相結合，已成為主要問題，這樣就有意思了。現在有人研究，也不會遭人嘲笑。在以前，大家都不清楚這個問題有何意義，只是好玩，但現在已完全改觀。

鄭：謝謝老師接受我們的訪問。

