

实验报告

Page • 1 反向链接 • 选择标签

实验报告：顶层节点FRE后验几率与概率计算

1. 引言

本实验旨在基于更新的信念网络结构及相关参数，计算顶层节点FRE (Favorable Regional Environment, 有利区域环境) 的后验几率 (Posterior Odds) 与后验概率 (Posterior Probability)。计算过程采用贝叶斯更新理论，利用各假设节点的先验概率 $P_0(H)$ 以及与各证据相关的似然比 LS (Likelihood of Sufficiency, 充分性似然比) 和 LN (Likelihood of Necessity, 必要性似然比)。通过设定两组不同的初始 (叶) 证据节点观测概率组合，本报告将分析这些初始概率对FRE节点最终置信度的影响。实验所用的信念网络呈现为一个层次化结构，信息从底层的8个基本证据节点逐级向上传播，经过中间假设节点 (如SMIRA, SMIR, STIR, HYPE, FLE) 的综合与推理，最终汇聚至顶层目标节点FRE。

2. 信念网络结构与参数

2.1 节点定义

信念网络包含以下主要节点：

- 顶层假设节点：FRE
- 中间假设节点：FLE, HYPE, SMIR, STIR
- 逻辑组合节点：SMIRA (OR组合), FMGS&PTP (AND组合)
- 初始证据节点 (其观测概率 $P(E_{ev})$ 在不同情景下设定)：RCS, RCAD, RCIB, RCVP, FMGS, PT, OTFS, CVR

2.2 先验概率 $P_0(H)$

用于父节点更新的先验概率如下：

- $P_0(FRE)=0.001$
- $P_0(FLE)=0.005$
- $P_0(HYPE)=0.01$
- $P_0(SMIR)=0.03$
- $P_0(STIR)=0.1$

2.3 证据规则 (LS, LN)

各节点间的证据规则及其对应的似然比如下：

- RCS → SMIR: (LS=300, LN=1)
- RCAD → SMIR: (LS=75, LN=1)
- RCIB → SMIR: (LS=20, LN=1)
- RCVF → SMIR: (LS=4, LN=1)
- SMIRA → SMIR: (LS=1, LN=0.0002)
- FMGS&PTP → STIR: (LS=100, LN=0.000001)
- FMGS → STIR: (LS=2, LN=0.000001)
- SMIR → HYPE: (LS=300, LN=0.0001)
- STIR → HYPE: (LS=65, LN=0.01)
- CVR → FLE: (LS=800, LN=1)
- HYPE → FLE: (LS=200, LN=0.0002)
- FLE → FRE: (LS=5700, LN=0.0001)
- OTFS → FRE: (LS=5, LN=0.7)

2.4 逻辑节点计算

- SMIRA (OR节点)：其概率 $P(\text{SMIR}_{\text{Acalc}})$ 由输入证据决定，计算公式为：

$$P(\text{SMIR}_{\text{Acalc}}) = 1 - ((1 - P(\text{RCSev})) \cdot (1 - P(\text{RCADev})) \cdot (1 - P(\text{RCIBev})) \cdot (1 - P(\text{RCVPev})))$$

此 $P(\text{SMIR}_{\text{Acalc}})$ 值作为证据SMIRA影响SMIR节点的概率。

- FMGS&PTP (AND节点)：其概率 $P(\text{FMGS\&PTP}_{\text{calc}})$ 由输入证据决定，计算公式为：

$$P(\text{FMGS\&PTP}_{\text{calc}}) = P(\text{FMGS}_{\text{ev}}) \cdot P(\text{PT}_{\text{ev}})$$

此 $P(\text{FMGS\&PTP}_{\text{calc}})$ 值作为证据FMGS&PTP影响STIR节点的概率。

2.5 计算核心公式

- 几率 (Odds) 与概率 (Probability) 转换：

$$O = P / (1 - P)$$

$$P = O / (1 + O)$$

- 后验几率更新：

$$O_{\text{post}}(H) = O_{\text{prior}}(H) \cdot \text{ME}$$

其中，证据乘子 (Multiplier) $\text{ME} = (\text{LS} \cdot P(E) + \text{LN} \cdot (1 - P(E)))$ 。

