# P 坐標倒置 T 時間逆流 C 與 粒子換反

汪雅煌 譯

Definition of P.T.C.

If there exists a quantum state, which is described by wave function $\varphi=\varphi(r, \theta, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{L}, I_3, h, t)$ where r, $\theta$, $\varphi$: components in spherical coordinate.

$\mathbf{p}$: momentum　　$\mathbf{s}$: spin　　$\mathbf{L}$: angular momentum

$I_3$: third component of isospin vector

h: helicity　　t: time　　etc.

then by the operation under P.T.C, the wave function $\psi$ possesses the following properties:

$$P\psi=\psi(r, \pi-\theta, \pi+\varphi, -\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{L}, I_3, -h, t)$$
$$T\psi=\psi(r, \theta, \varphi, -\mathbf{p}, -\mathbf{s}, -\mathbf{L}, I_3, h, -t)$$
$$C\psi=\psi(r, \theta, \psi, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{L}, -I_3, h, t)$$
$$\therefore\ CPT\psi=\psi(r, \pi-\theta, \pi+\varphi, \mathbf{p}, -\mathbf{s}, -\mathbf{L}, -I_3, -h, -t)$$

本文譯自 Physics Today 第19卷第3期，爲李政道先生對 Belfer 科學研究所及 Yeshiva 大學所舉行的第四次科學年會上發表的講稿。譯者才疏學淺，有掛漏之處，盼多賜敎。翻譯中承蒙楊伯先老師的指導，正名一些專有名詞。林文蔚同學的爲我校對譯文。在此儘表個人的謝意。

以下就是本篇的全文：

——譯　者——

當我們對——坐標倒置 (Space Inversion)，時間逆流 (Time Reversal) 和粒子換反 (Particle-Antiparticle Conjugation)——的對稱作用讀得愈多，似乎我們懂得更少。到現在，雖然才很少數的這些對稱現象被吾人所知，不過很可憐地，我們已達到了失去以往所持見解的境地矣！

## 古典物理中的P與T

在古典力學，坐標倒置 (P)，時間逆流 (T) 的不變性。就是說一切力學定律在 P: $\mathbf{r}\to-\mathbf{r}, t\to t$ 與 T: $\mathbf{r}\to\mathbf{r}, t\to-t$ 的運作下仍維持不變。

若有一部某質點系統運動的電影。若 P 成立，則我們不能確定的指出它是眞正的運動過程或是它對某鏡子所成像的過程。同樣的若 T 成立，卽質點逆程而返的程序亦未嘗不是我們所看到的記錄。對一個大數目質點的大維系統 (Macroscopic System)。雖然我們不能確知影片是否逆時程序，不過我們可試着去推測。通常這是一個統計意味使我們去區別它到底是順時或逆時程序。一般而言，若數目相當大，則亦較具正確性。

## 宇稱 (Parity) 的非保守性

在量子力學中，P 和T 的對稱運作很成功的應用在原子物理上。除最先適用於電磁作用外，而後卽推廣到强作用和弱作用上。然而就在被引用於粒子物理時，問題發生了；造成了宇稱不守恒性的被發現。

第一個宇稱不守恒的實驗發現於質點的 $\beta$ 衰變。在此 P 的對稱性不成立了。而同於這個實驗，也發現 C 的對稱被破壞了。相繼着 $\pi$ 和 $\mu$ 衰變的不守恒性質也都發生了。

在量力中，P 是么正算子 (Unitary Operator)

其特徵值 (Eigenvalue) 卽爲宇稱 (Parity)。若 P 成立，宇稱必要守恒。設一粒子動量 $\mathbf{K}$, Helicity $\lambda$（其定義爲自旋在 $\mathbf{K}$ 方向的分量）。經 P 運作後得

$$P\,|\,\mathbf{K},\lambda\rangle=\eta_P\,|-\mathbf{K},-\lambda\rangle \qquad (2)$$

