

Quantum The 量子電腦 Era 的原理與發展

文 / B11 王廷安
審稿 / 王喬萱老師

「我們能在電腦模擬所有物理現象嗎？」在 70、80 年代，答案顯然是否定的。在當時量子物理狂熱的氛圍下，許多物理學家嘗試以數位計算機模擬來研究複雜的量子系統，卻都處處碰壁。鬼點子最多的物理學家 - 理查．費曼因此在 1981 年的演講中提出了「直接用量子模擬量子」的概念，如果電腦直接是個量子系統，或許便能成功模擬出複雜的量子世界。這即是「量子電腦」概念的誕生。

如今，40 年過去了，量子電腦發展持續的向前推進，除了學術界的研究，業界諸多科技龍頭公司也大規模發展這個技術。科學家們利用了十幾種物理原理打造各式量子位元，想盡辦法將量子計算的概念實體化。台灣也投入於這波量子電腦風潮中，正努力的研究、想打造出屬於自己的量子電腦。以下文章將帶領讀者一窺全世界著名的量子電腦，並且回到台灣，看看我們在量子電腦之路的最新進展與未來目標。

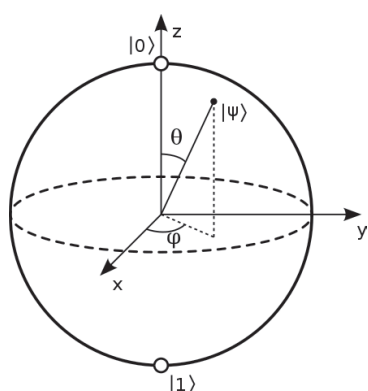
在一個古典電腦中，最基本的運算單位叫做「位元」（bit），一個位元會在 0 或是 1，這兩種狀態之一。而在量子電腦中，「量子位元」（qubit）則是最基本的組成。就像位元一樣，量子位元也有不同的狀態。不過，根據「量子疊加」，一個 qubit 是可以「同時」處於 0 和 1 的兩種狀態。我們會如此表示：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$|\psi\rangle$ 就是一個 qubit 的量子態，是 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的合成，其中 α 與 β 是複數，而且 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。一般也會用向量的方式代表量子態， $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ， $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 為兩個基底向量。

$$|\psi\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

要更清楚的理解如此奇怪的特性，我們可以將每一個 qubit 看作是一個叫 Bloch Sphere 的單位圓球體，而其量子態，可以看成是這個球殼上的任一點。



圖一、Bloch Sphere 示意圖^[1]

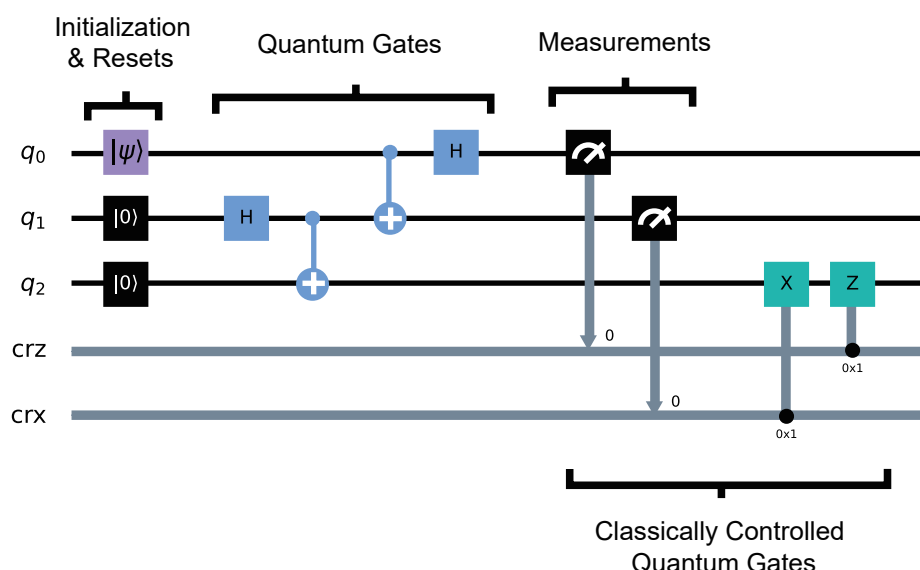
如上圖這顆 Bloch Sphere，北極點代表 $|0\rangle$ ，南極點代表 $|1\rangle$ ， $|\psi\rangle$ 是可以處在球殼上任意的點。經過計算將原本二維的 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 、 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 轉換為三維的球殼，可得：

