

趣味小實驗



氣球炸彈

輕盈的硬幣如何讓氣球釋放它的能量連沉重的彈珠也甘拜下風？

作法

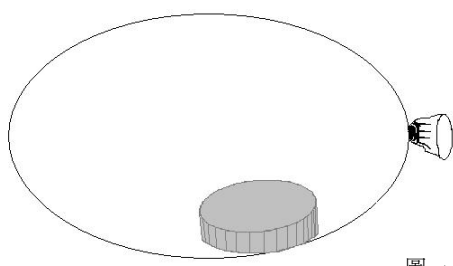
把一枚硬幣塞進氣球，接著才開始吹氣。充氣完成後，把口封起來，將它往地上隨手一拋。碰！很輕易就破了。

試試看：把硬幣換成重很多的彈珠，會有什麼結果。

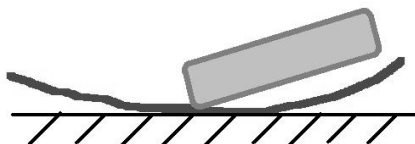
原理

硬幣的用處有兩個：

1. 以自身的重量帶動氣球往下掉，但空氣阻力又將氣球往上推。於是氣球層會貼在硬幣上[圖 1]。而氣球與地面接觸時，會先碰到硬幣之下的氣球。這樣一來，薄薄的氣球層就被夾在硬幣和地面之間了[圖 2]。



圖一



圖二

為什麼這很重要呢？如果你拿一枚硬幣，讓它掉在一個充飽的氣球上，氣球是不會破的。一是因為撞擊的瞬間，氣球往內凹[圖 3]，這彈性吸收了撞擊力；二是硬幣也不易打正，常常打到旁邊而向外彈開[圖 4]。

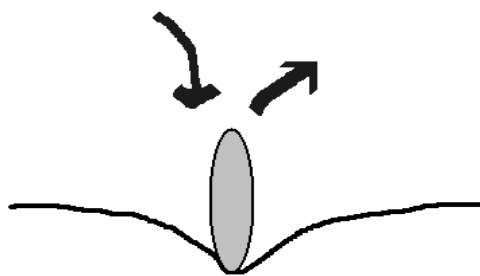


圖 3

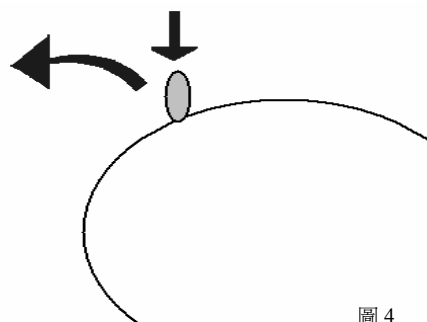


圖 4

2. 硬幣撞擊地面的瞬間使氣球產生破洞，關於破洞的原因，可從熱或壓力來解釋：
 - I. 從熱的角度來說，撞擊的瞬間，硬幣一部分的動能轉成熱能、聲能。其中產生的熱使得氣球壁破裂。
 - II. 從壓力的角度來說，撞擊時硬幣-地面間的作用力，作用在氣球壁上，由於接觸面積很小，使得壓力很大，氣球壁因此而破裂。

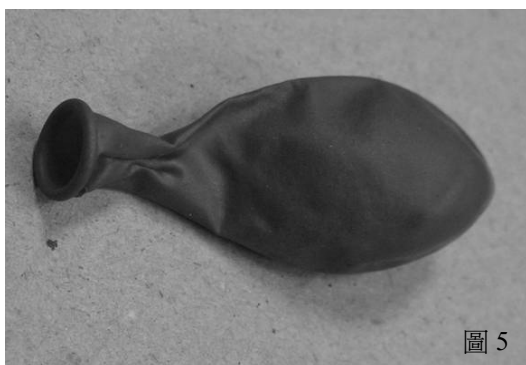


圖 5

兩個看似不同的說法其實是同一件事，因為氣球壁被擠壓時，所受的功轉換成熱能和位能(熱力學第一定律)，氣球壁的鍵結斷裂，可說是被熱所熔化，也可說是被壓力擠壓而破。

3. 氣球本身的因素：

- I. 氣球捲在一起，壓一陣子，它可能就黏在一起了。由此可見使氣球形變所需的壓力並不大。[圖 5]
- II. 以橡膠製作的氣球其導熱性並不好，硬幣敲擊的那一瞬間的熱不易散出。