- 多证据融合：通过将各独立证据的乘子与先验几率顺序相乘实现：

$$O_{\text{final}}(H) = O_{\text{prior}}(H) \cdot \text{ME}_1 \cdot \text{ME}_2 \cdot \dots$$

3. 初始（叶）证据节点概率设置

实验包含以下8个初始证据节点，其观测概率 ($P(E_{ev})$) 在两种不同情景下进行设定：

1. $P(RC_{Sev})$: RCS被观测到的概率
2. $P(RC_{ADev})$: RCAD被观测到的概率
3. $P(RC_{IBev})$: RCIB被观测到的概率
4. $P(RC_{VPev})$: RCV被观测到的概率
5. $P(FMG_{Sev})$: FMGS被观测到的概率
6. $P(P_{Tev})$: PT被观测到的概率
7. $P(OTF_{Sev})$: OTFS被观测到的概率
8. $P(CV_{Rev})$: CVR被观测到的概率

3.1 情景1：基准/低概率情景

此情景下，各初始证据节点被观测到的概率较低：

- $P(RC_{Sev})=0.001$
- $P(RC_{ADev})=0.001$
- $P(RC_{IBev})=0.001$
- $P(RC_{VPev})=0.001$
- $P(FMG_{Sev})=0.01$
- $P(P_{Tev})=0.01$
- $P(OTF_{Sev})=0.1$
- $P(CV_{Rev})=0.001$

3.2 情景2：高概率/较有利情景

此情景下，各初始证据节点被观测到的概率较高：

- $P(RC_{Sev})=0.7$
- $P(RC_{ADev})=0.6$
- $P(RC_{IBev})=0.5$
- $P(RC_{VPev})=0.4$
- $P(FMG_{Sev})=0.8$
- $P(P_{Tev})=0.8$
- $P(OTF_{Sev})=0.75$
- $P(CV_{Rev})=0.2$

4. 计算结果

两种情景下，各关键节点及顶层FRE节点的后验概率与后验几率计算结果汇总如下表所示。

指标	情景1 (低概率)	情景2 (高概率)
P(SMIRA)	3.994004e-03	9.640000e-01
P(FMGS&PTP)	1.000000e-04	6.400000e-01
Pfinal(STIR)	2.222505e-05	9.192101e-01
Ofinal(STIR)	2.222554e-05	1.137778e+01
Pfinal(SMIR)	1.848859e-04	9.998479e-01
Ofinal(SMIR)	1.849201e-04	6.575623e+03
Pfinal(HYPE)	6.423364e-06	9.945064e-01
Ofinal(HYPE)	6.423406e-06	1.810314e+02
Pfinal(FLE)	1.342155e-05	9.938165e-01
Ofinal(FLE)	1.342173e-05	1.607202e+02
Pfinal(FRE)	8.664034e-05	9.570011e-01
Ofinal(FRE)	8.664785e-05	2.225642e+01

5. 讨论与结论

5.1 结果概述

在情景1（低概率）下，由于所有初始证据的发生概率均设定为较低值，导致整个信念网络中各中间假设节点（SMIRA, STIR, SMIR, HYPE, FLE）的后验概率维持在极低的水准。最终，顶层节点FRE的后验概率为 8.664034×10^{-5} （对应几率为 8.664785×10^{-5} ）。此结果表明，在缺乏有利证据支持时，FRE成立的可信度非常低，且略低于其 0.001 的先验概率。

相对地，在情景2（高概率）下，所有初始证据的发生概率均显著提高。这引发了信念在网络中的逐级增强：计算得到的 $P(\text{SMIR}_{\text{calc}})$ 达到 0.964， $P(\text{FMGS\&PTP}_{\text{calc}})$ 达到 0.64。这些强有力的底层证据使得中间假设 $P_{\text{final}}(\text{STIR})$ 提升至 0.919， $P_{\text{final}}(\text{SMIR})$ 更是高达 0.9998。随后， $P_{\text{final}}(\text{HYPE})$ 和 $P_{\text{final}}(\text{FLE})$ 也分别达到了 0.9945 和 0.9938 的高概率。最终，顶层节点FRE的后验概率飙升至 0.957（对应几率