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\phi}|1\rangle$$

如果要知道自己手中的 qubit 狀態是什麼，不就量一下他在 Bloch Sphere 的哪一點就好嗎？其實沒那麼簡單。在測量一個 qubit 的時候，它會很「叛逆」的坍縮到 $|0\rangle$ 或是 $|1\rangle$ ，也就是量測結果就只有 0 和 1 兩種可能，其中若我們以最簡單的 z 軸為基底進行多次量測，會發現量測結果是 0 的機率為 $|\alpha|^2$ ，量測結果是 1 的機率則是 $|\beta|^2$ 。我們也能改變量測時採用基底，此時結果也會有所不同。不過這樣的資訊仍不足， α 和 β 間很重要的 relative phase，也就是上述的 $e^{i\phi}$ 部分還是未知。要完全還原 qubit 的面貌，必須對同一個狀態的 qubit 重複進行各種操弄與量測，由每一次的結果巧妙的拼湊出原本的樣子，這個過程就稱作 Quantum State Tomography。

我們現在有了量子電腦的小拼圖 qubit 了，但要如何拼成整個能運作的計算機呢？我們需要「量子閘」（Quantum Gates）來操弄 qubit。先前提到 qubit 可以以向量的形式表示為 $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ，那麼量子閘，其實就可以以矩陣的方式表示，而其施加在 qubit 上時，可視為矩陣與向量的內積。以著名的 Puali Gates 為例，Puali X gate 可以表示為 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ；Puali Y gate 可以表示為 $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ ；Puali Z gate 可以表示為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ，如果是一 Puali X gate 施加在狀態為 $|0\rangle$ 的 qubit 上，便是

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$ 。再進一步觀察，可以發現 Pauli XYZ Gates，其實也就是使 qubit 的狀態繞著 Bloch sphere 的 XYZ 軸旋轉。量子閘的種類非常多，除了 Pauli 還有 Hadamard、Phase Gates 等，不過每一種量子閘的運作概念，都是使 Qubit 在 Bloch Sphere 上的任一點之間移動而已。



圖二、量子電腦運算電路示意圖 [2]

我們將施加的量子閘畫成電路圖，量子電腦的運算電路就會如上圖所示，最左側先進行每一個 qubit 的初始化，中間對各個 qubit 施加量子閘（其中還有操弄多個 qubit 的量子閘，如 CNOT gates 等，但這裡不多作著墨）。最後進行量測，回傳的結果皆是古典的 0、1 狀態，再由多次的測量得到 qubit 的量子態為何。

上述的量子計算理論看似如此美妙，不過，我們該如何用物理，實際創造出一個個 qubit，進而真實打造一台強大的量子電腦？在 2000 年的時候，理論物理學家戴維·狄文森佐（David P. DiVincenzo）提出了以下 5 條關於量子電腦該有的條件，稱為迪文森佐準則（DiVincenzo’s Criteria）。

1. 具有清楚定義的量子位元：

我們必須能用物理性質，清楚定義出 qubit 0 和 1 兩種狀態，像是古典位元以通電與否定義 0 和 1。再者，我們擁有的 qubit 必須可以任意增減，就如同古典電腦中的不同位元數。

2. 能夠將量子位元初始化至基態：

在開始運算前，所有 qubit 必須能初始化到一個起始基準點。

3. 量子位元能長時間保有其量子性質：

處在量子態的 qubit 與環境產生作用後，會失去其性質，從量子行為逐漸轉換成古典。因此，一台好的量子電腦，其 qubit 必須能較長時間保有量子性質，而且時間必須比實施量子閘的時間還長。

4. 可以組成通用的量子閘：

量子電腦必須具備充分的量子閘，互相排列與配合，使電腦可以進行任何演算。

5. 量測量子位元：

量子電腦能夠在操弄完 qubit 後，有效率的量測出其量子態。

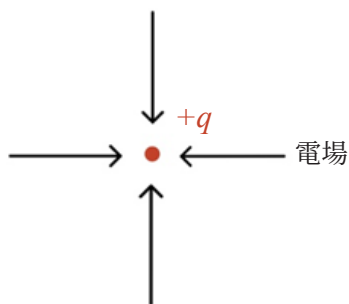
滿足了上述的條件，量子電腦才算完備。現實世界中該如何打造出這樣的系統呢？世界各地的物理學家發展出許多不同的方式，接下來我們來看看世界上許多正發展的量子電腦。

