

# MCF-II - 2024/2 - Prova 1 - S. Gonçalves

04/11/2024

Considere a equação diferencial ordinária (EDO)

$$\frac{dy}{dx} = -2yx$$

Com a condição inicial  $y(0) = 10$ , a solução exata é  $y(x) = 10e^{-x^2}$ .  
Resolva numericamente a EDO no intervalo  $x \in [0, 3]$ .

## 1. Método de Euler

- Resolva a EDO utilizando o método de Euler com passo  $\Delta x = 0.2$ .
- Construa um gráfico (Fig.1) comparando a solução numérica obtida pelo método de Euler com a solução exata. Identifique cada curva.

## 2. Método de Runge-Kutta de 2ª ordem

- Resolva a EDO utilizando o método de Runge-Kutta de segunda ordem com  $\Delta x = 0.2$ .
- Construa um gráfico (Fig.2) comparando as duas soluções numéricas com a solução exata. Identifique cada curva.

## 3. Erro Global Médio

Modifique o programa do método de Euler (ou crie uma nova função) para calcular o erro global médio, definido como:

$$E_{\text{global}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_n(x_i) - y(x_i))^2},$$

onde  $y_n(x_i)$  é o valor da solução numérica e  $y(x_i)$  é o valor da solução exata em cada ponto  $x_i$  ao longo do intervalo, para um dado valor de  $\Delta x$ .

4. **Análise do Erro**

Construa um gráfico (Fig.3) em escala log-log de  $E_{\text{global}}$  versus  $\Delta x$ , variando  $\Delta x$  entre 0.01 e 0.2.

5. **Erro Global Médio - RK2 (Bônus)** Faça o mesmo que na questão anterior como RK2. Compare em uma figura (Fig.4) os erros entre os métodos em escala log-log.

Cada questão normal vale 2,5. O bônus é um ponto extra que pode ser usado se for necessário.