

易富國教授訪談

《關於線上課程及物理的對談》

採訪人：蘇士傑、陳冠廷

撰文：鄭為仁



Q：「很多學生剛進入大學就知道老師的線上課程，為何當初老師想錄製這套課程？」

教授：「這大概是十年前的事了，2009年，台大科教中心陳筑婷主任找我錄製普通物理的線上課程。這個影片是科教中心第一次的嘗試，他們花了很多功夫很多細節都做的非常完美。可能因溝通不太順利，所以實際上開始已經是2010的春天，也就是下學期。普物下的內容是電磁學，正好是我比較擅長的，因為我教過約8年電機系的普物，所以錄製很順利的完成，上線後效果也很不錯。」

當時線上課程並沒那麼盛行，我當時所看到最好的是Walter Lewin在MIT的線上課程，早了我們約6,7年。但是我們也有自己的特色，電磁學是我有信心的，內容可以說相當豐富。普物下除了電磁學，我也花了很多力氣講愛因斯坦的特殊相對論，詳盡地把它的整個面貌呈現出來。另外還有Planck黑體輻射公式的來龍去脈，那些其實是在正課結束之後，額外十小時左右的課程。但是我認為那是了解量子力學如何成形很重要的一個關鍵。

2010秋天便開始了普物上的錄製，那時候科教中心添購了導播機，使得剪接更有效率，錄完大概一周就可以上線了！產量、效率都大幅提升。而我普物上的教學影片最大的特色就是，我當時對牛頓

《自然哲學的數學原理》的了解，也知道如何用淺顯的方法教學。因為現代人學物理大概都不懂牛頓當時的想法，也沒有一本教科書在講這個，他沒有用微積分，他的方法很直接、是可視覺化的，其實很適合現在的教學方式，這是我事後想起來最大的特色。」

Q：「很多人給的回饋說老師切入克卜勒的方式和其他老師不太一樣，老師對此有什麼看法？」

教授：「在2010秋天以前，柏克萊的項武義教授花了不少功夫研究克卜勒，把克卜勒的想法帶給我，引起我的注意。克卜勒的工作其實是牛頓力學的基石，如果你不了解克卜勒的話，你不會知道牛頓為什麼會有三大定律和萬有引力定律。但克卜勒的書並不好讀，因為主要是講他歸納Tycho Brahe觀察、實驗的數據所做的種種嘗試。其中不成功的嘗試更多於成功的嘗試，而成功的嘗試又沒有特別標示出來，藏在書中各個不起眼的地方，把它一個一個仔細地挖掘出來是很費功夫的。不過現在有一個網站叫LaRouchePAC Science，上面有克卜勒的《新天文學》，而且它用了很多動畫解釋，如果各位有興趣了解克卜勒的話會蠻有幫助的。」

同學：「原來老師教的是電資學院的普物，其他系的話應該會很頭痛。」

教授：「我在 2017 年開始教暑修課程後發現了這件事。暑修的學生從大三到大五都有，基本上他們都學過微積分也都及格了，但他們學的微積分是不能用的。理由是他們用錯符號，他不是用萊布尼茲符號，而是用牛頓符號。這會造成連鎖律不知如何使用，我對此感到十分驚訝。我還發現很多理組的人，高中教微積分時就是使用牛頓符號，這可能會造成理解上的困難。相較之下，使用萊布尼茲符號就算不知道其中的道理，至少連鎖律、積分的操作上比較不會錯。如此簡單的一點，但在同學的數學教育裡面，常常造成莫大的困擾，而且現在的很多教科書都還是這樣。」

其實普物甲的課程用的是比較依賴微積分的方式。這和我的學習經驗也有關，我也是先學完微積分，才開始讀費曼的物理學，所以我一開始就使用微積分便習以為常了。但為了教暑修班我發現，只要了解解析幾何和一點極限的概念，用牛頓的切入方法是一種更幾何式的了解，這樣的門檻更低，了解也更直接。牛頓的理解是可視化的理解，直接從軌跡來看，不是一堆複雜的微分方式。所以我現在教普物都直接從 Tycho Brahe、克卜勒、牛頓開始，只要知道解析幾何的圓錐曲線方程式就可以開始。我覺得這是更好的切入方法，去年我甚至可以用簡單的幾何就導出克卜勒定律的橢圓軌道，而克卜勒的能量守恆率其實就是數學中圓錐曲線的 pedal equation，再加上克卜勒第三定律就是橢圓，根本不需要微積分就知道了。」