为 22.256)，远超其先验概率。这清晰地表明，在众多有利证据的共同支持下，FRE成立的可信度极高。

5.2 敏感性分析

FRE节点的最终置信度对初始证据概率表现出高度的敏感性。从情景1至情景2，初始证据概率的提升导致FRE的后验概率从接近于零的水平提升至接近于1的水平，显示出巨大的变化幅度。

具体而言，关键路径的影响体现在：

- **SMIR路径：**在情景2中，RCS, RCAD, RCIB, RCVF的高概率使得 $P(\text{SMIR}_{\text{Acalc}})$ 非常高。此结果结合SMIRA → SMIR规则 ($LS=1, LN=0.0002$) 以及RCS等节点至SMIR的直接证据规则（如RCS → SMIR: $LS=300$ ），共同作用并极大地提升了 $P_{\text{final}}(\text{SMIR})$ 。SMIR的高概率继而通过SMIR → HYPE规则 ($LS=300, LN=0.0001$)，显著贡献于HYPE节点概率的提升。
- **STIR路径：**在情景2中，FMGS和PT的高概率使得 $P(\text{FMGS}\&\text{PTP}_{\text{calc}})$ 较高。此结果与FMGS对STIR的直接影响（FMGS → STIR: $LS=2, LN=0.000001$ ），再结合FMGS&PTP → STIR规则 ($LS=100, LN=0.000001$)，共同显著提升了 $P_{\text{final}}(\text{STIR})$ 。STIR的高概率随后通过STIR → HYPE规则 ($LS=65, LN=0.01$) 对HYPE节点做出贡献。
- **HYPE至FLE路径：**HYPE的高概率通过HYPE → FLE规则 ($LS=200, LN=0.0002$)，成为FLE概率提升的关键因素之一。
- **CVR至FLE路径：**在情景2中， $P(\text{CVRev})=0.2$ 。鉴于CVR → FLE规则具有极高的 $LS=800$ 值，CVR对FLE的概率提升起到了重要作用。
- **FLE与OTFS至FRE路径：**FLE的高概率是FRE概率提升的最主要驱动力，这主要通过具有极大 $LS=5700$ 值的FLE → FRE规则 ($LN=0.0001$) 实现。同时， $P(\text{OTFSev})=0.75$ 通过OTFS → FRE规则 ($LS=5, LN=0.7$) 也对FRE的概率提供了正向贡献，尽管其LS值相对较小。

总结而言，具有高LS值的证据规则，当其对应的证据本身具有较高概率时，对父节点概率的提升作用尤为显著，例如FLE → FRE, CVR → FLE, 以及SMIR → HYPE等规则均体现了此特性。

5.3 模型解释

本信念网络有效地模拟了地质勘探领域中证据积累与推理的认知过程。底层的地质观测数据（如RCS, FMGS等）通过逻辑组合（例如SMIRA的OR逻辑, FMGS&PTP的AND逻辑）及直接的证据推理链条，逐步构建起对各中间层级地质假设（例如SMIR指示岩性特征，STIR指示构造特征）的置信度。

这些中间层级的假设进而支持更高层次的地质概念（例如HYPE指示有利的深部成矿环境，FLE指示有利的区域剥蚀程度）。同时，CVR（共生火山岩）与OTFS（老断裂系统）等区域性的宏观地质证据，从不同角度进一步增强了对有利剥蚀程度及最终有利区域环境的综合判断。

