# 勞倫茲收縮是否「可見」之研究

James Terrel著
歐陽博節譯自Physical Review-1959-

自從愛因斯坦在1905年，發表了他的狹義相對論以來，似乎一般都認爲，勞倫茲收縮（Lorentz Contraction）是能用眼睛看得見的。事實上，勞倫茲曾於1922年表示過，我們可以用照像機，把這種收縮照下來。類似的說法，不勝枚舉。旣使是愛因斯坦本人，也曾在他的大作「相對性原理」中，留給大家這種收縮是屬可見的印象；雖然，也許他並不是有意如此的。

普通我們說：這運動中的物體，「看起來」是收縮了。這句話本身的意義是含混不清的。狹義相對論說：我們可以從實驗，「觀察到這種收縮。」在這裡，我們通常把「觀察」(Observe) 和「看」(See) 視爲同義。

但是實際上，他們是有著根本上的差異的。此話怎講？因爲當我們「觀察」一個快速運動中的物體時，是指「同時」量出該物體的某些點之位置，以決定它的形狀和大小。如果用光做工具來測量，則所有的光子應該「同時」——以觀察者的座標系統之時間爲準[1]——離開物體的表面，而於不同的時間到達觀察者的位置。將所得之數據，加以適當的計算，便可求得該物的形狀及大小。但是當我們用眼睛看或者拿照相機照它的時侯，正好相反；因爲我們所接收的光子，顯然是從不同的時間發出，而在相同的時間到達觀察者的位置。所以，「看」和「觀察」是有很大的差別的；尤其當我們考慮一個快速運動的物體時，這種差別就益爲明顯。

爲了使我們的討論更具體一點，我們可以設計下面這樣的一個實驗。先預備一具高速照相機。當然，一切由於透鏡或映像版所產生的變形（distortion），都得小到可以忽略不計的程度。爲了減少誤差起見，我們令欲照之物體——它在靜止時的形狀及大小均爲已知——以相當高的均勻速度，通過照像機的正前方。

用數學的術語來說，即一笛氏座標系S，令觀察者位於其原點O。今有某物平行於Z軸，以V之等速度運動。設另一笛氏座標系$S^1$亦以V之速度沿Z軸運動，且$X^1$，X；$Y^1$，Y軸各相平行；$Z^1$軸與Z軸重合，而於照相機快門卡片擦的一刹那，正好O與$O^1$點相會。自然，$S^1$系與該物係相對靜止的。

如果以照相機爲心，畫一假想的圓球，則底片上的像，與球面上之像顯然相似。所以，要比較在O與$O^1$各照像機所攝得之像，可先比較以各點爲心之圓球，看看它們面上每點之間的關係如何。

令θ，∅爲S系之球面極座標；θ是P點和O點連線與Z軸的夾角，∅是此線於X-Y平面投影線和X軸的夾角。($S^1$系：$\theta^1$，$\varnothing^1$) 如此，則對於P點，(θ，∅)，($\theta^1$，$\varnothing^1$) 各表示在O及$O^1$點觀察，所見該點的方向。

θ，$\theta^1$，∅，$\varnothing^1$之間的關係，可由光行差的公式（導自勞倫茲轉換公式）[2]得

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}{1+\frac{V}{C}\cos\theta^1}\sin\theta^1$$

$$\text{及}\cos\theta=\frac{\cos\theta^1+\frac{V}{C}}{1+\frac{V}{C}\cos\theta^1}$$

由於X—Y與X′Y′平面不受勞倫茲收縮的影響，所以 $\varnothing=\varnothing^1$ 及$d\varnothing=d\varnothing'$

請考慮在以O爲心的圓球面上的一個小矩形，它的方向爲(θ，∅)，各邊所張的角是 dθ和sinθd∅，從$O^1$點來看，則各爲($\theta^1$，$\varnothing^1$)，$d\theta^1$，$\sin\theta^1 d\varnothing'$。從上面的結果，得

$$\frac{d\theta^1}{d\theta}=\frac{\sin\theta^1}{\sin\theta}=\frac{1+\frac{V}{C}\cos\theta^1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}=\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}{1-\frac{V}{C}\cos\theta}$$

$$=\frac{1}{M}$$

$$\text{又}\frac{\sin\theta^1 d\varnothing^1}{\sin\theta d\varnothing}=\frac{\sin\theta^1 d\varnothing}{\sin\theta d\varnothing}=\frac{\sin\theta^1}{\sin\theta}=\frac{d\theta^1}{d\theta}=\frac{1}{M}$$

由上面二式，可知二矩形完全相似，而大小差了M倍。只要所觀察的物體對觀察者所張的角不太大（意即cosθ 可視爲常數，M亦因此是常數），則我們只看見他們的「遠近」（Apparent dis tance）改變了，但形狀是不變的。特例：當此物沿Z軸運動時，$M=\sqrt{\frac{C+V}{C-V}}$ 當$\theta=\pi$，$M=\sqrt{\frac{C-V}{C+V}}$ 當 θ=o，與都卜勒效應相同。

因此我們得到了一個奇怪的結果；對於O，$O^1$不同的觀察者，各個小範圍內的像，都各相似而大小不同，放大率則從範圍而變。各位也許會說，勞倫茲收縮仍然是可見的。是的，但是這是不同於從前的。因爲從前是指Z方向的收縮可「見」，如前面所述，顯然不能成立。

註1.時間之相對性，請參閱 Landau & Lifshitz 的 The Classical Theory of Fields pp.3,4.
註2.光行差之公式，請看同書P.16.