4. 更深層的原因 - 硬幣和彈珠的不同：

比硬幣重很多的彈珠，卻一開始需要比較高的高度放下來，才會使氣球爆開。否則，彈珠雖會使氣球破洞，可是氣球卻不會爆裂，只會慢慢地漏氣。將這氣球再吹大，我們可以看到一個圓形的小洞，可是氣球卻不會爆[圖 6]。到底讓氣球爆破的原因是什麼呢？

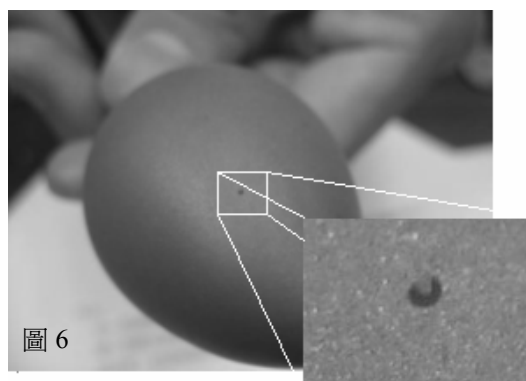


圖 6

拿硬幣和彈珠的接觸面積相比，很難知道誰大誰小。可是，硬幣與氣球相接觸的形狀是狹長形[圖 7]；而彈珠與氣球相接觸的形狀是圓形。

氣球壁會靠彼此的鍵結產生張力來平衡氣球內外的壓力差。若破洞是狹長形的，在兩端支撐的鍵結不多，[圖 8](橢圓圈起部分)，因此繼續破裂；相反的，圓形的洞使支撐的鍵結數較多，比較有辦法支撐[圖 9]，所以不會有連鎖反應。以一個日常生活的例子來說：現在有兩張紙，一張紙是中間有一條裂縫，另一張則是中間有一個洞。各自將紙往兩方拉扯，你也可以預見那中間有一條裂縫的紙容易裂開。

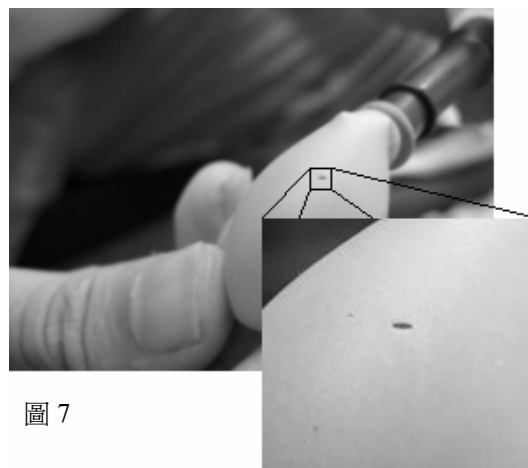


圖 7



[圖 8]-粗黑直線代表鍵結



[圖 9]- 粗黑直線代表鍵結

破洞形狀的不同，正是輕盈的硬幣能較沉重的彈珠，輕鬆使氣球爆破的原因。

魔力湯匙

在無盡的旋轉中，
總能力挽狂瀾，找到自己的方向

前言

這種玩具被稱為“rattleback”，“celtic stone”或“wobblestone”。(參考資料一) 是一個底部形狀對稱，可是質量分佈卻不對稱的物體。它會造成物體有特定的自旋方向，讓你有角動量不守恆的錯覺。這種玩具可以在國外買到。不過，現在你用一個湯匙就可以做了。

作法

將湯匙的柄如[圖 1-1]般折回，且讓柄的位置偏離中間[圖 1-2]。調整適當的彎度，使它可以順利旋轉[圖 1-3]。放在桌面上，分別往[圖 2]的-z 方向和+z 方向旋轉，你發現什麼奇怪的結果？