$\eta_P$ 爲相位因數 (Phase Factor)。

初期，基於 $\theta^+$, $\tau^+$ 的困惑而促使我們去發現空間反轉的不對稱。

$$K^+=\begin{cases}\theta^+\rightarrow\pi^++\pi^0\\ \tau^+\rightarrow\pi^++\tau^++\tau^-\end{cases} \qquad (3)$$

因 $\theta^+,\tau^+$ 有同樣的質量，壽命 (Lifetime)，故被認爲它們必是 $K^+$ 介子的二種衰變模型。然而 $\pi$ 粒子的宇稱值在强作用和電磁作用下測得爲 $-1$，卽

$$P_{st}(\pi)=P_\gamma(\pi)=-1 \qquad (4)$$

st, $\gamma$ 分別代表强作用和電磁作用。因此我們發現有二種不同的宇稱值。對二個 $\pi$ 粒子爲 $+1$，三個粒子爲 $-1$。故若說 $\theta^+$ 和 $\tau^+$ 是相同的粒子，那就相對的說明了宇稱非守恒性質的事實了。現在已有很多實驗支持說 P 對稱性在 $H_{st}$ 和 $H_\gamma$ 的不變性。但 $H_{wk}$ 弱作用則否。目前最有力的證據去確定 $P_{st}=P_\gamma$ 是在原子核物理中的實驗。大體上其不守恒的誤差僅在 $10^6$ 分之 1。

## 不可區辨的粒子

假若質點可以區辨，那就可以不含糊的去定義 P 和 T。然而因於質點間的作用或蛻變所造成不同質點的不能分辨是常會發生的。若 P, T 的對稱性不能適用於所有的作用；那定義這些算子必與作用的不同有關。我們可以說假若沒有强作用和電磁作用，那我們必不會把宇稱的非守恒性推到弱作用身上去了。事實上在這些假定條件下，很多質點的不可辨認。或謂可以找到使 $H_{wk}$ 不變的 P。

例如 $H_{st}=H_\gamma=0$ 則上述 (3) 的反應都得到 $\pi$ 粒子的宇稱值爲 $+1$。故吾人說「$H_{wk}$ 在坐標倒置下是不變的」。豈非可矣？因爲我們說 $H_{wk}$ 破壞了 $H_{st}$ 和 $H_\gamma$ 的宇稱保守性。其實何嘗不能說 $H_{st}$ 和 $H_\gamma$ 破壞了 $H_{wk}$ 的宇稱保守性。

## 時間逆流的不變性

到底在我們所知道的作用中，有關時間逆流的對稱性是否亦有如同上述坐標倒置的不守恒情形呢？繼着發現宇稱不守恒的實驗後，已有若干强作用和電磁作用的實驗去驗證時間逆流的不變性。一切結果仍符合無誤。然而最近有類似於 P的例子發生於 $K_2^0$ 的衰變中，使 T 對稱不變性只近似成立而已。

在討論此作用前，讓我們先複習下時間逆流不變性的意義。在量子力學內，T 運算子是一反么正算子(Antiunitary Operator)。對於薛丁格方程式 (Schrödinger, eq.) 的解 $\psi(t)$

$$H\psi(t)=-(ih/2\pi)d\psi/dt \qquad (5)$$

我們可得另一不同的解 $\psi_T(t)$ 從同一方程式

$$\psi_T(t)=T\psi(-t)=U_T\psi^*(-t) \qquad (6)$$

$U_T$ 是么正算子。* 是共軛複數。

一個在T 對稱不變性下的重要結果是躍遷機率 (Transition Probability)的互換關係 (Reciprocity relation) 卽 $a\rightarrow b$ 的 S- 矩陣 (S-matrix) 值是等於 $a_T\rightarrow b_T$ 的。

$$|\langle b\,|\,S\,|\,a\rangle|=|\langle b_T\,|\,S\,|\,a_T\rangle| \qquad (7)$$

這裏 $|\,a_T\rangle=T\,|\,a\rangle$，$|\,b_T\rangle=T\,|\,b\rangle$。有幾個强作用的實驗去驗證這個關係，而得到很好的結果。意卽在時間逆流的對稱下，强作用是不變的，寫成 $T_{st}$。例如在 $P+t\rightleftarrows d+d$ 的作用中，誤差僅約 2%。

