聚會 討論與報告

■ 青

我們渴望着知識，而知識是博大無窮盡的。我們可以從老師的傳授而深明知識的龍脈；可以從書本的猛讀而窮極知識的系統；更可以從孜孜的誨人而了然知識的靈活；但是只有誠摯的討論才能促進知識的交流。當然，讀大學並不全然是爲着那麼一點兒的東西而來滿足自己，我們需要的是學習一些做人的道理，明白羣體之間的關係，而在每一個份子的心靈上，縮短彼此的距離，藉着意見的交換，互相瞭解，互相撞擊，以達成塑造人格，堅立人格的目的。

在那麼一個短短的寒假，我們有了這麼一個雛形的構想：我們是一羣物理系二年級的學生，我們所能得到知識的淺薄，限制我們做躍步的探究；也就是說我們固然不可忘了自己所追求的終極目的和重心所在，但是我們希望在特殊知識交流之外，能够求得更廣泛更有趣的知識摩擦，當然我們的範圍甚或涉及社會、心理、哲學、思想、生活等各種問題。由於每一個人的觀點不同（這自然是我們所期待的一部份要求），在討論上將會產生摩擦，但是我們高興的是摩擦才有火花，火花才是生命，才是亮光。爲了此等要求，我們七個人表明了自己的寄望，而終於在聚餐時宣告成立「讀書研討會」。

我們的重心放在每一個人都能够將他的讀書心得，觀點等提出來，大家共同討論。所以我們排定一週一人主講，別的人可以吸取其特有的意見，亦可以提出自己各種的想法。我是擔當起了第一週的主角，這個拋磚引玉的責任的確不小，爲了表示本會並未曾忘本，我討論的內容乃引進最近吸收的一些心得而立爲 Some Formula and Their Inductions in Relativity。爲了使大家明白我們內容涉及的廣泛，我依序將各次的內容以標題式述之如下：

2. 尼采的哲學及完人思想。
3. 落後國家的資本形成問題。
4. 大學的功用及教育系制。
5. 物理定律的特性討論。
6. 男女感情的問題與處理。
7. 寂靜的春天（危害自然的農藥）。

以上共是七篇，分由七人主論，我們有抽象的思想，有社會的觀念，亦有生活的剖視，這些正是我們所要求的。

聚合的時間並非謹嚴，視大家的方便而定。至於地點更是視興之所至而趨之，教室、傅園、活動中心、同學家、冰菓室等都是我們相聚的地方。我不用對這七篇來個完全的分析，畢竟這是好幾天的成果，我們也不敢說我們一定獲得了那些東西。現在以我自己爲例，將那次所討論的內容加以節錄，因爲這只是爲出席討論而預備的報告，所以其結構既不像一般的講稿，亦不像一般的文章，而正似所謂 Note 之類，但是爲了保持其原來的面目，使大家了解其作用，除了對某些不甚需要的部份加以刪除外，盡量維持原文，甚至文意不通之處，也只有留着大家去揣摸了，因爲很多式子的變換上省略了不少的步驟，不過絕沒有「黑」了過去。

× × × ×

Field 之存在乃是一種假設，因爲物質間作用力之發生，並非必須有直接的接觸，有時是跨越空間的。我們不稱此物質有力作用於他物質，而代之以此物質在其附近空間產生作用場，他物質存在此作用場中卽受到作用力，卽場觀念的成立。由此我們將討論相對論中課本上未加以深究的各種觀念：

Event 就是事件，而以地方，時間來描述它。所以我們將其對應於「四度空間」。在此空間中以點來代表事件，而每一質點在空間中關係着一線，稱之爲世界點及世界線。在 K system 中，二點若恰爲一signal 所通過，則

$$\begin{cases} (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2 \\ \quad +(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2=0 \\ (x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2 \\ \quad +(z_2'-z_1')^2-c^2(t_2'-t_1')^2=0 \end{cases}$$

定義 Interval

$$s_{12}=[c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2]^{1/2}$$

所以若 $s_{12}=0$ 則 $s_{12}'=0$ 且定

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2$$

$$ds^2=-(dx^2+dy^2+dz^2+d\tau^2)=-\text{distance}$$

由上面知 ds, ds′ 爲同 order 之微分，設 ds=ads′，a 只和 v 有關，且 ds′=ads 故 a=±1，取 +1，則 ds′=ds，得 s′=s〔An invariant quantity〕