離子阱量子位元

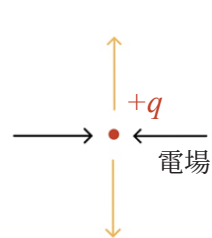
Trapped Ion Qubit

實際定義 0 與 1 的量子能階，你第一個會想到什麼呢？或許你會想到我們耳熟能詳的原子軌域。當原子吸收一特定波長的光子時，電子會躍遷至較高的能階，相反的，當電子躍遷至低能階時，會放出能量與能階差相同的光子。我們好像能利用原子的特定能階差製作 qubit。的確，這樣的量子系統被科學家做成量子電腦元件材料，稱為離子阱量子位元。不過現今較常見的離子阱量子位元，是利用價電子的自旋量子數來定義 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。我們選用擁有兩顆價電子的原子，最常見的是鈣原子，移除一顆電子後製成離子。兩種自旋量子數之間其實也有特定的能階差，因此利用特定頻率的雷射光，我們能激發剩下的那一顆價電子，使其自旋方向改變，由此定義自旋向下為 $|0\rangle$ ，自旋向上為 $|1\rangle$ 。

我們能利用人類已了解透徹的物理性質，來定義量子位元了，這是離子阱量子位元的一大優點，不過接下來要面對的，就是我們到底要如何控制原子？顯然要在一般環境中操控「一顆」離子是很困難的，粒子在室溫下擁有很高的動能而快速移動。因此，人們研發出在真空的環境中，用電場控制離子固定在一點，並且利用雷射冷卻技術大幅降低離子的動能，所以這種量子位元才會稱作「離子阱」。我們知道帶有正電荷的粒子在電場中會受到一作用力，我們利用此作用力想辦法使其達靜力平衡而固定粒子，如下圖所示。

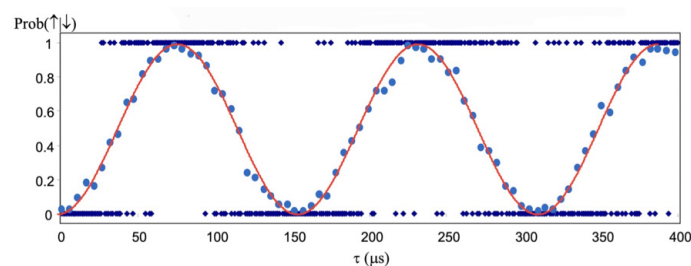


不過，根據 Earnshaw's theorem，利用靜電力維持點電荷的穩定是不可能的，簡單來說，實際情況會像下圖所示，集中的電場也會向外散，因此在中間的點電荷容易脫離平衡點。解決的方法，就是改用交流電場，使這個系統像是在旋轉，若轉速夠快，便有效將電荷鎖在定點，形成一個類似杯子形狀的「Paul Trap 四極離子阱」。



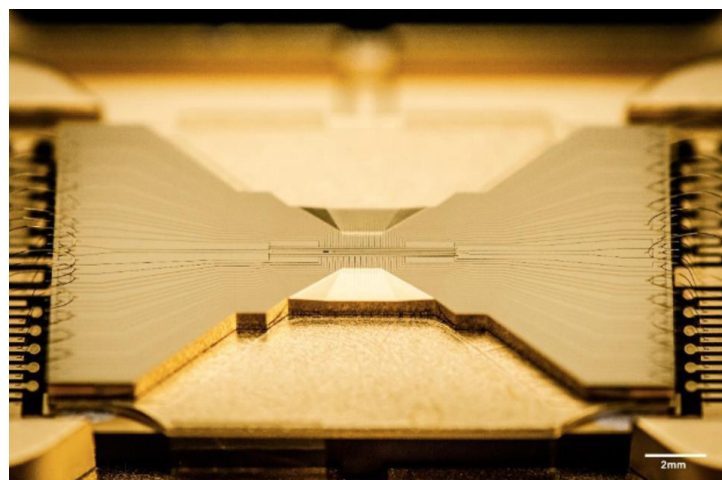
圖三、機械形式的 Paul Trap，物體會被困在馬鞍點^[3]

