

Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

# Controlo Em Espaço de Estados

2014/2015

# Trabalho de Laboratório

# Controlo por Retroacção do Estado de um Braço Robot Flexível

J. Miranda Lemos e Alexandre Bernardino

DEEC, Área Científica de Sistemas, Decisão e Controlo

### **Objectivos**

Após realizar este trabalho, o aluno deverá ser capaz de:

- Projectar um controlador por realimentação de variáveis de estado para um sistema linear descrito pelo modelo de estado incluindo um observador assimptótico e seguimento de referência.
- 2. Testar o projecto recorrendo a simulações efectuadas no SIMULINK.
- Testar o projecto no sistema real usando o SIMULINK e substituindo o bloco de simulação por blocos ligados a conversores A/D e D/A que operam em tempo real (numa situação simples da chamada "prototipagem rápida").

#### **Bibliografia**

Acetatos sobre Controlo por Realimentação Linear de Variáveis de Estado.

#### Trabalho a realizar

Cada grupo deverá entregar um relatório com a resposta às questões indicadas a seguir. Este relatório deverá conter: A identificação do trabalho; A identificação dos alunos (número e nome); A resposta a cada questão indicada a seguir, identificando-a com o seu número. As respostas devem ser concisas.

# Descrição do sistema a controlar

O sistema a controlar, que se mostra na fig. 1, consiste numa barra flexível (B na fig. 1) que se pretende posicionar actuando num motor (M) que a permite rodar. Esta barra simula uma junta de um braço robot flexível.

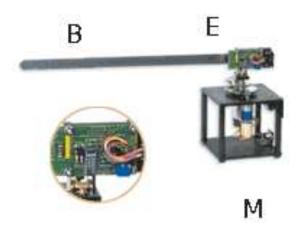


Fig. 1 – Fotografia do braço flexível a controlar.

A variável manipulada é a tensão u aplicada ao motor (através de um amplificador de potência) e a saída a controlar é o ângulo de rotação da ponta da barra, y. Podem existir perturbações correspondentes a forças externas que se exercem sobre a barra.

O ângulo total de deflexão da barra não é medido directamente. Existem sensores que medem, respectivamente:

- O ângulo de rotação do veio do motor,  $\theta$
- O ângulo de desvio da ponta da barra em relação à sua posição não deflectida,  $\alpha$

O ângulo total de deflexão da ponta da barra é aproximadamente igual à soma destes dois ângulos (ver a fig. 2). O ângulo  $\alpha$  é medido com um extensómetro<sup>1</sup> (E na fig. 1), colado na barra. O ângulo  $\theta$  é medido com um

2

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Um estensómetro (*strain gage* em Inglês é um transdutor que permite medir pequenas deformações em corpos sujeitos a tensões. Consiste numa resistência variável com o comprimento que é colada sobre o objecto cuja tensão (mecânica, devida a forças aplicadas) se

potenciómetro acoplado ao veio do motor através de uma transmissão mecânica.

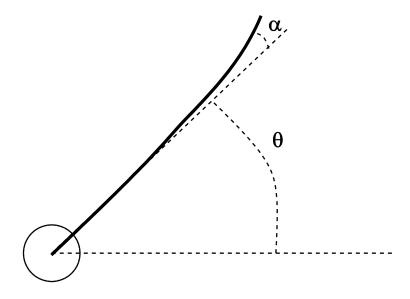


Fig. 2 – Vista esquemática em planta da barra flexível.

Tomando como vector de estado

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

as matrizes do modelo de estado linearizado (válidas para pequenos deslocamentos em torno do equilíbrio em que a barra está parada e direita) são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 566 & -37 & 0 \\ 0 & -922 & 37 & 0 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 65 \\ -65 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

pretende medir. Quando objecto é "esticado" através de forças de tensão que lhe são aplicadas, a resistência do extensómetro (medida com uma ponte de Wheatstone) varia, sendo uma imagem da tensão mecânica que lhe é aplicada. No sistema usado no laboratório, quando a barra é deflectida, uma das suas faces "estica" e a outra "encolhe de uma maneira que é proporcional à deflexão da ponta. Para mais detalhes ver

http://www.omega.com/literature/transactions/volume3/strain.html

A obtenção destas matrizes (dito de outro modo: "A identificação de um modelo do sistema") não é do âmbito deste trabalho<sup>2</sup>. Em termos gerais, compreende dois passos:

- Escrita das equações do sistema a partir de princípios físicos fundamentais;
- Estimação dos parâmetros destas equações a partir de dados recolhidos experimentalmente.