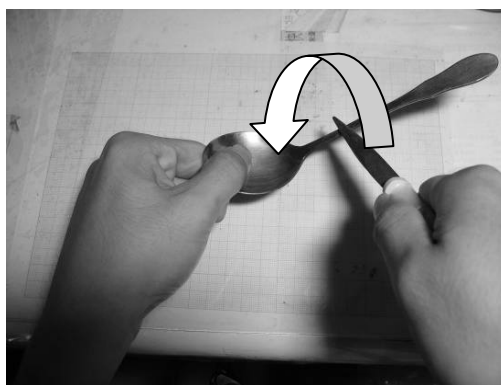


圖 1-1

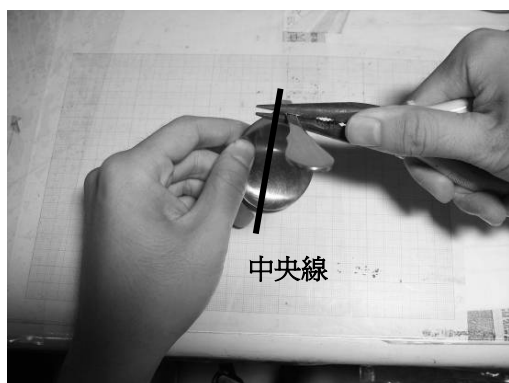


圖 1-2

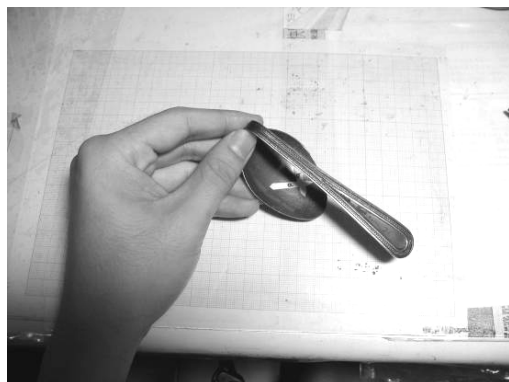


圖 1-3 完成品

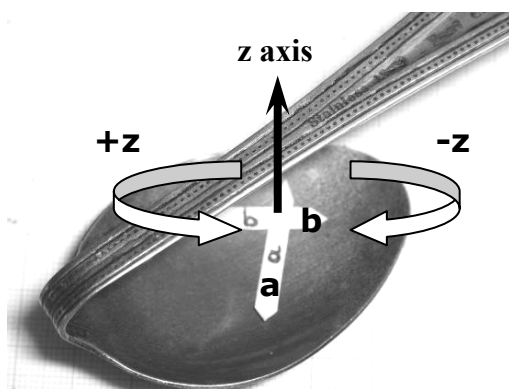


圖 2 z 軸和 a、b 方向

實驗結果

在參考資料所提供的影片中，[影片 1]為往+z 方向旋轉的實驗、[影片 2]為-z 方向旋轉的實驗。仔細觀察後，可以歸納出以下結果：

1. 往+z 方向旋轉的湯匙：

邊轉會邊出現在 a 方向上振動。到後來，轉動消失，變成純粹沿 a 方向的振動。最後，振動的幅度會越來越小而靜止。

除非在極佳的條件下，如合適的桌面提供恰當的磨擦力，沿 a 方向的振動最後會略轉換成-z 方向的旋轉，見[影片 3]。

2. 往-z 方向旋轉的湯匙：

-z 方向的旋轉會迅速被轉換成在 a、b 方向上混合的振動。逐漸停止的旋轉，伴隨著越來越大振動幅度。旋轉停止之後，湯匙只剩下純粹的振動。其中，b 方向的振動很快消失，湯匙開始沿+z 方向轉動；而 a 方向的振動卻只是慢慢地衰減。最後湯匙在往+z 方向旋轉和 a 方向的振動中逐漸停止。

原理

這種看似違反角動量守恆的現象，是以下三個原因所造成：

- 桌面的磨擦力
- 偏移的重心
- 湯匙底部形狀

當然使用電腦模擬是可行的(參考資料二)，可是我們希望給讀者的原理是一個定

性、利用直覺可以理解的解釋。根據實驗影片，我們分成整個過程切成前後兩部分：

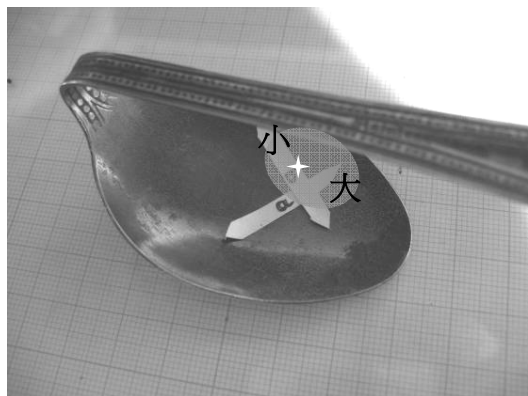
轉動變成振動、振動又變回轉動，方便我們討論它的原理。

1. 轉動變成振動：

由於湯匙底部的形狀是中間較為彎曲，旁邊較平[圖 3]。所以湯匙在與桌面接觸時，會有一方的接觸面較多。因此一開始轉動的時候，此不均勻的接觸會使磨擦力產生淨力矩[圖 4]。這個淨力矩除了有減少 z 方向的轉動的分量外，還有在 xy 平面上的分量。