抓住離子後，就是要對位元施加量子閘。我們對離子打入雷射光，使其狀態改變，重複執行後，我們發現，當雷射光的作用時間不同，離子最終狀態的機率也會有所不同。如下圖所示，在 0 微秒時，qubit 都在最初的 $|0\rangle$ 狀態，而隨著時間增加，qubit 跑到 $|1\rangle$ 狀態的機率增加，直到作用大約 80 微秒，qubit 會都被激發到 $|1\rangle$ 。所以，如果我們讓雷射作用介在兩者之間（例如 40 微秒），那麼此時的 qubit 就是 $|1\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之間的其中一個疊加態。而如果我们施加特定作用時長的雷射，也可以使 qubit 的疊加態改變，使 qubit 在 Bloch Sphere 上旋轉到任一點，這便是一個成功的量子閘。



圖四、qubit 在不同雷射光作用時間後，最終狀態的機率點

離子阱量子位元利用了天然且人類已熟知的量子性質製造量子電腦，因此具備較高的穩定性與準確性，目前 IonQ 公司是世界上在此技術上領先的研究團隊之一。

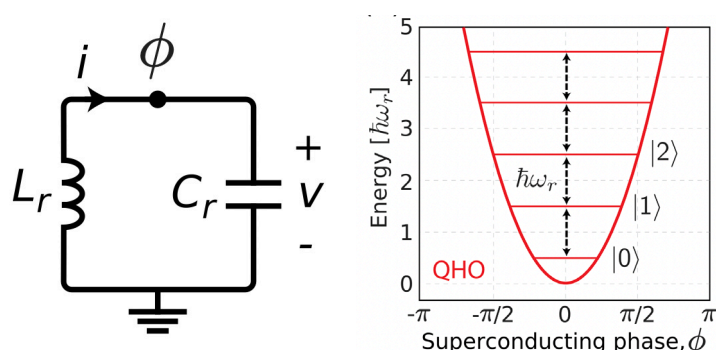


圖五、IonQ 離子阱量子位元^[4]

超導量子位元

Superconducting Qubit

我們較常聽到的 IBM 與 Google 公司，其實都是用超導材料作為量子電腦的位元。超導材料最顯然特性，就是當溫度在一臨界溫度（critical temperature）以下，電阻瞬間掉到零。他們利用這個零電阻特性，製造不會耗損能量、遺失量子態的系統。當超導材料溫度降到臨界溫度以下時，電子間產生微弱的交互作用，倆倆形成庫柏電子對（cooper pairs），當電子以庫柏對的方式在材料中移動時，幾乎不受到阻力，因此造就了超導體的零電阻特性。



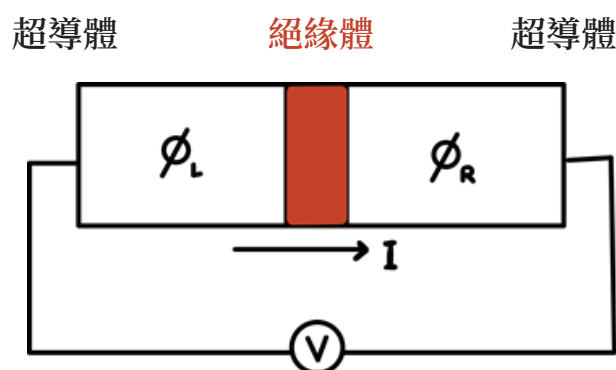
圖六、LC 電路示意圖（左）與此系統能階（右）^[5]

一個超導量子位元，其實就是一個我們耳熟能詳的 LC 電路。我們已知 LC 電路的能量會在電能與磁能間振盪，其振盪頻率可化成量子化的能階，如上圖所示：最低能階可以定義為 $|0\rangle$ ，往上一個能階則定義為 $|1\rangle$ 。不過，這個系統有個致命問題，那就是它每一個能階差都是相同的。若我們想控制在 $|1\rangle$ 的 qubit 回到 $|0\rangle$ ，很有可能反而將其激發到更高的 $|2\rangle$ ，因此這個系統並不是一個良好的雙態系統（two-level system）。為了解決這個問題，科學家將電路中的電感，換成一個「約瑟夫介面」（Josephson Junction）。（值得一提的是，近年來也有研究直接利用 LC 電路中的特定量子態製作 qubit，稱作 Bosonic Qubits）