當擧 $\Lambda^0$ 衰變爲例來說明弱作用的不變性時

$$\Lambda^0\rightarrow N+\pi \qquad (8)$$

終態 (Final State) 的 $\pi+N$ 可爲 $S_{1/2}$ 或 $P_{1/2}$。若以 $A_s$, $A_p$ 分別表示其自旋軌道態 (Spin-orbital State) 的振幅。且終態的總同位旋 (Isospin) 爲 $I=1/2$。假如弱作用也有同 $T_{st}$ 的不變性，則其相對的 $\phi$ 相位可定義爲

$$\frac{A_s}{A_p}=\left|\frac{A_s}{A_p}\right|C^{i\phi} \qquad (9)$$

$$\phi=\delta_s-\delta_p \text{ 或 } \phi=\delta_s-\delta_p+\pi \qquad (10)$$

上面 $\delta_s$, $\delta_p$ 分別爲 $I=1/2$ 態，$N+\pi$ 强作用下 $S_{1/2}$ 及 $P_{1/2}$ 的相位移 (Phase Shift)。實驗的結果 $\delta_s-\delta_p\approx+7$ deg，而 $\phi_{exp}=15\pm20$ deg。這些相符於在 T 作用下 $H_{wk}$ 的不變性。同樣精確的結果亦可由 $\beta$ 粒子衰變的實驗得到。

伽目——提勒耦合常數 $g_A$ (Gamow-Teller Coupling Constant) 與費米常數 $g_v$ (Fermi Constant) 的相對相位 $\theta$ 已被測得。若弱作用適合時間逆流的對稱性，$\theta=0$ 或 180 deg. 實驗值是 180 $\pm8$ deg.〔理論上，弱作用，非輕子 (Nonleptons) 的奇異數不變粒子流 (Strangeness-conserving

Crrent) $J_\mu$ 是被假設滿足電荷對稱性 (Charge Symmetry) 即 $J_\mu^* = -\exp(i\pi I_y) J_\mu \exp(-i\pi I_y)$，$I_y$ 是同位旋 (isospin) 在 y 軸的分量。在這假設下，$g_A/g_\lambda$ 與時間倒流無關，其值應爲實數。]

如 $\Lambda^0$ 的衰變，初態的 $\Lambda^0$ 在靜止系內，若沿單位向量 $\mathbf{S}_\Lambda$ 極化着 (Polarized)。然後具動量 $\mathbf{K}$，終態的 N 必沿 $\mathbf{S}_N$ 方向極化着。而 $\mathbf{S}_N$ 應唯一決定於 $\mathbf{S}_\Lambda$, $\mathbf{K}$ 和 $A_S$, $A_P$。現在若考慮其逆反應

$$N+\pi \rightarrow \Lambda^0 \tag{11}$$

初態的 N 是沿 $-\mathbf{S}_N$ 方向極化而且動量 $-\mathbf{K}$。遵照古典力學，時間逆流的不變律將使終態的 $\Lambda^0$ 沿 $-\mathbf{S}_\Lambda$ 方向極化着。但若按量子力學的說法，逆作用的 $\Lambda^0$ 雖然亦是完全極化着，但即使時間逆流的不變律成立，一般說來其極化方向 $\mathbf{S}_\Lambda'$ 是與 $-\mathbf{S}_\Lambda$ 不一樣的。

在時間逆流不變性成立下，若要使 $\Lambda^0$ 在 $-\mathbf{S}_\Lambda$ 方向上極化，我們不僅要使 $N+\pi$ 具有相反的 $\mathbf{S}_N$ 與 $\mathbf{K}$ 外，還要對 $S_{1/2}$ 及 $P_{1/2}$ 的入射波作適當的混合 (mixture)。數學上，可以很容易的將反么正算子 T 加在 $\Lambda^0 \rightarrow N+\pi$ 的終態 $\psi(t=\infty)$ 上。然而物理上要得到所需的狀態去直接驗證時間逆流的對稱性，實際上是很不可能的。對時間逆流的運作下，這裏存在着古典物理與量子力學重要的分野。