[圖 3] 底面形狀



[圖 4] 不均勻的接觸(示意圖)

為了判斷力矩在 xy 平面上分量的影響，我們希望將力矩分解在物體的主軸(principal axis)上。因為根據剛體力學，在主軸上描述物體的旋轉會簡單許多。雖主軸的計算複雜，可是我們知道若在對稱的狀態下(例如：湯匙柄在中央且壓平)：有一主軸位在對稱軸，另外兩個主軸位於與對稱軸垂直的平面上。現在質量分佈雖略為改變，主軸也有相對應的改變。但我們知道其中一個主軸離 z 軸相去不遠。至於另外約位在 xy 平面的兩個主軸我們不必計算，以下的測試就可判斷它的大概位置：

如參考資料的[影片 4]和[影片 5]，分別使湯匙沿各種方向振動。我們發現在 a 方向上的振動會慢慢停止(有機會轉換成向 $-z$ 方向旋轉，但幅度小且所需轉換的時間較多，如[影片 3])；可是 b 方向的振動很快的變成 $+z$ 方向的旋轉。而且如果一開始振動方向在 a, b 之中，我們可以看到湯匙有如同往 $-z$ 方向旋轉的湯匙後半部的情形：即一開始湯匙有 a, b 方向的混合的振動，後來 b 方向的振動很快的變成 $+z$ 方向的旋轉， a 方向的振動卻只是慢慢的衰減。一開始振動方向越靠 b 方向，情形就越與在 b 方向的振動的結果類似，反之亦然。

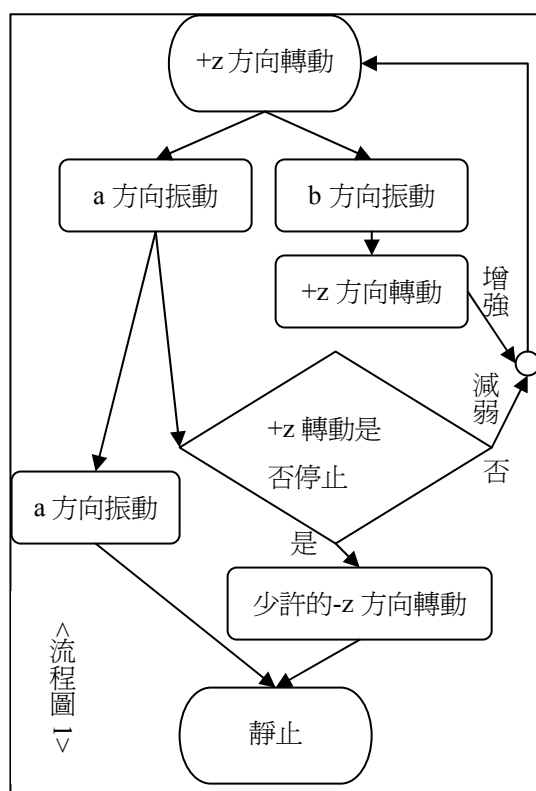
我們從這兩種相異的特性推斷，落在 xy 平面的主軸，分別垂直於 a, b 兩方向(因為在 a, b 方向上振動的湯匙其轉軸是分別「垂直」其振動方向的)。其特性分別為：

- I. 在 a 方向上的振動穩定，僅微些轉換成 $-z$ 方向的旋轉。振動和轉動都將慢慢減弱。
- II. 在 b 方向上的振動極不穩定，很地消失而轉換成 $+z$ 方向的旋轉。

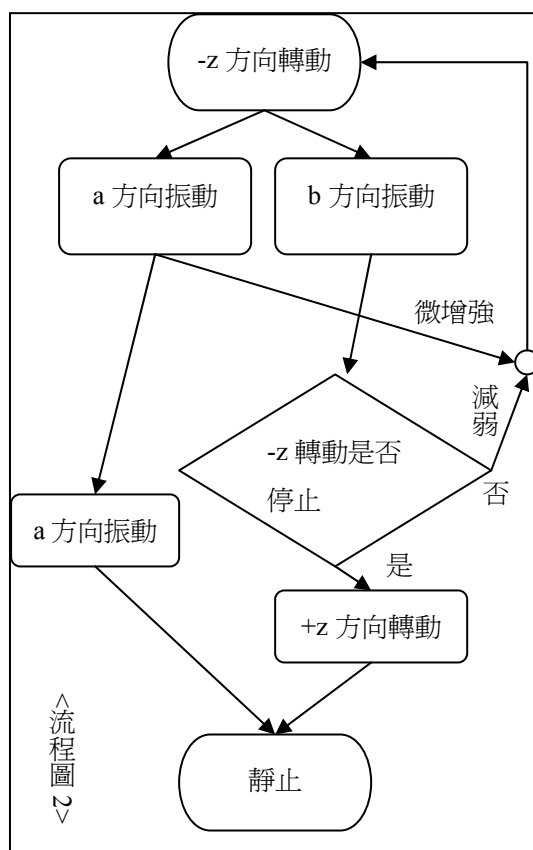
至於這兩種特性的原理將在第二部分「振動又變回轉動」討論。先請各位讀者記著這些性質。因為有了這些觀察，我們就可以開始討論「轉動變成振動」的原理了。

