

cualquier valor finito que pueda corresponder a n , la n -ésima cifra de N será diferente de la n -ésima cifra del n -ésimo de los números decimales que pertenecen a E y, por tanto, N será diferente de dicho n -ésimo decimal. Sin embargo, hemos definido a N por medio de un número finito de palabras y, en consecuencia, N deberá ser un miembro de E . Así pues, N será y no será a la vez miembro de E .

(7) La contradicción de Burali-Forti* puede enunciarse así: es posible mostrar que a toda serie bien ordenada corresponde un número ordinal, que la serie de los números ordinales hasta llegar a un ordinal cualquiera dado, e incluido éste, excede en una unidad al ordinal dado y que, sobre la base de ciertos usuales presupuestos, la serie de todos los números ordinales (en orden de magnitud) es bien ordenada. Se sigue que a la serie de todos los ordinales corresponde un número ordinal, a saber, Ω . Mas, en este caso, a la serie de todos los números ordinales, incluido Ω , corresponderá el número ordinal $\Omega+1$, que habrá de ser mayor que Ω . En consecuencia, Ω no será el número ordinal de todos los ordinales.

En todas las anteriores contradicciones (que no constituyen sino una selección de entre un buen número de ellas) concurre una característica común, que podríamos describir como la autorreferencia o reflexividad. La observación de Epiménides ha de incluirse a sí misma en su propio alcance. Si *todas* las clases que no son miembros de sí mismas son miembros de w , lo mismo se aplicará al caso de w ; y de modo semejante por lo que se refiere a la contradicción análoga de las relaciones. En cuanto a los nombres y definiciones, las paradojas resultan de considerar a la imposibilidad de nombrarlos y definirlos como un elemento de esos nombres y definiciones. En el caso de la paradoja de Burali-Forti, la serie cuyo número ordinal provoca la dificultad es la serie de todos los números ordinales. En cada una de las contradicciones se dice algo acerca de *todos* los casos de un determinado gé-

* "Una questione sui numeri transfiniti", *Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, vol. XI (1897).

nero, y de lo que se dice parece resultar un nuevo caso, que es y no es a la vez del mismo género que los casos comprendidos, *todos* ellos, en lo que se dijo. Recorramos una por una las contradicciones y veamos cómo ocurre así.

(1) Cuando un hombre dice "Estoy mintiendo", podemos interpretar su enunciado como "Hay una proposición que afirmo y que es falsa". Todos los enunciados de que "hay" tal y tal cosa pueden interpretarse como negaciones de que lo opuesto sea siempre verdadero; así, "Estoy mintiendo" se convertirá en: "No es verdadero de todas las proposiciones ni que yo no las afirme ni que sean todas verdaderas"; en otras palabras: "No es verdadero de todas las proposiciones p que si yo afirmo p , p sea verdadera". La paradoja resulta de interpretar este enunciado como la afirmación de una proposición, que a su vez debería, por consiguiente, incluirse en el alcance del enunciado. Esto torna evidente, sin embargo, que la noción de "todas las proposiciones" es ilegítima; pues de no ser así, habría proposiciones (tales como la anterior) que versarían acerca de todas las proposiciones y, sin embargo, no podrían ser incluidas sin contradicción entre las proposiciones acerca de las cuales versan. Cualquiera que supongamos que sea la totalidad de las proposiciones en cuestión, los enunciados acerca de esta totalidad generarán nuevas proposiciones que, so pena de incurrir en contradicción, habrán de quedar fuera de la totalidad. Es ocioso ampliar la totalidad, pues eso ampliaría asimismo el dominio de los enunciados acerca de la totalidad. No debe haber, por consiguiente, totalidad alguna de las proposiciones, y "todas las proposiciones" ha de constituir una expresión carente de sentido.

(2) En este caso, la clase w es definida por referencia a "todas las clases", para luego acabar por convertirse en una más de entre las clases. Si acudimos al recurso de estipular que ninguna clase sea miembro de sí misma, w se convertirá entonces en la clase todas las clases y habremos de conceder que no es un miembro de sí misma, esto es, que no es una clase. Esto sólo sería posible si no se diera algo como la clase de todas las clases en el sen-