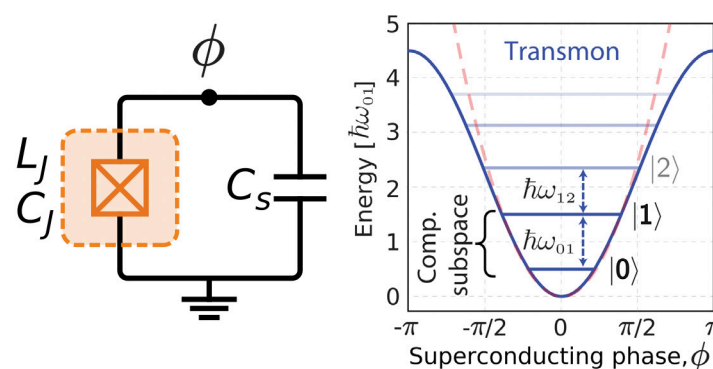
「約瑟夫介面」的結構，是兩層超導材料，中間夾著一層厚度小於 30 埃的薄絕緣體。每個約瑟夫介面都有自己的臨界電流，當我們通入稍大於此臨界值的電流，由於量子的穿隧效應，超導體中的庫柏電子對便能通過絕緣層。此時約瑟夫介面上因此會產生一個隨著時間改變的電壓差，也就是交流電訊號。在約瑟夫穿隧現象中，穿隧電流 $I_j = I_0 \cdot \sin(\delta)$ ，而產生的電壓 $V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \cdot \frac{d\delta}{dt}$ 。（其中 $\delta = \phi_L - \phi_R$ 代表兩層超導體的超導相差，由材料定義；

I_0 為臨界電流值； $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ ）將電流對時間微分後可得： $\frac{dI_j}{dt} = I_0 \cdot \cos(\delta) \cdot V \cdot \frac{2\pi}{\Phi_0}$ 。

電流變化與電壓相關，意味著這個系統與電感性質十分類似，由電感的定義可知 $L_j = \frac{\Phi_0}{2\pi I_0 \cos(\delta)} \cdot \frac{1}{\cos(\delta)}$ 這一項告訴我們，和一般電感不同的是，約瑟夫介面電感是非線性的，這就是它能作為量子位元最重要的特性！非線性的電感使 LC 電路的能階差分配不均，每一階能階大小都不同，換句話說， $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之間的位能差便是唯一的，我們能有效控制位元在這兩種狀態之間變換。這個由約瑟夫介面與電容組成的 LC 電路，就是一個可以拿來用的 qubit 了。

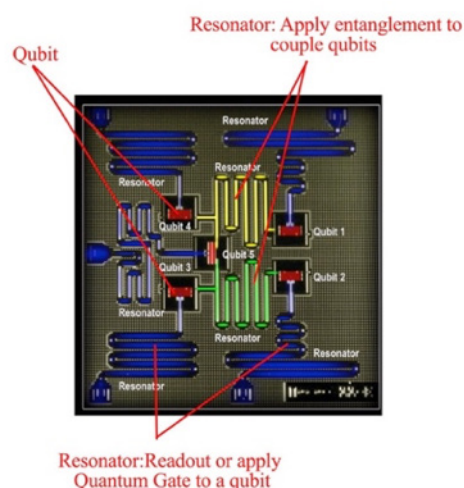


圖七、約瑟夫介面示意圖



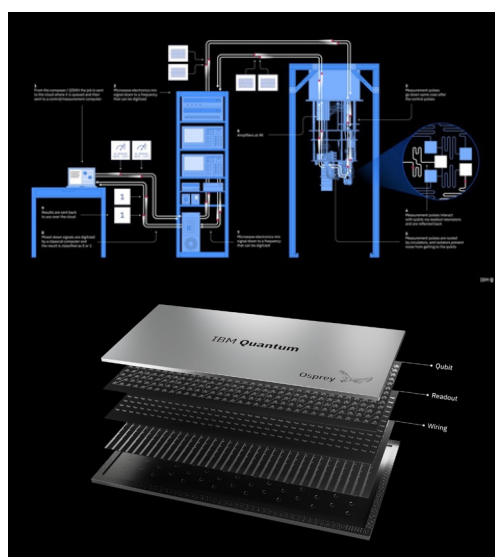
圖八、約瑟夫量子位元電路示意圖（左）與此系統能階（右）^[6]