現在回到 xy 平面上的力矩分量的影響，這分量皆會觸發 a, b 方向的振動。一旦開始振動，接觸位置就會改變，磨擦力的淨力矩也隨之改變。這中間的過程非常複雜，我們簡單的看成旋轉被磨擦力移轉成 a, b 兩方向的振動。

在一開始沿 $+z$ 旋轉的情形中，旋轉經由磨擦力轉換成 a, b 兩方向的振動。可是 b 方向的振動又很快的變成 $+z$ 方向的轉動。所以，在旋轉數次後，在 a 方向上振動的比例越來越大。我們所看到的「淨效應」是 $+z$ 方向的轉動逐漸變成 a 方向的振動。〈見流程圖 1〉



然而在一開始沿 $-z$ 旋轉的情形，其中 b 方向的振動所引起的磨擦力卻更加使沿 $-z$ 的旋轉變慢。因此沿 $-z$ 的旋轉很快就會轉換成 a, b 方向的振動。〈見流程圖 2〉



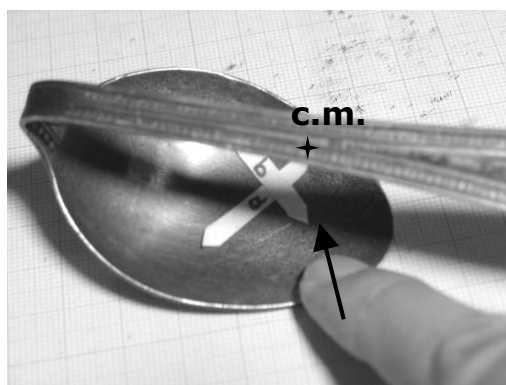
2. 振動又變回轉動

振動又變回轉動的主因是振動路徑上的曲面其切平面的方向變化，使得磨擦力產生 z 方向的淨力矩，湯匙因而旋轉。

如果磨擦力不指向質心與地面的鉛垂連線， z 方向的力矩就會產生。不過，要使一整次的振動有 $+z$ 或 $-z$ 的淨力矩，才能使湯匙的旋轉傾向往某一方向。

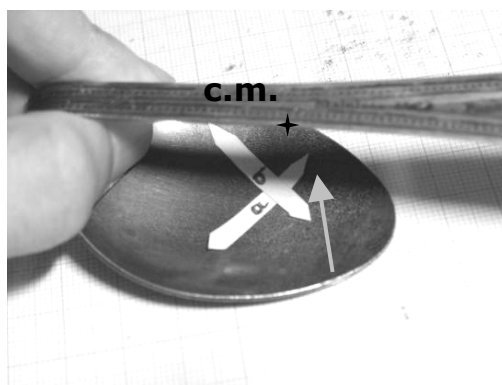
而質心的位置是在湯匙靜止不動時，由地面接觸的點(稱為平衡點)作鉛垂直線，質心就位於線上，再由另一支點作鉛垂直線，兩線交點就是質心的位置，大概是平衡點上 2cm 處。

先考慮 b 方向的振動引起的結果：在振動的端點(也就是起點，即速度為零)時，湯匙往質心的方向振動[圖 5-1]。

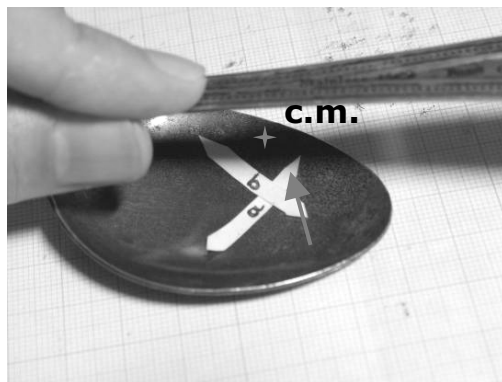


[圖 5-1] 一開始，振動方向指向質心
(箭頭代表振動方向)