其次 我們介紹 Transformation，必須注意 Interval 是 Invariant 而分別爲位移及轉動，假設

$$\begin{cases} x=x'\cos\psi-t'\sin\psi & \psi=\psi(V) \\ t=x'\sin\psi+t'\cos\psi \end{cases}$$

若 K′ 之原點在 K 中運動，x′=0，則 $x=-t\sin\psi,\ t=t'\cos\psi$

$$\frac{x}{t}=-\tan\psi=i\frac{V}{c}$$

故 $\sin\psi=\frac{iv}{c}(1-r^2)^{-1/2}$，$\cos\psi=(1-r^2)^{-1/2}$

其中 $r=\frac{V}{c}$ 代入上式卽得 Lorentz Transformation 而在 K 中 $v_x=v\cos\theta\ v_y=v\sin\theta$，在 K′ 中，$v_x'=v'\cos\theta$，$v_y'=v'\sin\theta$ 而

$$v_x=(v_x'+V)\left(1+v_x'\frac{V}{c^2}\right)^{-1}$$

$$v_y=v_y'(1-r^2)^{1/2}\left(1+v_x'\frac{V}{c^2}\right)^{-1}$$

故 $$\tan\theta=v'(1-r^2)^{1/2}\sin\theta'[v'\cos\theta'+V]^{-1}$$

這關係到光行差，卽：

$$\sin\theta=(1-r^2)^{1/2}\sin\theta'[1+\frac{V}{c}\cos\theta']^{-1}$$

$$\cos\theta=(\cos\theta'+\frac{V}{c})[1+\frac{V}{c}\cos\theta']^{-1}$$

若 V≪C，則

$$\Delta\theta\approx\sin\theta'-\sin\theta$$

$$=-\frac{V}{c}\cos\theta'\sin\theta'\approx\frac{V}{c}\sin\theta'$$

在四度空間中，所談的是「Four-Vector」，以 Tensor 表示卽

$$A_{ik}=\alpha_{im}\ \alpha_{kl}\ A_{ml}'$$

其中

$$\alpha_{ik}=\begin{pmatrix} \frac{1}{\beta} & 0 & 0 & \frac{-ir}{\beta} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{ir}{\beta} & 0 & 0 & \frac{1}{\beta} \end{pmatrix} \qquad \beta=(1-r^2)^{1/2}$$

由此可以引出 Four dimension velocity and acceleration：$U_i=\frac{dx_i}{dS}$，其中 $dS=cdt\cdot\beta$

$$U_\alpha=\frac{v_\alpha}{c\beta} \qquad U_4=\frac{i}{\beta}$$

$dx_i^2=-dS^2$, $U_i^2=-1$, a unit Four-vector

Four-acceleration $\omega_i=\frac{dU_i}{dS}$

$$\begin{cases}\omega_\alpha=\frac{1}{c^2\beta}\frac{d}{dt}\frac{v_\alpha}{\beta} \\ \omega_4=\frac{i}{c^2\beta}\frac{d}{dt}\frac{1}{\beta}\end{cases} \qquad \text{故 } U_i\frac{dU_i}{dS}=0 \qquad U_i\omega_i=0$$

× × × ×

我們要討論力學，其開端在根據 Lagrangian 及 Hamiltonian dynamics 因爲牛頓力學經過修正，已改變甚多，不得直接應用。首先來觀察「The principle of least action」，此 action S 必須不受參考系統之影響，卽 Invariant under Lorentz Transformtion 故爲純量且爲一次微分，我們知道 dS 具此性質，故設

$$S=-\alpha\int_a^b dS$$

$$S=-\int_{t_1}^{t_2}\alpha c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}dt=\int_{t_1}^{t_2}Ldt$$

$$L=-\alpha c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\approx-\alpha c+\frac{\alpha v^2}{2c}$$

故 $$\alpha=mc \qquad S=-mc\int_a^b dS$$

$$L=-mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

因爲 $P=\frac{\partial L}{\partial v}$，導出力的形式爲

$$\begin{cases}\text{方向改變：}\frac{m d\mathbf{V}}{dt}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\text{，}\mathbf{V}\text{ 爲向量} \\ \text{大小改變：}\frac{m d\mathbf{V}}{dt}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}\end{cases}$$