要操控一個超導 qubit，我們必須傳送頻率介在 4 到 6 kHz 的微波訊號進入與 qubit 相連的共振器（就是一般的 LC 電路）中，透過操控微波脈衝，我們能控制 qubit 的狀態繞著 Bloch sphere 任意軸旋轉任一角度，也就是對位元施加量子閘。同樣的，我們若要使兩個 qubit 產生量子糾纏，也是透過共振器將彼此相連。最後，要進行測量時，我們也是透過傳送微波進共振器，使微波與位元進行相互干涉後，再分析反射波的振幅與相位，得到 qubit 所在的狀態。



圖九、IBM 的超導量子位元結構 [7]

較麻煩的是，超導量子位元必須在低溫下操作，通常以液態氦進行降溫，使環境最終到達 10 至 15 mK。IBM 的量子電腦的構造如下圖所示，從上而下會以漸進降溫的方式，從 4 K 逐漸降到 15 mK。



圖十、IBM 的 Osprey 量子電腦結構示意圖 [8]

除了上述兩種量子位元，人們也發展出矽光子點、拓撲線、鑽石空缺等量子位元技術，研究發展可說是極為活躍。那麼，哪一種量子電腦將會取得最後的勝利？我們先來談談如何幫量子電腦打分數，可以用兩種「時間」來判斷位元好壞，分別稱作 T1 和 T2。

T1 是「鬆弛時間」（Qubit Relaxation Time）。一個具備能量的系統會傾向向環境釋放能量，所以當我們的 qubit 在 $|1\rangle$ 時，過了一段時間，qubit 會向環境釋放能量而回到 $|0\rangle$ 。當我們隨著時間測量 qubit 在 $|1\rangle$ 的機率時， $P(|1\rangle) = e^{-\frac{t}{T_1}}$ (其中 t 為經過的時間)，我們便定義衰減係數中的 T1 為此 qubit 的鬆弛時間，鬆弛時間愈長，代表 qubit 維持在 $|1\rangle$ 愈久而不自然衰減，量子電腦的品質愈好。T2 是「相干時間」（Qubit Coherence Time）。Qubit 與環境作用後，也會失去原本的量子相互干涉的特性，回到古典性質，這個現象稱作「退相干」。若相干時間愈長，qubit 能維持在量子態愈久，同樣的，量子電腦品質也較好。

評斷完 qubit 的品質，我們也看看量子閘的好壞。量子閘使 qubit 在 Bloch Sphere 球面上任意移動，自然有可能產生錯誤，我們用「保真度」（Gate Fidelity）來定義其準確率。保真度即為實施量子閘後結果的正確率。當然，如同古典電腦，某些錯誤是能被糾正的，只是我們必須用特殊的手法為量子電腦糾錯，Quantum Error Correction 相關研究就是利用各種手段保護量子資訊的正確性，這也是評斷量子電腦的重要指標。最後，量子電腦的可擴展性 (scalability)，是否能輕易增加 qubit 的數量，也是近年來各種量子電腦相互競爭的項目之一。

根據利用離子阱量子位元的 IonQ 公司公開資訊，旗下 2022 年剛建好的量子電腦 Aria，包含了 23 個 qubit。其 T1 為 10 至 100 秒；T2 大約為 1 秒；單一位元量子閘的 Gate Fidelity 來到 99.94%。離子阱量子位元利用電子本身的量子特性，因此具備相干時間非常長的優勢，紀錄中最長的 T2 甚至來到 10 分鐘，而且，因為使用到的雷射技術已成熟，量子閘準確率高。可惜的是，離子阱量子位元目前實施量子閘所需時間慢，而且為了控制離子保持靜止，需要在真空的環境下操作。

另一頭使用超導量子位元持續發展的 IBM 公司，旗下 2021 年的量子電腦 Eagle，包含 127 個 qubit。其 T1 約為 97 微秒；T2 約為 99 微秒；單一位元量子閘的 Gate Fidelity 也達 99.99%。兩種量子位元相比，超導體的 T1, T2 時間明顯短上許多。不過，除了準確率高的優勢外，超導量子位元的硬體結構是非常類似一般的電腦晶片的，因此，這種量子電腦在增加位元的競賽上大幅領先。IBM 在 2022 年發表了目前含有 433 個 qubit 的量子電腦 Osprey，是目前含有最多位元的量子電腦。只是超導量子位元需要在極低溫中操作，是操作上較不易之處。