Q：「為何繼續電磁學及量子力學的課程？」

教授：「現在物理的知識系統主要分成力學、電磁學、量子力學、統計力學、或再加個廣義相對論。各自由不同領域的人進行教學，所以缺乏一個能看到全盤觀點的人。雖然是為了分工的方便，

因此帶來無法看到全貌的弊病，每個人都只能看到其中一個點。上個把各種觀點拿出來教的人大概只有費曼，那已經是 1964 年的事了，這個就是我的出發點。當時除了教科書外，費曼其實也有錄音檔，不過僅有錄音檔當然很難學習，物理的教學還是需要看到公式或是圖形在你面前，透過圖像化以及方程式來學習。假如當時費曼有錄影的話，我們大概是比不上他的，他口才非常好、善比喻、又會表演。只是我們很少看到他的影片，大概只有 1980 後的一些科普 QED 的演講還有 1960 年代的《物理定律的特性》，雖然是黑白的，但仍可從中看到他的風采，那是我們不可企及的。我們只是正值這個錄影及傳播技術比較發達的時代，有幸做了這一件事。」

錄完普物之後反應還不錯。我又想起二十多年前教過物理系的電磁學，25 年前教過量子力學。又因為我在普物下的影片中把特殊相對論和普朗克的黑體輻射公式講的蠻詳細的，所以我認為直接進入量子力學是沒什麼問題的，不需再錄一部量子物理。當時有位化學系的同學叫做陳洋廷，他是奧匹冠軍，在看了我的普物之後，就直接選了鄭原忠的量子化學，那等於是量子力學的應用。結果絲毫沒有問題，便決定開始錄製量子力學的課程。此外，我在 1996-98 年教過物理系的電磁學，效果也都不錯，所以有足夠的材料。因此在普物的錄製結束後，我就和科教中心陳主任說想要繼續拍，想試試看有前後連貫的感覺。

我想補充一點有關量子力學的部分。教科書對量子力學的切入有一種是從自旋二分之一的電子 Stern-Gerlach 實驗切入。這個實驗很難在實驗室裡進行或示範，而在我拍的量子力學的影片當中，有一些關於圓偏振的光的內容。有了這個左右旋偏振，我就可以在教室示範量子力學。我在 1990 年代教過兩、三年的近代光學，對光學是滿熟的，特

別是干涉的地方。那時我看到 Fresnel-Arago law，提出互相垂直的兩道線性偏振光是不會產生干涉的。即使學過了電磁學，這個也是挺令人吃驚的。你要想 Fresnel 和 Arago 他們是在 1820 年左右提出這個定律，當時還沒有馬克士威方程式，也不知道光的背後是電磁波，但是他們看到了這個物理現象。

我當下是蠻吃驚的，但直到我教量子力學才發現他有個用途：量子力學都在講態構成的向量空間，Hilbert space 是有內積的。這個向量空間裡的態可以疊加產生干涉。所以加法是和物理的干涉現象有關的。而內積和物理的什麼有關？內積最重要的就是要找出垂直關係，也就是內積等於零。垂直又是什麼？如果你去讀 Dirac 的書，他會告訴你『垂直就是內積等於零，而內積等於零就是垂直』。那對應到的物理概念呢？特別是在一個複係數向量空間裡面，當你把相位考慮進去，就是兩個態不產生干涉。那左旋右旋也不產生干涉，這不是很 trivial，因為他是相位的關係。這是我新的體認，這是所有量子力學教科書不曾提過的。教科書通常都只把內積當作一個數學概念來處理。這算是我讀物理史給我在教學上獲得的靈感。這可能不是很重要，但是用來說明量子力學的基本結構蠻好的。這也是我從教學中學到的東西。

物理和數學之間有一個自然的對應，我們常把物理的問題當作數學問題來解，這些關聯就流失掉了。由物理的觀點切入，不要把物理當成數學的問題來解，而這是現代教學很大的一個傾向。這是我很多年來企圖改變的方式。很多重要的例子都是由簡單的物理觀點切入，也不需要太多數學就能解決。譬如說愛因斯坦的光電效應一開始的想法也很簡單。從熵開始，在絕熱過程中黑體輻射的熵會怎麼變化。因此得到一個結論，他的熵和體積的關係和氣體是一樣的，因此得到光的粒子性。」