最终，所有相关信息汇聚至顶层FRE节点，其计算得出的后验概率直观反映了在当前所有可观测证据条件下，评估区域具备有利成矿区域环境的总体可信程度。

5.4 模型局限性与展望

尽管本模型提供了一个有效的定量评估框架，但仍存在一些局限性，并为未来工作指明了方向：

- **参数依赖性：**模型的输出结果高度依赖于所设定的各假设节点先验概率 $P_0(H)$ 以及各证据规则中的 LS 和 LN 值。这些参数的准确性直接影响最终结论的可靠性，通常需要领域专家的仔细评估、校准与验证。
- **证据独立性假设：**当前采用的序贯更新方法（标准的贝叶斯网络更新方式）通常假设不同来源的证据对于目标假设而言是条件独立的。然而，在复杂的地质问题中，某些证据之间可能存在复杂的相互依赖关系。若这些依赖关系未在网络结构中得到明确建模，可能会对推理结果的精度产生影响。
- **SMIRA → SMIR 规则的特殊性分析：**SMIRA → SMIR规则 ($LS=1, LN=0.0002$) 具有特殊意义。当SMIRA的OR逻辑不成立（即 $P(\text{SMIR}_{\text{Acalc}})$ 接近0，意味着RCS, RCAD, RCIB, RCVP均未被观测到）时，其远小于1的 LN 值会对SMIR的信念产生强烈的负面抑制作用。这符合地质逻辑：如果多种指示性的岩脉（或岩墙）均未出现，那么SMIR（通常暗示与特定岩性相关的有利形态学证据）成立的可能性自然会大大降低。
- **未来工作建议：**为进一步提升模型的性能和可靠性，可考虑开展参数敏感性分析，深入研究不同 LS/LN 值对FRE最终结果的具体影响程度。此外，也可以探索在模型中引入更复杂的证据间依赖关系，或采用更高级的贝叶斯网络推理算法。

6. 附录：Python代码

Python ▾

展开 复制

```
# --- 辅助函数 ---
def prob_to_odds(p):
    """将概率转换为几率 (Odds)"""
    if p == 1.0:
        return float('inf') # 实际上是无限大几率
    if p == 0.0:
        return 0.0
    if p < 0 or p > 1:
        raise ValueError(f"概率值 {p} 必须在0和1之间。")
    return p / (1 - p)

def odds_to_prob(o):
    """将几率转换为概率"""
    if o == float('inf'):
        return 1.0
```

```

    return o / (1 + o)

def calculate_posterior_odds_from_evidences(prior_odds,
evidence_params):
    """
    根据先验几率和一系列证据计算后验几率。
    evidence_params: 一个元组列表，每个元组是 (LS, LN, P_evidence)
    """
    current_odds = prior_odds
    for ls, ln, p_evidence in evidence_params:
        if p_evidence < 0 or p_evidence > 1:
            # 允许计算出的中间概率略微超出范围，进行裁剪
            p_evidence = max(0.0, min(1.0, p_evidence))
            # print(f"警告：证据概率 {p_evidence} 被裁剪至0-1范围。") # 可
            # 选警告

            # 确保 LS 和 LN 是有效的数值
            if not (isinstance(ls, (int, float)) and isinstance(ln, (int,
float)))):
                raise ValueError(f"LS ({ls}) 或 LN ({ln}) 不是有效的数值。")

            multiplier = (ls * p_evidence) + (ln * (1 - p_evidence))
            current_odds *= multiplier
    return current_odds

# --- 网络参数 ---
# 先验概率 P0(H) - 仅用于被更新的父节点
P0_FRE = 0.001
P0_FLE = 0.005
P0_HYPE = 0.01
P0_SMIR = 0.03
P0_STIR = 0.1
# 注意：P0_RCS, P0_RCAD 等叶节点的先验在此计算中不直接用于更新其父节点，
# 而是使用其作为证据被观察到的概率 P(E_ev)

# 证据规则 (LS, LN)
RULES = {
    "RCS_to_SMIR": {"LS": 300, "LN": 1},
    "RCAD_to_SMIR": {"LS": 75, "LN": 1},
    "RCIB_to_SMIR": {"LS": 20, "LN": 1},
    "RCVP_to_SMIR": {"LS": 4, "LN": 1},
    "SMIRA_to_SMIR": {"LS": 1, "LN": 0.0002},
    "FMGS_PTP_to_STIR": {"LS": 100, "LN": 0.000001},
    "FMGS_to_STIR": {"LS": 2, "LN": 0.000001}, # 新增规则
    "SMIR_to_HYPE": {"LS": 300, "LN": 0.0001},

