$$i\frac{h}{2\pi}\frac{dC_{n+1}}{dt}=E_0C_{n+1}-AC_n-AC_{n+2}$$

(見Feyman's Lecture Vol III. Chap. 13)

眼睛爲最高貴的器官，有「靈魂之窗」的名字。經由眼睛我們可以知道物體的位置，大小、顏色。在此，我們只討論顏色的感覺 (color vision)。每一可見的單一光的頻率決定其被看見的顏色，同時不同的單一光也可以合成同某單一光一樣的顏色。其實任何可見的顏色均可以由三主色合成。三種顏色只要independent 就可以當作主色，一般以紅，綠和藍爲三主色。毫無疑問的這三主色可以 span a vector space. Shrödinger。即據此發展出一套奇妙的理論。(見 Feyman's Lectures Vol I. Chapters35 & 36) ，最有趣的是眼睛如何計算顏色呢？它怎麼知道頻率$f=4\times10^{14}$Hz的光爲紅顏色，紅光加綠光成黃光呢？眼睛計算光顏色的能力是和腦的思想能力很相似的。解剖學已經證明視網膜 (retina) 即是腦之一部：在胚胎發展過程中，一小塊的腦生出來後，即從之生出長長的纖維連着眼睛。視網膜以如同腦的組織方式來組織。

六、思　　想

這裏我們談到腦子如何工作的問題了。這真是大問題！何謂記憶呢？當我記得「半是兒戲，半是心存上帝」這一句話之後，和這之前，我的腦袋的構造有何不同呢？如果是增加了某些東西，那麼到底是什麼東西？我如何推理呢？人腦和電腦之間到底是多相同或多不相同呢？這些均構成了巨大的難題。

七、題外話

把生物看作一大堆原子的集合體，一定被大部人視作一種毫無人性的假設。他們會說：「如此一來人的價值將依據什麼而存在？生命的尊嚴將由何而生？」然而，我請問他們：爲何一大堆原子的集合的生命體就不能如充滿靈魂的生命體有價值？爲何真實的原子不能比想像的靈魂高貴？石頭是由原子構成，生物體也是由原子構成，爲何他們之間就不能有差別？因爲月球探險已經成功，而從此對皎潔的月光再也不欣賞的人，真是毫無道理。

橢圓座標及其應用

邱　雅　惠

要『簡潔地』形容一種物理現象，就必須正確地使用座標系統，往往在某種情形使用某一座標系比較方便，但換了另一情形，使用此座標就不方便了。　同學們大多熟悉直角座標，圓球座標，圓柱座標及它們適用的範圍。在比較稀少的情況下，我們就不得不使用橢圓座標(Ellipsoidal coordinates)

大家都知道$x^2/a^2+y^2/b^2+\frac{z^2}{c^2}=1(a>b>c)$爲一以a,bc爲半主軸之橢圓面。　而後可以取下列三式：

①$x^2/a^2{+}l+y^2/b^2{+}l+z^2/c^2{+}l=1$　　$l>-c^2$

②$x^2/a^2{+}m+y^2/b^2{+}m+z^2/c^2{+}m=1$　$-c^2>m>-b^2$

③$x^2/a^2{+}n+y^2/b^2{+}n+z^2/c^2{+}n=1$　$-c^2>n>-a^2$

①代表一族橢圓面，②代表一族一葉雙曲面 (hyperbolic of one sheet)③代表一族二葉雙曲面 (hyperbolic of two sheet) 。

這些面都是共焦點的。　譬如在xy平面上 (z=o)

①→ $x^2/a^2{+}l+y^2/b^2{+}l=1$

②→ $x^2/a^2{+}m+y^2/b^2{+}m=1$

③→$x^2/a^2+n-y^2-(b^2+n)=1$ $\therefore c^2=a^2-b^2=(a^2+m)-(b^2+m)=(a^2+n)+[-(n+b^2)]$

對於每一種曲面，空間上任一點僅有一曲面通過，所以對於每一組 (x,y,z) 必有一組 (l,m,n) 與三對應。這組 (l,m,n) 就稱爲橢圓座標。

由①②③

$$x=\pm\left[\frac{(l+a^2)(lm+a^2(n+a^2)}{(b^2-a^2)(c^2-a^2)}\right]^{\frac{1}{2}}\quad\text{——④}$$

$$y=\pm\left[\frac{(l+b^2)(m+b^2(n+b^2)}{(c^2-b^2)(a^2-b^2)}\right]^{\frac{1}{2}}\quad\text{——⑤}$$

$$z=\pm\left[\frac{(l+c^2)(m+c^2)(n+c^2)}{(a^2-c^2)(b^2-c^2)}\right]^{\frac{1}{2}}\quad\text{——⑥}$$

我們定義　$h_i=\left|\frac{\partial r}{\partial u_i}\right|=\left|\frac{\partial(xi+yj+zk)}{\partial u_i}\right|$

$u_i=l,m,n$

可導得 $h_1=\frac{1}{2}[(\ell-m)(\ell-n)/(\ell+a^2)(\ell+b^2)(\ell+c^2)]^{\frac{1}{2}}$

$h_2=\frac{1}{2}[(m-n)(m-\ell)/(m+a^2)(m+b^2)(m+c^2)]^{\frac{1}{2}}$

$h_3=\frac{1}{2}[(n-\ell)(n-m)/(n+a^2)(n+b^2)(m+c^2)]^{\frac{1}{2}}$

由向量分析，我們知道：

$$\triangle\phi=\frac{1}{h_1h_2h_3}\left[\frac{\partial}{\partial u_1}\left(\frac{h_2h_3}{h_1}\frac{\partial\phi}{\partial u_1}\right)+\frac{\partial}{\partial u_2}\left(\frac{h_3h_1}{h_2}\frac{\partial\phi}{\partial u_2}\right)+\frac{\partial}{\partial u_3}\left(\frac{h_1h_2}{h_3}\frac{\partial\phi}{\partial u_3}\right)\right]$$

