

## 2020 级《可计算性与计算复杂性》期末考试试题 (B 卷)

考试时间: 2021 年 06 月

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

- ◇ 请将答案写在答题纸上, 写清题号, 不必抄题, 字迹工整、清晰。
- ◇ 请在试题纸、答题纸和草稿纸上都写上班级、学号和姓名, 交卷时一并提交。
- ◇ 必须添加必要的注释和算法设计思路, 命名和书写要规范。
- ◇ 务必使用蓝色、蓝黑色、黑色的中性笔答题, 不允许使用铅笔答题或画图, 不允许出现两种及以上颜色或笔迹, 不允许使用涂改液或修正带等。

一、[10 分] 利用元语言程序证明  $f(x, y) = x^2 \div y$  是可计算函数, 仅允许使用 5 条基本指令。 07/03二、[10 分] 谓词  $N(x, y)$  表示所有  $x$  的质因数均为  $y$  的质因数。证明  $N(x, y)$  是原始递归谓词。三、[10 分] 假设  $K(x)$  为原始递归函数, 且  $K(x) > 0$ , 证明  $M(x, y)$  是原始递归函数。

$$M(x, y) = \begin{cases} \max_{t < y} \{t \mid K(x) \wedge \neg t \mid K(x+1)\}, & (\exists t)_{<y} \{t \mid K(x) \wedge \neg t \mid K(x+1)\} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

四、[15 分] 证明函数  $f(x, y) = x + y + 1$  是 Post-Turing 可计算函数。要求: 不能使用宏指令, 计算过程中保证初始数据的开始位置也是结果数据的开始位置, 结果数据连续存放。规定 Post-Turing 程序的指令编码规则如表 1 所示, 计算该 Post-Turing 程序对应的哥德尔数编码。

表 1. Post-Turing 程序的指令编码规则

指令	编码	标号	指令	编码	标号
RIGHT	1	R	LEFT	2	L
WRITE B	3	B	WRITE 1	4	F
TO A <sub>i</sub> IF B	2i+3	T	TO A <sub>i</sub> IF 1	2i+4	W

五、[15 分] 规定 Post-Turing 程序的指令编码规则如表 1 所示, 写出通用程序的连续 20 行代码, 并需要明确说明每行代码的涵义。若 Post-Turing 程序  $P$  对应的哥德尔数编码  $Z$  为 512, 计算  $P$  和其对应的函数, 并详细描述通用程序在  $Z(512)$  和  $X([2, 2, 2, 1, 2, 2])$  上的执行过程。 5

六、[15 分] 构造四元组 Turing 机, 计算  $f(x) = \lceil \log_2(x+2) \rceil - 1$ 。  $\lceil \log_2(x+2) \rceil$

七、[10 分] 构造半图厄系统  $\Pi$ , 其定理集为  $T(\Pi) = \{x \mid \exists n. x = \lfloor n/2 \rfloor + 2^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}\}$ 。  $n=0, x=0+2^0=1$   
 $n=1, x=0+2^1=2$   
 $n=2, x=1+2^1=3$   
 $n=3, x=1+2^1=3$   
 $n=4, x=2+2^2=6$

八、[15 分] 构造多带图灵机, 计算  $f(x) = \lceil \log_2(x+2) \rceil - 1$ 。  $\lceil \log_2(x+2) \rceil$

2020-①

TO A IF  $X_1 \neq 0$

TO E

[A]  $Z_1 = X_1$

[B]  $Z_1 = Z_1 - 1$

$Z_2 = X_1$

[C]  $Z_2 = Z_2 - 1$

$Y = Y + 1$

TO C IF  $Z_1 \neq 0$

TO B IF  $Z_1 \neq 0$

$Y = Y + X_1$

TO D IF  $X_2 \neq 0$

TO E

[D]  $X_2 = X_2 - 1$

$Y = Y + 1$

TO D IF  $X_2 \neq 0$

[F] TO D IF  $X_2 \neq 0$

TO E

[D]  $X_2 = X_2 - 1$

$Y = Y - 1$

TO F

变量使用有限 -4

语句语法非基本指令 -2

初始值如  $X_1 = 0$  -2

初始值 -1

$$\textcircled{=} \quad N(x, y) = \forall i \leq L(x) \left( (x)_i \neq 0 \rightarrow p_i | y \right) \quad (y)_i \neq 0$$

其中,  $i=0$   $(x)_0=0$   $p_0=0$  ( $p_0=1$ )

$$N(x, y) = \bigwedge_{i \leq L(x)} (p_i | x \rightarrow p_i | y) \quad x \neq 0, y \neq 0$$

$$N(x, y) = \forall i \leq x. (p_i | x \rightarrow p_i | y)$$

$$= \bigwedge_{i \leq x} (p_i | x) \wedge (p_i | x \rightarrow p_i | y)$$

$$\equiv \bigwedge_{i \leq L(x)} \left( (x)_i > 0 \wedge (y)_i > 0 \vee (x)_i = 0 \wedge (y)_i = 0 \right)$$

$$= \bigwedge_{i \leq L(x)} \left( (x)_i > 0 \rightarrow (y)_i > 0 \right)$$

$$\delta \_ = \alpha \left( \prod_{i=1}^{\infty} \alpha ( \delta (p_i | x \rightarrow p_i | y) ) \right)$$

$$= \alpha \sum_{i=1}^{L(x)} \left( p_i^{\alpha(y)_i} - p_i^{\alpha(x)_i} \right)$$



$$y-1 = \sum_{u=0}^{y-1} \frac{y-1}{t=u} \phi$$

$$y \rightarrow \min_{t \leq y} \{ y-t \mid K(x) \wedge \neg (y-t) \mid K(x+1) \}$$

( $z_0, l, b, z_0$ )

( $z_4, a, b, z_5$ )

( $z_0, b, R, z_1$ )

( $z_4, b, a, z_6$ )

( $z_1, B,$

( $z_6, a, L, z_4$ )

( $z_1, l, R, z_2$ )

( $z_4, B, b, z_5$ )

( $z_2, l, R, z_2$ )

( $z_5, b, R, z_5$ )

( $z_2, B, L, z_3$ )

( $z_5, a, R, z_5$ )

( $z_3, l, B, z_3$ )

( $z_5, l, R, z_2$ )

( $z_3, B, L, z_4$ )

( $z_4, l, L, z_4$ )

~~( $z_4, a, L, z_4$ )~~

~~( $z_4, b, L, z_4$ )~~

~~( $z_4, B, R, z_5$ )~~

~~( $z_5, a, b,$~~

~~( $z_5, b, a, z_5$ )~~

~~( $z_5,$~~

TO A

IF  $X_1 \neq 0$

第 2 题

TO E

$x^2 - y$

[A]  $Z_1 = X_1$

[B]  $Z_1 = Z_1 - 1$

$Z_2 = X_1$

[C]  $Z_2 = Z_2 - 1$

$Y = Y + 1$

$Y = Y + X_1$

TO C, IF  $Z_2 \neq 0$

TO B IF  $Z_1 \neq 0$

[F] TO D IF  $X_2 \neq 0$

TO E

[D]  $X_2 = X_2 - 1$

$Y = Y - 1$

TO ~~F~~

TO D IF  $X_2 \neq 0$

TO E

[D]  $X_2 = X_2 - 1$

$Y = Y + 1$

TO D IF  $X_2 \neq 0$

pi

6 2

五号布纹 - 4

朝霞布纹 - 2

0 号布纹 - 2

$x = 2y$   $y = 2x$

2 2  
pi - pi