由此可知，每一種量子位元都有其優勢與劣勢，最後是否會有一種量子位元獲得壓倒性的勝利，仍是未知。能確定的是，如何將 qubit 有效的與環境隔絕，進而增加 T1, T2 與運算正確率是研發的一大關鍵。

台灣的量子之路

那麼台灣呢？我們在半導體產業創造了亮眼的成績，台灣是否也能在即將來臨量子世代取得一席之地？2019 年台大與 IBM 合作成立了 NTU-IBM 量子中心，使 IBM 公司的量子電腦能在台灣做應用與研究。2022 年三月，台灣「量子國家隊」成立，其中包含了 17 個產業界與學術界的研究團隊，分別在「量子電腦硬體技術」、「光量子技術」以及「量子軟體技術與應用開發」三個領域中努力。量子國家隊的近期目標，是在未來五年內，建構出台灣自製 10 qubit 量子電腦，並且建置量子通訊網路系統。

在「量子電腦硬體技術」中，鴻海集團成立的「鴻海研究院」正著手研發離子阱量子電腦，正是看準離子阱的高 T1 與 T2，以及量子閘準確率。另外，還有台灣半導體研究中心，選擇用「矽量子點技術 (Silicon Quantum Dot)」打造量子位元。除此之外，台灣也將目光轉向量子電腦的相關組件，發揮既有的傑出半導體與積體電路技術，為需要在低溫控制的超導量子位元研發「低溫控制電路模組」(Cryo-CMOS Circuits)。此技術能解決因為量子位元控制導線各自獨立，而造成導線過多的問題，將操控 qubit 的微波電路微縮並簡化，大幅降低來自環境的干擾。

在「量子電腦」概念被提出 40 年後的今天，世界各地的研究團隊，正在利用各種不同的物理性質，除了增加位元數，也精進運算品質，嘗試將量子科技變成現實。台灣量子電腦暨資訊科技協會、台大 IBM 量子中心、鴻海離子阱實驗室，與其他產學界研究團隊都將備齊裝備、相互合作，加入這波世界級的量子計算競賽，致力帶領台灣走向量子世代。

註解

- ^[1] Meister, S. (2009). Bloch Sphere. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Bloch_sphere
- ^[2] IBM Qiskit Textbook. <https://qiskit.org/textbook/preface.html>
- ^[3] Harvard Natural Sciences Lecture Demonstrations. (2013). Rotating Saddle. Youtube. <https://youtu.be/XTJznUkAmIY>
- ^[4] IonQ. <https://ionq.com/>
- ^{[5][6]} Krantz, P., Kjaergaard, M., Yan, F., Orlando, T. P., Gustavsson, S., & Oliver, W. D. (2019). A quantum engineer's guide to superconducting qubits. Applied physics reviews, 6(2), 021318.
- ^{[7][8]} IBM Quantum Computing. <https://www.ibm.com/quantum>

參考資料

1. Krantz, P., Kjaergaard, M., Yan, F., Orlando, T. P., Gustavsson, S., & Oliver, W. D. (2019). A quantum engineer's guide to superconducting qubits. Applied Physics Reviews, 6(2), 021318.
2. Martinis, J. M., & Osborne, K. (2004). Superconducting qubits and the physics of Josephson junctions. arXiv preprint cond-mat/0402415.
3. W. -H. Png, T. Hsu, T. -W. Liu, G. -D. Lin and M. -S. Chang. (2022). Quantum Computing With Trapped Ions: An overview. IEEE Nanotechnology Magazine, vol. 16, no. 4, 30-36.
4. IonQ Aria. IonQ. <https://ionq.com/quantum-systems/aria>
5. Gambetta, J. (2022, May 10). Expanding the IBM Quantum roadmap to anticipate the future of quantum-centric supercomputing. IBM research. <https://research.ibm.com/blog/ibm-quantum-roadmap-2025>
6. 許世穎 (2022 年 3 月 10 日)。立足臺灣產業優勢，布局量子革命。科技魅癮談觀點。
<https://www.charmingcitech.nat.gov.tw/post/perspective5-taiwan-quantum>