凡學過電磁學的人都知道在free space（電荷爲0），電位V滿足$\triangle V=o$(Laplace's equation)

假設$R_s=[(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)]\frac{1}{2}$ $s=\ell,m,n.$

則$\triangle V=o$可改寫成：

$$(m-n)R_\ell\frac{\partial}{\partial\ell}\left(R_\ell\frac{\partial V}{\partial\ell}\right)+(n-\ell)R_m\frac{\partial}{\partial m}\left(R_m\frac{\partial v}{\partial m}\right)+(\ell-m)R_n\frac{\partial}{\partial n}\left(R_n\frac{\partial v}{\partial n}\right)=o \quad (A)$$

設有一橢圓金屬導體，置於一均等性的介電質之中。它的半主軸爲a,b,c.全部電荷量爲Q

我們再來談談①、②、③式所代表的意義，式①代表一族與$\ell=o$橢圓面共焦的橢圓面，它的極端情形$\ell\to\infty$代表一無窮大的橢圓面，我們不必慮及$0>\ell>-c^2$的情形而式②式③之 m,n 則用來決定 $\ell=$常數面上任意點的位置。因爲這是一個金屬導體，所以$\ell=o$面上電位爲一定值，與m,n無關。如果我們能找出一僅有關於ℓ變數之函數，滿足(A)，並且當距離爲無窮大時，此一函數趨於o。則此一函數能夠調整（adjust）至正確地描述$\ell=o$外之電位。

由uniqueness theorem of Laplacian此一函數就是所求。

假設$v=v(\ell)$ A變成 $\frac{d}{d\ell}\left(R_\ell\frac{dv}{d\ell}\right)=o$

$$\therefore\quad \frac{dv}{d\ell}=-\frac{C_1}{R_\ell}$$

$$\int_\ell^\infty dv=-V(\ell)=-c_1\int_\ell^\infty\frac{d\ell}{R_\ell}$$

$$\therefore\quad V(\ell)=c_1\int_\ell^\infty\frac{d\ell}{R_\ell}$$

$R_\ell=[(\ell+a^2)(\ell+b^2)(\ell+c^2)]^{\frac{1}{2}}$

$(\because V(\infty)=o)$

當$\ell\to\infty$時 $R_\ell\to\ell^{\frac{3}{2}}$ 所以$V\to{}_2c_1/\sqrt{\ell}$

就另一方面考慮 $x^2/a^2+\ell+y^2/b^2+\ell+z^2/c^2+\ell=1$可改成 $x^2/\ell+\frac{a^2}{\ell}+y^2/\ell+\frac{b^2}{\ell}+z^2/\ell+\frac{c^2}{\ell}=1$

若$x^2+y^2+z^2$爲橢圓面（$\ell=$const）上任意點至原點之距離

很顯然地當$\ell\to\infty$時 $\gamma^2\to\ell$ $\therefore V\approx2c_1/\gamma$

當γ趨於無窮大時，橢圓球所產生的電位必須與圓球的相同。

所以當$\gamma\to\infty$ $V=\frac{Q}{4\pi e\gamma}$ （e爲介電係數）

$$\therefore\quad C_1=\left(\frac{Q}{8\pi e}\right)$$

$$\therefore\quad V=\frac{Q}{8\pi e}\int_\ell^\infty\frac{d\ell}{R_\ell}$$

同時我們也發覺 $\ell=$常數就是等電位面，所以在$\ell=o$之表面密度（surface density）s 就等於

$$e\frac{\partial V}{\partial n}=e\frac{1}{h_1}\frac{\partial V}{\partial\ell}$$

將V代入，即得 $s=\frac{Q}{4\pi}\frac{1}{\sqrt{mn}}$

從④⑤⑥ 得知當$\ell=o$時 x,y,z滿足

$$x^2/a^4+y^2/b^4+z^2/c^4=\frac{mn}{a^2b^2c^2}$$

$$\therefore\quad S=\frac{Q}{4\pi abc}\frac{1}{\sqrt{x^2/a^4+y^2/b^4+z^2/c^4}}$$

我們再考慮幾個特例來幫助我們了解：

(1) 當 $a=b>c$ 時

$$V=\frac{Q}{8\pi e}\int_\ell^\infty\frac{d\ell}{(\ell+a^2)\sqrt{\ell+c^2}}=\frac{Q}{4\pi e\sqrt{a^2-c^2}}\tan^{-1}\left(\frac{a^2-c^2}{\ell^2+c^2}\right)\frac{1}{2}$$

(2) 當 $a>b=o$

$$V=\frac{Q}{8\pi e}\int_\ell^\infty\frac{d\ell}{(\ell+b^2)\sqrt{\rho+a^2}}=\frac{Q}{8\pi e\sqrt{a^2-b^2}}\ln\frac{\sqrt{\ell+a^2}+\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{\ell+a^2}-\sqrt{a^2-b^2}}$$

(3) 當 $a=b=c$

$$V=\frac{Q}{4\pi e}\frac{1}{(\ell+a^2)^{\frac{1}{2}}}=\frac{Q}{4\pi e\gamma}$$

本文主要是取材自Stratton：Electromgnetic Theory 夾雜華者一些心得，難免有錯，盼先知後進不吝指正。