$\varepsilon=PV-L$，可得 $P=\varepsilon\frac{V}{c^2}$

同時

$$\delta S=-mc\delta d\int_a^b dS=0$$

$$=-mc\int_a^b\delta(-dx_i^2)^{1/2}$$

$$=-mc\int_a^b-dx_i(-dx_i^2)^{-1/2}\delta dx_i$$

$$=-mc\int_a^b U_i d\delta x_i$$

$$=mcU_i\delta x_i\Big|_a^b-mc\int_a^b\delta x_i dU_i$$

$$=mcU_i\delta x_i\Big|_a^b - mc\int_a^b \delta x_i \omega_i\, dS$$

因 $(\delta x_i)_a=(\delta x_i)_b=0$，故 $\omega_i=0$，若 $(\delta x_i)_a=0$，而以第二點爲變數，$\delta S=mcU_i\delta x_i$，故 Four-vector of momentum 爲

$$\frac{\partial S}{\partial x_i}=mcU_i$$

同時 $-\frac{\partial S}{\partial t}=-\frac{\partial S}{\partial \tau}ic$ 爲能量，故 $P_\alpha=P_\alpha$，$P_4=\frac{i\varepsilon}{c}$ 形成 Four-vecor，

$$U_i^2=-1,\qquad P_i^2=-m^2c^2$$

$$\therefore\ \frac{\varepsilon^2}{c^2}=P^2+m^2c^2$$

此即 Hamiltonian function

$$H^2=c^2(P^2+m^2c^2)\qquad \left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right)^2=-m^2c^2$$

$$\therefore\ \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2-\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2+m^2c^2=0$$

此爲相對論中的 Hanilton-Jacobi equation。因 $\varepsilon=-\frac{\partial S}{\partial t}$ 所以令 $S=S'-mc^2t$ 以探求和古典之吻合性，使 c 爲無窮大即得方程式

$$\frac{1}{2m}\left[\left(\frac{\partial S'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial S'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial S'}{\partial z}\right)^2\right]+\frac{\partial S'}{\partial t}=0$$

進一步討論力的 Four-vector 即

$$f_i=\frac{dP_i}{dS}=mc\frac{dU_i}{dS}$$

因 $\quad U_i\frac{dU_i}{dS}=0$

故 $\quad f_iU_i=0$

即二者互相垂直。

現在考慮質量改變，

$$Mc^2=m_1c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}+m_2c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

故 $M>m_1+m_2$，假設以 v_1 前進之 m_1，和靜止之 m_2 相碰合併，求 M 及 V。相碰後爲

$$M=\frac{1}{c^2}(\varepsilon^2-p^2c^2)^{1/2},\qquad V=P\frac{c^2}{\varepsilon}$$

故
$$c^4M^2=\left[m_2c^2+m_1c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right]^2-\left[mvc\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right]^2$$

$$=m_2^2c^4+m_1^2c^4+2m_1m_2c^4\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$v=m_1v\left[m_1+m_2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\right]^{-1}$$

一物質分裂爲 M_1 及 M_2，則

$$Mc^2=\varepsilon_1+\varepsilon_2,\qquad P_1+P_2=0$$

故 $\quad \varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2=M_1^2c^4-M_2^2c^4$

$$\begin{cases}\varepsilon_1=c^2\dfrac{M^2+M_1^2-M_2^2}{2M}\\[2ex] \varepsilon_2=c^2\dfrac{M^2-M_1^2+M_2^2}{2M}\end{cases}$$

最後是相對論中的碰撞問題：

假設碰撞前各爲 P_{10}, ε_{10}, P_{20}, ε_{20}，而 K 之 x 軸和 $P_{10}+P_{20}$ 之方向相同，因

$$\varepsilon_{10}+\varepsilon_{20}=\frac{\varepsilon_{10}'+\varepsilon_{20}'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=(\varepsilon_{10}'+\varepsilon_{20}')\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$P_{10x}+P_{20x}=\frac{v}{c^2}(\varepsilon_{01}+\varepsilon_{02})$$

