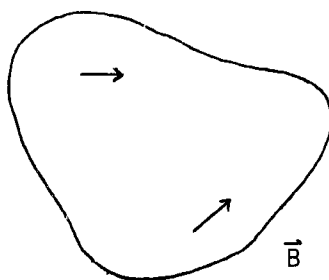


虛擬空間

● 林光爵



二維磁場

先談磁場吧。那就牽涉到方程式，你知道Maxwell方程式是很煩的，多達4個，一些人想盡辦法用別的形式來寫它，用所謂的張量，改變掉單位，但仍不能掩飾其複雜，這我們就不要去談它了。只考慮最簡單的情形。

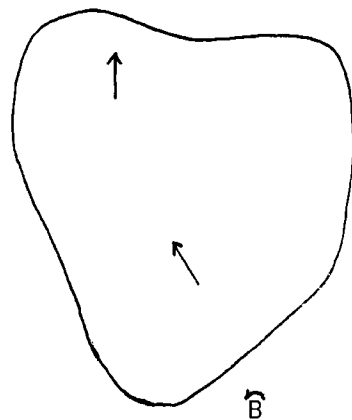
$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{4\pi\mathbf{J}}{c}\end{aligned}$$

你知道電場是很容易計算的，因為可以使用電位 V ，一個實數，來作輔助運算，而磁場不易算，因為若使用向量位來輔助的話， \mathbf{A} 本身也是向量，根本沒有化簡計算。但在二維裏，可把磁場轉換成用電場的方式來算。

從定義開始吧。

已知 \mathbf{B} 是一個向量場，定義 $\hat{\mathbf{B}}$ 也是一個向量場。

$\hat{\mathbf{B}}$ 唸做 B 轉置， $\hat{\mathbf{B}}$ 的產生方法是把 \mathbf{B} 的每一個向量左轉 90° 而形成，如此，在二維裏，我們可以輕易證明



$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}} = -\nabla \cdot \mathbf{B}$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} = \nabla \times \mathbf{B}$$

(其中 $\nabla \times \hat{\mathbf{B}}$ 的意義是 $\nabla \times \hat{\mathbf{B}}$ 的 Z 分量值，因為在二維裏， $\nabla \times \hat{\mathbf{B}}$ 完全投影在 Z 上，所以在二維裏，並不視其為向量)

如此Maxwell的方程就可改成

$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}} = 0$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} = -\frac{4\pi\mathbf{J}}{c}$$

這和電場方程就完全一樣了。

互相垂直

解磁場並不是一件重要的事，重要的，是這種思想，給一個 \mathbf{B} ，在虛擬世界的另一頭，共生了一個 $\hat{\mathbf{B}}$ 。在一個與你垂直的世界裏。

曾經我去看一個演唱會，舞台上，吊著一些唱片，你知道唱片是很薄的東西，它被繩子吊著轉來轉去，當它全面面對你時，你看到一個圓，當它與你垂直時，它不見了，你看不到它！它跑到哪裏去了呢？當然你知道它仍在那裏，但如果今天，你是在實驗室裏作某某實驗，發生這樣的

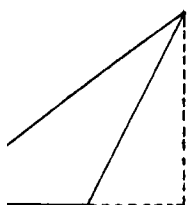
事，你怎麼想呢？用「不可思議」作結？
不，它一定是投影到另一個空間去了，一個跟我們世界垂直的空間，所以我們偵測不到它。這就是我當時的信念，不久，唱片又轉向我，我又看到一個圓。

這種兩個世界的情形，我們是常常遇見的，波有實部、虛部。

傅立葉轉換有 t space w space
高斯平面裏，一軸是 l，一軸是 i
phasor 裏一支代表 Sin，一支代表 Cos
這些都是。他們都是互相垂直，垂直就是
我所謂的共軛。

這種共軛世界、共軛空間的觀念，最早衝擊到我，是於再一次學 phasor 的時候，我想大部份的人根本忘記他在普物裏曾學過 phasor，更別談一再思慮它了，頗為可惜。

再深思之；共軛空間又源於輔助空間，或者說幾何上的補助線的想法，就是把原來不曾給予的，原本不存在的，把它虛擬出來，讓它給予，讓它存在。



自然數無法描述世界嗎？有理數，請你出現吧。有理數仍不夠嗎？無理數，請你現身吧。銳角三角形，面積這麼難算嗎？做一條補助線吧！

所以說共軛的思想，又來自虛擬的思想。一個人若不能想像虛擬的世界，怎麼作夢呢？

一個人若不能看到不存在的世界，又何異於機械的照像機呢？

一分為二

如果遇到這樣的問題

$$\nabla \times B = f(x, y)$$

$$\nabla \cdot B = g(x, y)$$

邊界條件是某某某，

則你要如何解決呢？

利用 \vec{B} 吧，不行， $\nabla \times \vec{B} \neq 0$ ，
利用 B 吧，不行，因為 $\nabla \times B \neq 0$ 。

這時又是虛擬上場的時候，假設 B 是由兩個東西組成的吧，如果 B 不是由兩個東西組成的，那麼 B 為何如此複雜呢？

$$\text{令 } B = A + C$$

$$\text{而且 } \nabla \times A = 0, \quad \nabla \times C = f(x, y)$$

$$\nabla \cdot A = g(x, y), \quad \nabla \cdot C = 0$$

邊界條件也拆開分配給 A 和 C ，則只要解出 A 和 C 即可，這就非常容易了。

總之，寫了一大堆字，只是要表揚虛擬的好處，而何謂虛擬呢？虛擬就是幻想啦，想像不存在的東西，這時你已經有獨自解決困難的能力了。

虛部與實部

何謂虛，何謂實，有誰知道呢？

一個握在手裏的石頭，你看著它，它真實存在著嗎？

現在我們描述事物，都是用狀態二字，於是事就是物，物就是事，事、物，無可分辨，所以石頭存在，不正只是石頭握在你手上的這個狀態嗎？

所以石頭存在，不正只是石頭在你手上這件事，在你心中的投影嗎？

一件事，它狀態的細節述說不盡，你所測得的，只是投影到你儀器上的一個分量，如果你有別的儀器，就可測到別的特徵，得到另一個分量。如此想來，一個我們所熟知的空間之外，不是存在著許多與我們垂直的空間嗎？一直永遠互相垂直。相生。相息。大家都一樣真實。 ❀