以上我們直接而具體的去檢驗時間逆流不變性的主要目的，不外是在於不同微分截面 (Differential Cross Section) 的互換關係。(如第(7)式所提）。而事實上，時間逆流不變性的破壞就相當於這些互換關係的不能成立。

## 粒子——反粒子與 CPT 不變性

由以上的一切非保守性的發現，促使我們去看看 CPT 定理正確性的必要。

在場論中，CPT 定理謂若某一理論在經勞侖玆轉換式的一個連續羣作用下是不變的，則此理論在如坐標倒置，時間逆流等單獨的作用下，其對稱不變性亦自動的成立。若對所有的哈米頓 (Hamiltonian)，CPT 都成立，則有

$$\langle B|H|A\rangle = \langle \bar{B}|H|\bar{A}\rangle^* \tag{12}$$

這裏

$$|\bar{A}\rangle = CPT|A\rangle$$
$$|\bar{B}\rangle = CPT|B\rangle \tag{13}$$

從 CPT 不變性得到：若 A 爲穩定粒子，則它的 CPT 共軛態 $\bar{A}$ 亦爲質量相等的穩定粒子。

CPT 運算子是一反么正算子，如果 $|A\rangle$ 具動量 $\mathbf{K}$，Helicity $\lambda$，則 $|\bar{A}\rangle$ 具有相同的 $\mathbf{K}$ 和反號的 Helicity-$\lambda$，在 CPT 下很容易的可以知道電磁場的 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 都是不變的。故在一外加電磁場下，很清楚的可以發現到 $|A\rangle$ 與 $|\bar{A}\rangle$ 具有相反的電荷。那麼就場論構架中，可以證明到 $|A\rangle$ 與 $|\bar{A}\rangle$ 中的重子 (Baryon)及輕子(Lepton) 的數目必相等而反號。因此稱 $\bar{A}$ 是 A 的反粒子態。

粒子與反粒子等質量關係，最爲代表性的是 $K^0$ 與 $\bar{K}^0$，

$$\langle K^0|H|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle \tag{14}$$

實驗測得 $K_1^0$ 與 $K_2^0$ 的質量差 $\Delta m$，而 (14) 式成立的誤差僅 $|\Delta m/m_K| \approx 10^{-14}$。故我們可以認爲 $H_{st}$, $H_\gamma$ 和 $H_{wk}$ 的 (Strangeness Conserving Nonleptonic Part) 在 CPT 下是不變的。

其他部份的 $H_{wk}$，對 CPT 的不變性，可由 A 及 $\bar{A}$ 在弱作用衰變的壽命來證明。在目前 $\Delta\tau$ 的上限是

$$\left|\frac{\Delta\tau}{\tau}\right| < \begin{cases} 0.001 & \mu^\pm \\ 0.08 & \pi^\pm \\ 0.015 & K^\pm \end{cases}$$

以下的討論我們都假設 CPT 不變性是成立的，因此粒子態 A 及反粒子態 $\bar{A}$ 都有相同的質量，反號的電荷，相反的重子數或輕子數。假如A不穩定，它們亦擁有相等的壽命。

## $C_{st}$ 對稱

對强作用來說，已由實驗數據知 $P_{st}$ 誤差約 $10^{-6}$, $T_{st}$ 僅幾%，CPT 在 $10^{-14}$。我們可定義 $C_{st}$

$$C_{st} = (CPT)T_{st}^{-1}P_{st}^{-1} \tag{16}$$

强作用中 $C_{st}$ 的不變性被預測有如 $T_{st}$ 的準確性。在 $C_{st}$ 的作用下 $p \rightarrow \bar{p}$，$n \rightarrow \bar{n}$。它們的動量和 Helicity 仍維持不變。同理我們有 $\pi^+ \rightarrow \pi^-$，$\pi^0 \rightarrow \pi^0$ 等等，這些介子的轉換可以由重子或反重子數測得。而且 $C_{st}$ 的對稱性又可由質子——反質子絕滅 (Annihilation) 的能量分佈去研討。

$$\bar{p}+p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \cdots \tag{17}$$

