dos los cretenses eran mentirosos, y todas las demás afirmaciones hechas por los cretenses constituían, en efecto, mentiras. ¿Era la de Epiménides una mentira? La versión más sencilla de esta contradicción la tenemos en el caso del hombre que dice "Estoy mintiendo"; si miente, dice la verdad y viceversa.

(2) Sea w la clase de todas aquellas clases que no son miembros de sí mismas. En ese caso, cualquiera que pueda ser la clase x, "x es un w" equivaldrá * a "x no es un x". En consecuencia, dando a x el valor w, "w es un w" equivaldrá a "w no es un w".

(3) Sea T la relación que subsiste entre dos relaciones R y S siempre que R no guarde la relación R respecto de S. En ese caso, cualesquiera que puedan ser las relaciones R y S, "R guarda la relación T respecto de S" equivaldrá a "R no guarda la relación R respecto de S". Por tanto, dando a la vez el valor T a R y a S, "T guarda la relación T respecto de T" equivaldrá a "T no guarda la relación T respecto de T".

(4) El número de sílabas de los nombres castellanos de números enteros finitos tiende a aumentar por regla general a medida que los enteros van haciéndose mayores y aumentará, de modo gradual, indefinidamente, puesto que mediante un número finito dado de sílabas sólo podría formarse un número asimismo finito de nombres. En consecuencia, los nombres de algunos enteros habrán de constar de por lo menos treinta y tres sílabas y se dará, entre éstos, uno que sea el menor. Así pues, "el menor de los números enteros no susceptibles de ser nombrados con menos de treinta y tres sílabas" habrá de denotar un determinado número entero. Pero "el menor de los números enteros no susceptibles de ser nombrados con menos de treinta y tres sílabas" es, por su parte, un nombre que consta de treinta y dos sílabas [2]; por tanto,

---

del mentiroso, su primera formulación parece remontarse al dialéctico megárico Eubúlides de Mileto (S. IV a. C.).

* Dos proposiciones se dicen *equivalentes* cuando son ambas verdaderas o ambas falsas.

[2] En el original "*the least integer not nameable in fewer than nineteen syllabes*" (el menor entero no sus-

el menor de los números enteros no susceptibles de ser nombrados con menos de treinta y tres sílabas puede ser nombrado por medio de treinta y dos, lo que supone una contradicción *.

(5) Algunos de entre los números ordinales transfinitos pueden ser definidos, mientras otros no pueden serlo; pues el número total de definiciones posibles es $\aleph_0$, mientras que el número de los ordinales transfinitos excede a $\aleph_0$. Por consiguiente, deberán darse ordinales indefinibles y, de entre éstos, habrá uno que sea el menor. Mas éste se define como "el menor ordinal indefinible", lo que constituye una contradicción **.

(6) La paradoja de Richard *** se asemeja a la del menor ordinal indefinible. Consiste en lo siguiente: consideremos todos los números decimales que pueden ser definidos por medio de un número finito de palabras; sea E la clase de dichos decimales. En ese caso, E tendrá $\aleph_0$ términos y sus miembros podrán ser ordenados como el 1.º, 2.º, 3.º... Sea ahora N un número definido como sigue: si la n-ésima cifra del n-ésimo decimal es p, sea $p+1$ (ó 0, si $p=9$) la n-ésima cifra de N. En ese caso, N será diferente de todos los miembros de E, ya que para

---

ceptible de ser nombrado con menos de diecinueve sílabas en inglés), expresión que—como se ve—consta de dieciocho sílabas.

* Esta contradicción me fue sugerida por el Sr. Berry, de la Bodleian Library.

** Cfr. König. "Uber die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuum-Problem", *Math. Annalen*, volumen LXI (1905); A. C. Dixon. "On 'well-ordered' aggregates", *Proc. London Math. Soc.*, Series 2, vol. IV, Parte I (1906); y E. W. Hobson, "On the Arithmetic Continuum", íbid. La solución propuesta en el último de estos trabajos no me parece adecuada.

*** Cfr. Poincaré, "Les mathématiques et la logique", *Revue de Métaphysique et de Morale* (mayo, 1906), en especial los apartados VII y IX. (Se trata del segundo de los fragmentos de una serie de dos que bajo dicho título se publicaron en la citada *Rév. de Mét. et de Mor.*, números 13, 1905; 14, 1906. Un resumen reelaborado de este trabajo fué recogido con posterioridad en *Science et méthode*, París, 1908; hay trad. esp. — *T.*). Véase asimismo Peano, *Revista de Mathematica*, vol. VIII, núm. 5 (1906), páginas 149 y ss.