```

```

"STIR_to_HYPE": {"LS": 65, "LN": 0.01},
"CVR_to_FLE": {"LS": 800, "LN": 1}, # CVR -> FLE
"HYPE_to_FLE": {"LS": 200, "LN": 0.0002},
"FLE_to_FRE": {"LS": 5700, "LN": 0.0001},
"OTFS_to_FRE": {"LS": 5, "LN": 0.7},
}

# --- 主要计算函数 ---
def calculate_fre_posterior_v2(initial_evidence_probs):
    """
    计算 FRE 节点的后验几率和概率。
    initial_evidence_probs: 包含8个初始证据节点观测概率的字典：
        P_RCS_ev, P_RCAD_ev, P_RCIB_ev, P_RCVP_ev,
        P_FMGS_ev, P_PT_ev, P_OTFS_ev, P_CVR_ev
    """
    P_RCS_ev = initial_evidence_probs["P_RCS_ev"]
    P_RCAD_ev = initial_evidence_probs["P_RCAD_ev"]
    P_RCIB_ev = initial_evidence_probs["P_RCIB_ev"]
    P_RCVP_ev = initial_evidence_probs["P_RCVP_ev"]
    P_FMGS_ev = initial_evidence_probs["P_FMGS_ev"]
    P_PT_ev = initial_evidence_probs["P_PT_ev"]
    P_OTFS_ev = initial_evidence_probs["P_OTFS_ev"]
    P_CVR_ev = initial_evidence_probs["P_CVR_ev"]

    results = {} # 用于存储所有中间和最终结果

    # 1. 计算 P(SMIRA_calc) - OR 逻辑节点
    #  $P(\text{SMIRA}) = 1 - (1 - P(\text{RCS\_ev})) * (1 - P(\text{RCAD\_ev})) * (1 - P(\text{RCIB\_ev})) * (1 - P(\text{RCVP\_ev}))$ 
    P_SMIRA_calc = 1 - (
        (1 - P_RCS_ev) *
        (1 - P_RCAD_ev) *
        (1 - P_RCIB_ev) *
        (1 - P_RCVP_ev)
    )
    results["P_SMIRA_calc"] = P_SMIRA_calc

    # 2. 计算 P(FMGS_PTP_calc) - AND 逻辑节点
    #  $P(\text{FMGS\&PTP}) = P(\text{FMGS\_ev}) * P(\text{PT\_ev})$ 
    P_FMGS_PTP_calc = P_FMGS_ev * P_PT_ev
    results["P_FMGS_PTP_calc"] = P_FMGS_PTP_calc

    # 3. 计算 P(STIR_final)
    O0_STIR = prob_to_odds(P0_STIR)
    O_final_STIR = calculate_posterior_odds_from_evidences(O0_STIR, [
        (RULES["FMGS_PTP_to_STIR"]["LS"], RULES["FMGS_PTP_to_STIR"]