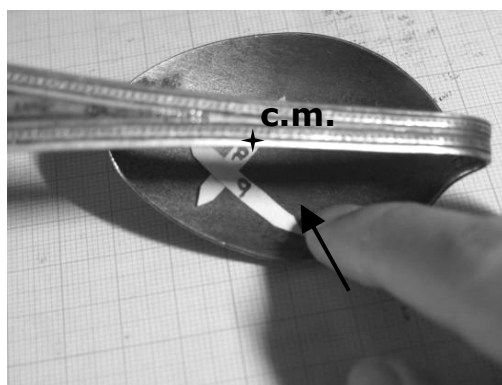
由於質心和平衡點有差距，這也代表一開始的振動方向不指向平衡點。可是當振動開始，此時與地面的接觸點接近平衡點，質心已靠回平衡點的上方。但由於之前的速度所產生的慣性，此時振動方向並不會馬上指向質心，而是在之前的質心方向和現在的質心方向之間(可以想成加速度指向質心，但若有不指向質心的初速度，下一刻速度的方向就不會指向質心。)。所以磨擦力(不論動磨擦力或靜磨擦力)產生 $-z$ 的力矩[圖 5-2] [圖 5-3]。在另一方向的端點也有類似的結果(但效果較不明顯)[圖 5-4] [圖 5-5]。根據此模型，我們預測湯匙振動的路徑大概如[圖 6]所示，這可以用來驗證我們理論的正確性。



[圖 5-2] 開始，振動方向偏離質心



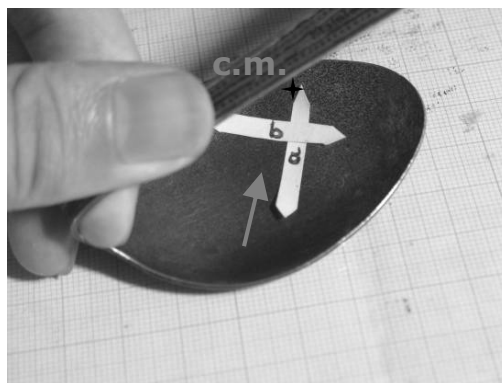
[圖 5-3]



[圖 5-4] 另一邊的端點(振動方向指向質心)



[圖 5-5]

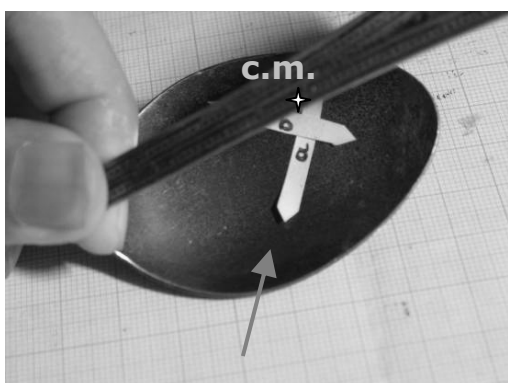


[圖 7-2]



[圖 6] 振動路徑(白色線段)

a 方向的振動路徑上，也有同樣的效果[圖 7-1] [圖 7-2]，但很明顯地其曲面切平面的方向變化較 b 方向平緩。相較之下，振動轉換成轉動的效果就不明顯。



[圖 7-1] a 方向的振動，一開始指向質心，但與平衡點相去不遠

綜合原理的 1、2 部分，湯匙魔樣似的逆旋，就不再神秘了。我們看到在一磨擦力、表面形狀、重心的偏移—三者精巧的配合下，造就這種匪夷所思的有趣結果。

參考資料

1. Wikipedia <http://en.wikipedia.org/wiki/Rattleback>
2. rattleback simulation
<http://www.autolev.com/WebSite/SampleProblemRattleback/Rattleback.html>
3. 鄭永銘老師(台北市建國中學), 哈利波特的魔法石
4. 實驗影片：
影片放置於下面的位置
http://kuso.cc/space_time/vol30/
並請於最後加入以下檔名。
影片 1 : +z.mpg
影片 2 : -z.mpg
影片 3 : +z_reverse.mpg
影片 4 : a_axis.mpg
影片 5 : b_axis.mpg
5. 木工自製 rattleback:
<http://www.gijyutu.com/kyouzai/kakou/rattleback/>