即 $\quad V=\frac{(P_{10}+P_{20})c^2}{\varepsilon_{10}+\varepsilon_{20}}$

若一質點在 K 中靜止，在 K′ 中爲

$$-m_2V\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

而碰撞前後 $|P_1'|$ 不改變，m_2 碰撞後 x′ 分量之動量爲

$$m_2V\cos x\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

而 $\quad \varepsilon_2'=m_2c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$

$$\varepsilon_2=\frac{m_2c^2(1-v^2/c^2\cos x)}{1-v^2/c^2}$$

所以 $\quad V=\frac{P_{10}c^2}{\varepsilon_{10}+m_2c_2}=c\frac{(\varepsilon_{10}^2-m^2c^4)^{1/2}}{\varepsilon_{10}+m_2c^2}$

$$\varepsilon_2=m_2c^2+\frac{m_2(\varepsilon_{10}^2-m_1^2c^4)}{m_1^2c^2+m_2^2c^2+2m_2\varepsilon_{10}}(1-\cos x)$$

$$\varepsilon_1=\varepsilon_{10}-\frac{m_2(\varepsilon_{10}^2-m_1^2c^4)}{m_1^2c^2+m_2^2c^2+2m_2\varepsilon_{10}}$$

$$\varepsilon_{1\,min}=m_1c^2+\frac{(\varepsilon_{10}-m_1c^2)(m_2-m_1)^2c^2}{m_1^2c^2+m_2^2c^2+2m_2\varepsilon_{10}}$$

$$\frac{\varepsilon_{1\,min}-m_1c^2}{\varepsilon_{10}-m_1c^2}=\frac{(m_2-m_1)^2}{m_1^2+m_2^2+\frac{2}{c^2}m_2\varepsilon_{10}}$$

若低速度，$\frac{E_K}{E_{K_0}}=\left(\frac{m_1-m_2}{m_2+m_2}\right)^2$，若 $m_2\gg m_1$，古典力學中只有少許能量傳遞，但在相對論中，若有足够大的 ε_{10}，則幾乎可達百分之百，而且必須 $\varepsilon_{10}\sim m_2c^2$。

若 $m_2\ll m_1$，只要 $\varepsilon_{10}=\frac{m_1^2c^2}{m_2}$，則亦有可觀

之傳能。

在K′中 $U_a=0$，故 $(P_{i0}-P_i)U_i=(\varepsilon_0-\varepsilon)i/c$，故 $(P_{i_0}-P_i)U_i=0$。

$$\varepsilon_2-m_2c^2=VP_2\cos\theta_2$$

$$\cos\theta_2=\frac{(\varepsilon_{10}+m_2c^2)(\varepsilon_2-m_2c^2)}{P_{10}P_2c^2}$$

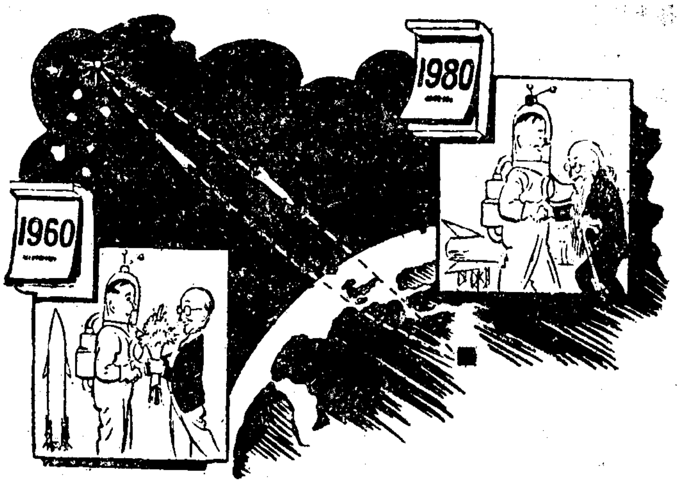
$$\varepsilon_{10}-\varepsilon_1=V(P_{10}-P_1\cos\theta_1)$$

$$\cos\theta_1=\frac{\varepsilon_1(\varepsilon_1{}^0+m_2c^2)-\varepsilon_{10}m_2c^2-m_1{}^2c^4}{P_{10}P_1c^2}$$

若 $m_1>m_2$，可得 $\sin\theta_{1\,max}=\frac{m_2}{m_1}$，和古典力學相同，若

$$m_1=0,\quad P_{10}'=\frac{\varepsilon_{10}}{c},\quad P_1=\frac{\varepsilon}{c}$$

$$\begin{cases}\cos\theta_1=\dfrac{\varepsilon_1(\varepsilon_{10}+m_2c^2)-\varepsilon_{10}m_2c^2}{\varepsilon_{10}\varepsilon_1}\\[2ex]\cos\theta_2=\dfrac{(\varepsilon_{10}+m_2c^2)(\varepsilon_2-m_2c^2)}{\varepsilon_{10}m_2c^2}\end{cases}$$



其實「星際旅行」才是青春永駐的妙方。