Q：「一個人在黑板上寫字，台下沒有反應，這種感覺是什麼？」

教授：「其實沒有互動真的不太容易，不過我當時在教電磁學和普物時，很多電機系、物理系的學生都有給出回饋，我的教材裡很多都是他們回饋的成果，這也是教學 30 多年來的重要收穫，幫我釐清很多想法，改過很多錯誤的邏輯。所以即使沒有學生，也能順利進行錄製。過去的教學經驗對錄製影片是很有幫助的。譬如普物上的 Apollonius 定理，我當時有一個水缸模型可以轉來轉去，但即使用簡單解析幾何證明也非常難做出答案，因為我們受直角坐標的毒太深了。後來是電機系的同學跟我講了一個簡潔的證明，我就把那個證明加進我的教材裡，所以很多都是學生給我的回饋，並非我一個人的想法。」

Q：「為何電磁學是以費曼第二冊為教材，而量子力學卻改用 Dirac 的教材？」

教授：「電磁學我主要還是用 Griffiths，自從我用了之後似乎變成物理系正宗的教科書。其內容受到很多費曼的影響，但更數學化一點，而且很多費曼有趣的東西沒有了。我覺得教一些有趣的東西更重要，Griffiths 上課就可以學到了，程度好的同學自學也沒問題，講講費曼有趣多了。畢竟他是我剛開始學物理時一直看的教材對我影響很深。我覺得他有趣的東西在其他教科書裡都看不見，所以我盡量依照費曼的架構教學。」

至於量子力學換成 Dirac 則和林清涼教授有關。以前是林清涼教授教近代物理二，一上課就高度推薦 Dirac 的書籍慢慢看也要讀完。老師很明顯是受到其老師朝永振一郎的影響，把 Dirac 的書翻譯成日文的就是朝永振一郎和仁科芳雄，而這樣的影響也傳承了下來。可見得諾貝爾獎的朝永振一郎果然花了不少功夫，包括完成這本書的翻譯。」

線上教學的優缺點

教授：「線上課程沒有學生的回饋，這樣沒有很好。當然如果是線上直播的方式也許就能討論。不然同學只能事後再問問題，較不能一氣呵成。很多人覺得我講得很慢，用 1.5、2.0 倍速播放，但我認為 95% 的同學是沒辦法真的懂其中的物理，當然有些人是做得到的，但很少很少數。還有一點，我從來不知道我的線上課程教學效果到底怎麼樣，同學你要不要說說看，我知道他可能在高中就看過我的普物。」

同學：「我是在高中的時候看老師的普物線上課程的。因為老師的取材比較特別，包括量子物理、相對論等等。從老師的普物我學到比較多其他地方吸收不到的知識。譬如說，熱物理進到量子物理的想法吧，一般的教科書都不會講得那麼仔細，除了高湧泉老師的量子物理。不過因為是線上課程，所以沒辦法像平常上課一樣，有哪裡不懂就能直接舉手發問，教學效果也因此受到不少限制。」

教授：「嗯，普朗克黑體到量子力學這部分我花很多時間閱讀，了解他的想法，然後把它寫出來放進普物。雖然對學普物的人來說可能太深了，但是這段是電磁學和熱學之間的東西，不屬於熱學也不屬於電磁學。在兩個領域匯流的時候發現電磁學沒辦法解釋黑體輻射，最後打開量子物理的大門。這非常重要卻是很多教科書沒有講的，正是因為領域間的界線太分明了，不知道要放在電磁學還是熱學。」

同學：「這對想學量子物理的學生非常有幫助。」

教授：「我想絕對是。而且那個公式本身是非常重要的，因為這個公式拿到諾貝爾獎的就有五、六個。

我們常常講，現在的學生要學很多的

被忽略了，不如花點時間、力氣，把重要的學好就好。我希望我的課程有反映出這樣的想法」

對現代學生的期許、勉勵

教授：「在資訊爆炸的時代，如何有效地學習是很重要的事。量太多，學不完，同樣一個課程，你去 google 可能就會跑出 10、20 個，你要學哪個？其實這個選擇是蠻困難的。我想以『如何切入物理來看是比較好的』為例。我的經驗是從微積分、線代、微方開始，再來讀物理。把物理當數學的應用，用數學解物理的題目。