誤差小於 1%，至於 $K^+$, $K^-$ 的能量分佈誤差則不超過 2%。

然而弱作用違背了 $C_{st}$，還可由 $H_{wk}$ 大大的破壞了 $P_{st}$ 以及在 CPT 及 $T_{st}$ 下 $H_{wk}$ 不變的結論去推證。我們亦可由 $K^0$ 衰變得此結論。若 $K_1^0$, $K_2^0$ 都是中性的 K 介子，後者有較長的壽命。若 $C_{st}$ 的對稱在它們的弱衰變下是守恒的，則 $K_1^0$ 和 $K_2^0$ 將是 $C_{st}$ 的特徵態 (Eigenstate)，分別具相反號的特徵值 (Eigenvalue)，但在衰變 $K_1^0\to 2\pi$ 及 $K_2^0\to 3\pi$ 中，最後的 $2\pi$ 及 $3\pi$ 都是 $C_{st}=1$ 的狀態。故 $C_{st}$ 的不變性因之被破壞了，而 $C_{st}$ 的對稱亦非精確。若 $|P\rangle$ 爲質子態（物理的），CPT$|P\rangle$ 爲反質子態（物理的）。那麼 $C_{st}|P\rangle$ 則只是反質子態的近似而已。

## 中性K介子的二個π衰變

較長壽命的 $K_2^0$ 有衰變成二個 $\pi$ 的模型

$$K_2^0\to\pi^++\pi^- \tag{18}$$

設加上 $C_{st}$ 及 $P_{st}$ 的作用，仍不改變終態，故有 $C_{st}P_{st}=+1$。另一方面 $K_2^0$ 仍可衰變成三個 $\pi$ 的模型

$$K_2^0\to\pi^++\pi^-+\pi^0 \tag{19}$$

因之又有了 $C_{st}P_{st}=-1$ 的結果產生。同一個粒子，有了二個不同 $C_{st}P_{st}$ 值的狀態。因此 $C_{st}P_{st}$ 的守恒性被破壞了。卽

$$[H,\ C_{st}P_{st}]\neq 0 \tag{20}$$

其實 $K_2^0$ 的衰變中，初態和終態都是 $H_{st}+H_\gamma$ 的本徵態，其遷移 (Transition) 則由 $H_{wk}$。故單由這個實驗，並不能決定到底那種作用破壞了 $C_{st}P_{st}$ 的守恒性。强作用？電磁作用？弱作用？或其二種的混合？或者有目前仍不知道的超弱作用呢？我們不得而知！

如果假設 CPT 不變性在 $K_2^0$ 的衰變是成立的，則由 (16) 及 (20) 我們可推得

$$T_{st}HT_{st}^{-1}\neq H \tag{21}$$

$K_2^0$ 的破壞 $C_{st}P_{st}$ 是很小的一個，若以參數去記之

$$|\varepsilon|=\left|\frac{R_{ate}(K_2^0\to\pi^++\pi^-)}{R_{ate}(K_1^0\to\pi^++\pi^-)}\right|^{1/2}\approx 2\times10^{-3} \tag{22}$$