```



```

["LN"], P_FMGS_PTP_calc),
    (RULES["FMGS_to_STIR"]["LS"], RULES["FMGS_to_STIR"]["LN"],
P_FMGS_ev) # STIR也受FMGS直接影响
])
P_final_STIR = odds_to_prob(O_final_STIR)
results["P_final_STIR"] = P_final_STIR
results["O_final_STIR"] = O_final_STIR

# 4. 计算 P(SMIR_final)
O0_SMIR = prob_to_odds(P0_SMIR)
O_final_SMIR = calculate_posterior_odds_from_evidences(O0_SMIR, [
    (RULES["RCS_to_SMIR"]["LS"], RULES["RCS_to_SMIR"]["LN"],
P_RCS_ev),
    (RULES["RCAD_to_SMIR"]["LS"], RULES["RCAD_to_SMIR"]["LN"],
P_RCAD_ev),
    (RULES["RCIB_to_SMIR"]["LS"], RULES["RCIB_to_SMIR"]["LN"],
P_RCIB_ev),
    (RULES["RCVP_to_SMIR"]["LS"], RULES["RCVP_to_SMIR"]["LN"],
P_RCVP_ev),
    (RULES["SMIRA_to_SMIR"]["LS"], RULES["SMIRA_to_SMIR"]["LN"],
P_SMIRA_calc)
])
P_final_SMIR = odds_to_prob(O_final_SMIR)
results["P_final_SMIR"] = P_final_SMIR
results["O_final_SMIR"] = O_final_SMIR

# 5. 计算 P(HYPE_final)
O0_HYPE = prob_to_odds(P0_HYPE)
O_final_HYPE = calculate_posterior_odds_from_evidences(O0_HYPE, [
    (RULES["SMIR_to_HYPE"]["LS"], RULES["SMIR_to_HYPE"]["LN"],
P_final_SMIR),
    (RULES["STIR_to_HYPE"]["LS"], RULES["STIR_to_HYPE"]["LN"],
P_final_STIR)
])
P_final_HYPE = odds_to_prob(O_final_HYPE)
results["P_final_HYPE"] = P_final_HYPE
results["O_final_HYPE"] = O_final_HYPE

# 6. 计算 P(FLE_final)
O0_FLE = prob_to_odds(P0_FLE)
O_final_FLE = calculate_posterior_odds_from_evidences(O0_FLE, [
    (RULES["CVR_to_FLE"]["LS"], RULES["CVR_to_FLE"]["LN"],
P_CVR_ev), # CVR作为证据影响FLE
    (RULES["HYPE_to_FLE"]["LS"], RULES["HYPE_to_FLE"]["LN"],
P_final_HYPE)
])
P_final_FLE = odds_to_prob(O_final_FLE)

```

```

results["P_final_FLE"] = P_final_FLE
results["O_final_FLE"] = O_final_FLE

# 7. 计算 O_FRE_final 和 P_FRE_final
O0_FRE = prob_to_odds(P0_FRE)
O_final_FRE = calculate_posterior_odds_from_evidences(O0_FRE, [
    (RULES["FLE_to_FRE"]["LS"], RULES["FLE_to_FRE"]["LN"],
P_final_FLE),
    (RULES["OTFS_to_FRE"]["LS"], RULES["OTFS_to_FRE"]["LN"],
P_OTFS_ev)
])
P_final_FRE = odds_to_prob(O_final_FRE)
results["O_final_FRE"] = O_final_FRE
results["P_final_FRE"] = P_final_FRE

return results

# --- 定义两组初始证据概率 ---
# 这些是 P(E_ev), 即证据被观察到的概率
SET1_INITIAL_EVIDENCE_PROBS = {
    "P_RCS_ev": 0.001, "P_RCAD_ev": 0.001, "P_RCIB_ev": 0.001,
    "P_RCVF_ev": 0.001,
    "P_FMGS_ev": 0.01, "P_PT_ev": 0.01,
    "P_OTFS_ev": 0.1, "P_CVR_ev": 0.001
}

SET2_INITIAL_EVIDENCE_PROBS = {
    "P_RCS_ev": 0.7, "P_RCAD_ev": 0.6, "P_RCIB_ev": 0.5, "P_RCVF_ev":
0.4,
    "P_FMGS_ev": 0.8, "P_PT_ev": 0.8,
    "P_OTFS_ev": 0.75, "P_CVR_ev": 0.2
}

# --- 运行计算 ---
print("情景1 计算 (基准/低概率情景)...")
results_set1 = calculate_fre_posterior_v2(SET1_INITIAL_EVIDENCE_PROBS)
print("\n情景1 结果:")
for key, value in results_set1.items():
    print(f"{key}: {value:.6e}" if isinstance(value, float) else f"
{key}: {value}")

print("\n情景2 计算 (高概率/较有利情景)...")
results_set2 = calculate_fre_posterior_v2(SET2_INITIAL_EVIDENCE_PROBS)
print("\n情景2 结果:")
for key, value in results_set2.items():
    print(f"{key}: {value:.6e}" if isinstance(value, float) else f"

```

```
{key}: {value}" )
```