argumentos podrán ser o proposiciones o individuos. Pero está claro que el tipo de una matriz es siempre definible por relación a la jerarquía de proposiciones [7].

Aunque sea *posible* reemplazar las funciones por matrices, y aunque este modo de proceder introduzca una cierta simplicidad en la dilucidación y construcción de los tipos, su práctica no resulta conveniente desde el punto de vista técnico. Técnicamente, lo más oportuno es reemplazar el prototipo p por φa, y $p/a; x$ por φx; con ello, allí donde, si recurriéramos a las matrices, se presentarían p y a como variables aparentes, tendremos ahora a φ por nuestra variable aparente. Para poder hacer de φ una legítima variable aparente, sería necesario que sus valores fueran circunscritos a proposiciones de un cierto tipo. Procederemos para ello como sigue.

Una función cuyo argumento sea un individuo y cuyo valor sea siempre una proposición de primer orden se denominará función de primer orden. Una función que envuelva una función o proposición de primer orden como variable aparente se denominará función de segundo orden, y así sucesivamente. Una función de una variable que sea de orden inmediatamente superior al de su argumento se denominará función *predicativa;* se dará el mismo nombre a una función de varias variables, si entre éstas hay alguna respecto de la cual dicha función se convierta en predicativa al ser asignados valores a todas las restantes variables [8]. El tipo de una función vendrá de-

[7] Con la precedente distinción entre niveles de *tipos* y de *órdenes* funcionales, quedan introducidos los elementos básicos para la construcción de la llamada "teoría *ramificada* de los tipos" (ramificación de cada tipo en una diversidad de órdenes).

[8] Una función predicativa será, pues, la del orden más bajo que resulte compatible con la posesión de su correspondiente argumento. La determinación del tipo de la misma, y el hecho de que sus posibles valores constituyan una totalidad bien definida, permitirán en cualquier caso su transformación en variable aparente, cosa que —como se ha de ver— no sucede con aquellas otras funciones proposicionales en las que no concurran tales circuns-

terminado, en estos casos, por el tipo de sus valores y por el número y el tipo de sus argumentos.

La jerarquía de las funciones puede aún desarrollarse como sigue. Se designará mediante $\varphi ! x$ una función de primer orden de un individuo x (las letras ψ, χ, ϑ, f, g, F, G se emplearán asimismo para designar funciones). Ninguna función de primer orden contiene una función como variable aparente; tales funciones constituyen, por lo tanto, una totalidad bien definida [9], y la φ de φx puede ser transformada en una variable aparente. Cualquier proposición en la que φ intervenga como variable aparente, y en la que no se dé ninguna variable aparente de tipo superior a φ, será una proposición de segundo orden. Si una tal proposición contiene un individuo x, no será una función predicativa de x; mas si contiene una función φ de primer orden, se tratará de una función predicativa de φ y se transcribirá $f!(\psi!\hat{z})$. En este caso f es una *función predicativa de segundo orden;* los posibles valores de f constituyen, a su vez, una totalidad bien definida y podemos transformar a f en una variable aparente. Podemos pasar, por consiguiente, a definir las *funciones predicativas de tercer orden,* que serán aquellas que tengan por valores proposiciones de tercer orden y por argumentos funciones predicativas de segundo orden. Y de este modo se proseguirá indefinidamente. Las fun-

tancias. Por contraposición a las "funciones predicativas", podría llamarse entonces a esas últimas "funciones no-predicativas". Ha de advertirse que este uso de los calificativos "predicativo" y "no-predicativo", ulteriormente consagrado por los *Principia Mathematica,* no coincide exactamente —bien que tampoco sea del todo ajeno— con el que Russell otorga a ambos vocablos en obras anteriores al presente trabajo. Con anterioridad, en efecto, Russell acostumbró sin más a designar como "funciones no-predicativas" —en conexión con sus intentos por resolver la "paradoja de las clases" (conocida asimismo bajo el nombre de "paradoja de Russell")— a las funciones proposicionales que dan lugar a paradojas reflexivas por no determinar genuinas clases.

[9] Es decir, no indeterminada en cuanto al tipo ni, por supuesto, ilegítima o impura.