МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

ОТЧЕТ

к лабораторной работе №3 по дисциплине
«Вычислительная математика»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент
гр. Б9119-01.03.02систпро
Нагорнов С.С. ____________
(ФИО) *(Подпись)*

« 04 » января 2021 г.

г. Владивосток
2021

Содержание

Введение

Интерполирование функции с помощью интерполяционных формул с конечными разностями. Вариант №16

Интерполирование функции

Постановка задачи

При заданных условиях построить таблицу конечных разностей, использовать формулы Ньютона и Гаусса, найти остаточный член и проверить неравенства.

Нам заданы следующие условия:

$$y = x^2 + \ln(x+5) \quad [a,b] = [0.5, 1.0]$$

$$x^{**} = 0.52 \quad x^{***} = 0.97 \quad x^{****} = 0.73$$

Использование интерполяционных формул

Построим таблицу конечных разностей и найдем значение функций по интерполяционным формулам.

Так как $x^{**} = 0.52$ находится в начале таблицы, то мы будем использовать первую формулу Ньютона:

$$N_1 = f_0 + tf^1_{\frac{1}{2}} + \frac{t(t-1)}{2}f^2_1 + ... + \frac{t(t-1)...(t-n+1))}{n!}f^n_{\frac{n}{2}}$$

$x^{***} = 0.97$ находится в конце таблицы, используем вторую формулу Ньютона:

$$N_2 = f_0 + tf^1_{-\frac{1}{2}} + \frac{t(t+1)}{2}f^2_{-1} + ... + \frac{t(t+1)...(t+n-1))}{n!}f^n_{-\frac{n}{2}}$$

$x^{****} = 0.73$ находится в середине таблицы и ближе к правому значению, используем вторую формулу Гаусса для интерполирования назад:

$$G_2 = f_0+tf^1_{-\frac{1}{2}}+\frac{t(t+1)}{2}f^2_0+...+\frac{t\big(t^2-1\big)...\big(t^2-(\frac{n}{2}-2)^2\big)\big(t+(\frac{n}{2}-1)\big)}{n!}f^n_{-\frac{n}{2}}$$

При этом t будем искать, исходя из условия: $x = x_0+th$. Получаем значения:

$$N_1 \approx 1.9787778602890034$$
$$N_2 \approx 2.7276469274045083$$
$$G_2 \approx 2.279600354953445$$

Нахождение отсточного члена

Необходимо оценить минимальное и максимальное значения $f^{(n+1)}(x)$, а также минимальное и максимальное значения остаточного члена $R_n(x)$.

Остаточный член будем находить по формуле:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\omega_{n+1}(x), \quad \omega = (x-x_0)...(x-x_n), \quad \xi \in [a,b]$$

Одиннадцатые производные от x:

$$\frac{d^{11}f}{dx^{11}} = \frac{10!}{(x+5)^{11}}$$
$$\frac{d^{11}f}{dx^{11}} \approx 0.02604794393473182, \quad x = 0.5$$
$$\frac{d^{11}f}{dx^{11}} \approx 0.010002286236854138, \quad x = 1.0$$

Найдем остаточные члены для x^{**}:

$$R_{max}(x) \approx 1.2217094185359548e-18$$
$$R_{min}(x) \approx 4.691305898491087e-19$$
$$R(x^{**}) \approx 1.1738906714157153e-18$$

Найдем остаточные члены для x^{***}:

$$R_{max}(x) \approx 7.762158094748162e-19$$
$$R_{min}(x) \approx 2.9806316872427965e-19$$
$$R(x^{***}) \approx 3.1495929230145176e-19$$

Найдем остаточные члены для x^{****}:

$$R_{max}(x) \approx 1.429938349418616e-20$$
$$R_{min}(x) \approx 5.4908950617284105e-21$$
$$R(x^{****}) \approx 9.111839398100736e-21$$

Приложения

Код программы, вычисляющей значения формул, приложен отдельным файлом.

Вывод

В данной лабораторной работе были проделаны вычисления, произведенные по интерполяционным формулам с конечными разностями, для нахождения приблизительного значения функции; а также вычислены остаточные члены, чтобы узнать погрешность данных формул.