有人說：『造物者是數學家吧！』，所以數學是一個很有力的工具。這無可厚非，但經過了幾十年，我比較喜歡從物理的規律直接下手，雖然比較難，但不需要那麼多數學。例如牛頓不是解第二定律的運動方程式，他一樣可以發現克卜勒定律和萬有引力定律等價。這是牛頓的一個典範，以一種可視化的辦法解決這個問題，這樣的觀點可能是更先進的！牛頓會做微積分，但他的表達方式不是那樣。當然那個時代用微積分寫出來可能沒有人能懂，所以他用古典幾何學的語言來寫他的書。雖然我們現在和古典幾何有些隔閡，但那其實是非常好的方法。在我們學了解析幾何後，應該就能了解古典幾何學的一些重要思想，把這些思想補足的話了解牛頓並不困難。從電磁學來講，法拉第的看法本身就是一個非常幾何的看法，我覺得對線上教學來說，這樣可視化的看法比方程式的推導更加重要。提供不同的切入點，更快的了解。因為現代人接收的資訊太多，比較沒有耐心去慢慢消化這些方程式一步一步的推導。我想問你們是怎麼學數學的？不曉得你們有沒有看過 Three blue one brown。我覺得那個頻道非常好，把整個數學可視化，我希望若有下一個線上課程，我能把所有的物理可視化，至少針對重要的議題，當然這不太容易。」

Q：「老師您覺得學生在大學可以一次投入一科，仔細研讀，但這種鑽研學術的概念，碰到現在講求效率的時代，應該怎麼做抉擇？」

教授：「我覺得物理其實說起來很簡單，像力學裡面只有兩個問題『克卜勒定律、彈簧震盪』，把這個搞懂就好。例如二維的彈簧，他也是橢圓，在牛頓的著作裡和克卜勒是並排的，兩者是有關的。力學搞懂這樣就夠了，不需要去學分析力學，那是為了量子力學所需的知識；量子力學的話更簡單了，只有簡諧運動、普朗克量子化的問題，為什麼這個能階有 1,2,3,4？二維的簡諧運動問題和二維的克卜勒問題在複數平面上有簡單的數學對應。所以假設你有 1,2,3,4 的能階量子化，對應的氫原子也有克卜勒問題，也有 n 平方分之一。所以並不需要學兩個問題，只要把一個問題搞清楚。氫原子唯一多的是角動量的量子化，是三維的，和二維無法對應稍微不同，但基本上還是 n 平方分之一。其他僅是近似的問題，真正重要的問題很少，把它搞清楚就可以貫通了。而我們現在是橫掃的方式，把所有能夠考試的問題全部通通做一遍，不分重要不重要。因為這是我們用考試選才入學所造成的結果，大家不分重要不重要，題目的分數都是平均分配的，沒有重點，那浪費了很多時間。譬如我的三個課程：普物、電磁、量子力學。假設你能夠勝任的話，270 個小時就可以學完。可能一、兩年就可做到了，但是要專注。」

同學：「假設我們現在想要看老師的線上課程來學習，要搭配甚麼書籍嗎？」

教授：「書甚至都不必，除非你們要看經典的書。當然經典的書很難懂，我自己讀牛頓的經驗是很多年不懂，到快退休才慢慢了解。聽說牛頓小學三、四年級就聽過距離平方反比這件事，但也是花了好幾十年才真正懂這些來龍去脈。至少我這樣教出來後，你可以馬上切入問題的核心，有效率地學習。吃多沒有用，要吃到最有營養的東西，但這不容易。我們也容易貪多，深怕學不夠。」

Q：「為何視費曼為偶像？」

教授：「費曼是我年輕時的偶像，我們都是照著他所畫出來的道路去學習。而且可以懂，有些人講的就無法懂，他就講得很明白。費曼有個好處，他對自己很誠實，他不懂的他不會講，講的內容都自己深思過，他甚至花了很多時間去讀物理史上的文獻，他是很用功的。所以看他的書基本上不會太離譜啦。這個是基本的知識。後來比較看得懂牛頓之後，還有愛因斯坦的原作，都是我很仰慕的。」

其實費曼應該更像一位導師！我看什麼都先去看看費曼是怎麼說的。因為他還蠻誠實的，他面對物理是誠實的面對，他真的懂他才會去說，不懂他就會說不懂。而最偉大的公式…大概是 Planck 的黑體輻射公式吧！那是一個開創性的工作。」



經過這次的訪談，我們都深深感受到易富國教授對教學的熱忱。教授以謙卑的姿態緩緩道出他對教學現場的觀察以及對學生的期許。我們都很榮幸能和教授進行這次的訪談。