$\varepsilon$ 值的太小，也許給了這個新發現帶來了困惑。不過有很多的方法可以去造成這個結論。

一個相反或許更引人注意的可能，是假設 $H_{st}$ 與 $H_{wk}$ 在 $C_{st}P_{st}$ 下是不變的，但 $H_\gamma$ 不能。故所有强作用及弱作用的過程在光子的吸收與發射對 $C_{st}$ 的不變性與 $C_{st}P_{st}$ 的非不變性都有小小的誤差。上述的假設，當然引起了許多值得商榷的地方，其中在 $C_{st}$ 下，$H_\gamma$ 的非保守性的假設是否和很多所知的實驗相違背卽是一個問題。經廣泛的探討，未能發現這個假設的可行性，但亦沒有辦法去證實 $H_\gamma$ 是否滿足 $T_{st}$ 作用下的不變性。若說電磁作用對 $C_{st}$ 並非不變的，但由實驗知 $H_\gamma$ 在 $P_{st}$ 與 CPT 下是不變的，故可推知 $H_\gamma$ 破壞了 $T_{st}$ 的不變性。當然這在目前只不過是理論上的可能。然而由於很多實驗一直在進行者，或許可以供給足够的證實於未來。

## 電荷換反是什麼？

輕子的電磁作用在 $C_\gamma$ 下是不變的，進一步發現 0 自旋與 1/2 自旋的粒子亦然。同時在 $T_\gamma$ 與 $P_\gamma$ 下亦保持作用的不變性。這似乎可以假設存在一電荷換反算子 $C_\gamma$，在它的運作下所有的電磁流 (Electromagnetic Current) 改變符號，所有的電磁作用保持不變。從實驗的證明 $P_{st}$ 與 CPT 的不變性，我們又知道 $H_\gamma$ 在 $P_\gamma$ 與 $T_\gamma$ 下又保持不變，這裏 $P_\gamma=P_{st}$，$C_\gamma P_\gamma T_\gamma=C_{st}P_{st}S_{st}=CPT$。

到底電磁作用是否滿足 $C_{st}$ 的對稱性，可由 $C_\gamma$ 是否與 $C_{st}$ 一樣加以推證（當然 $C_{st}$ 是考慮重子數的換反，原理上不同於電荷換反）假如電磁作用違背了 $C_{st}$ 的對稱性，則 $C_{st}\neq C_\gamma$ 因而 $T_{st}\neq T_\gamma$。

到目前已經提過 $H_{wk}$ 在 $P_{wk}$ 下是不變的，又可證明到在 $T_{wk}$ 與 $C_{wk}$ 下亦然。事實上，我們所有的實驗都能够吻合於我們的假設——每一個作用 $H_i$ 在它自己的 $C_i$, $P_i$ 及 $T_i$ 運作下都是不變的。$i=st,\ \gamma,\ wk$

$$C_iP_iT_i=CPT \tag{23}$$

宇稱的不能守恒就是由於下面的不能一致

$P_{wk}\neq P_\gamma=P_{st}$，$C_{st}\neq C_{wk}\neq C_\gamma$ 或可列表於下：

| | | | |
|---|---|---|---|
| $H_{st}$ | $C_{st}$ | $T_{st}$ | $P_{st}$ |
| | $\neq$ | $\neq$ | $\Vert$ |
| $H_\gamma$ | $C_\gamma$ | $T_\gamma$ | $P_\gamma$ |
| | $\neq$ | $\neq$ | $\neq$ |
| $H_{wk}$ | $C_{wk}$ | $T_{wk}$ | $P_{wk}$ |
| | | $\Vert$ | |
| | | $T_{st}$ | |

對於"C"，我們開始於電子的電磁作用 $C_\gamma$

（電荷換反），而後 $C_{\gamma}$ 被推廣用於其他的作用上，叫作「粒子反粒子換反」。等到宇稱的非保守性發現後，我們已知道了電荷換反的不變性不能推廣於弱作用上。這個觀念只好被 CPT 的不變性代替了。

科學的進步經常是由於吾人的宇宙觀念和對自然觀察密切配合的結果。前者有賴於後者始能推理；而後者則大大的受限於前者；當我們推廣觀察的領域時，自然地也增廣了我們的觀念。不過，有時候，我們所煩惱的是這兩個因素——觀念和觀察——之間的結合可能使某些用於一般現象的基本原理演變到無實驗的根據。尤其，本文所敍的各種對稱性質就是最爲代表性的了。