## Trabalho a realizar

- 1. Caracterize o sistema nominal em cadeia aberta (definido pelos matrizes A, b e c indicadas) em termos de controlabilidade. Para tal, escreva uma macro MATLAB para calcular a matriz de controlabilidade e para determinar se o sistema é controlável. Sugestão: Use a função rank para determinar a característica de uma matriz.
- 2. Caracterize o sistema nominal em cadeia aberta em termos de observabilidade. Para tal, escreva uma macro MATLAB para calcular a matriz de observabilidade e para determinar se o sistema é observável.
- 3. Escreva uma macro MATLAB para traçar o diagrama de Bode do sistema em cadeia aberta num intervalo de frequências que considere conveniente. Comente o aspecto do diagrama tendo em conta o modelo. Nos seus comentários tenha em conta que o sistema tem um motor e uma barra flexível. Pense a que é que isto corresponde em termos da distribuição de pólos e zeros e qual o seu reflexo em termos das curvas de resposta em frequência para a amplitude e a fase. Sugestão: Use as matrizes ss2tf para obter a função de transferência a partir do modelo de estado e bode praçar os diagramas de Bode.

4

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A *Identificação de Sistemas* estuda-se na disciplina de *Modelação, Identificação e Controlo Digital*.

**4.** Escreva uma macro MATLAB para determinar o vector de ganhos do controlador (designe-o por *K*) e do observador (designe-o por *L*) para que os valores próprios do controlador sejam, respectivamente

$$-70$$
  $-20$   $-10$   $-10$ 

e os do erro do observador sejam

$$-50$$
  $-50$   $-30$   $-30$ 

Utilize as fórmulas de Bass-Gura para o cálculo dos ganhos do controlador e do observador. Valide a macro que escreveu recorrendo ao Teorema de Separação. Sugestão: O comando *poly* permite obter os coeficientes de um polinómio a partir das suas raízes.

A fórmula de Bass-Gura para o cálculo dos ganhos do observador é

$$L = O^{-1}(A, c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{n-1} & \cdots & a_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} (\alpha - a)^T$$

em que  $\alpha = [\alpha_1 \cdots \alpha_n]$  é o vector dos coeficientes do polinómio característico desejado para o erro de estimação e  $a = [a_1 \cdots a_n]$  é o vector dos coeficientes do polinómio característico da matriz A.

- **5.** Construa um diagrama de blocos no SIMULINK para simular o sistema controlado, usando o controlador e o observador que dimensionou. Incorpore a referência por forma a que o compensador amplifique o erro de seguimento. Registe os resultados de simulação que obteve.
- **6.** Recorrendo ao MATLAB, calcule a função de transferência do sistema em cadeia fechada (da referência r para a saída y) e trace o seu diagrama de Bode. Interprete a resposta observada em termos da posição dos pólos e dos zeros. *Sugestão*: Utilize as funções series e feedback para interligar funções de transferência.

- **7.** Recorrendo aos ganhos que dimensionou, faça agora um ensaio com o sistema real. Para tal, execute os seguintes passos:
  - Corra a macro setup\_ceelab.m que inicializa uma série de variáveis (intervalo de amostragem, modelo, parâmetros do pré-filtro).
  - Escreva os ganhos do controlador, dando o nome de K a este parâmetro (vector linha), e do observador, com nome L (vector coluna) no espaço de trabalho. Sugere-se que isto seja feito correndo uma macro criada por si e que calcula estres ganhos a partir das respostas às questões anteriores.
  - Certifique-se que o equipamento está bem ligado, em particular que o
    cabo de ligação ao extensómetro está encaixado na ficha situada na base
    da barra. Ligue o interruptor do módulo de alimentação da QUANSER,
    que se encontra na parte posterior. Deverá acender-se um led vermelho
    no painel des módulo. Note bem: Em situações em que o sistema
    fique instável, deverá desligar imediatamente o interruptor.
  - Active o diagrama de blocos cee\_rlve.mdl . Clkique no botão Connect to
     Target que se encontra na régua de botões deste diagrama de blocos
     (veja a fig. 3 para identificar este botão). Para iniciar o programa clique no
     botão ▶ . Use o botão para parar a simulação.

Observe e registe o resultado. Compare as respostas obtidas com o sistema real e com a simulação. Comente as diferenças.

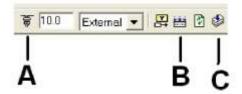


Fig. 3 – Botões na folha de trabalho do SIMULINK para compilar um diagrama de blocos a ser executado com o real time workshop. A: Connect To target; B: incremental Build; C. Update Diagram.

- **8.** O diagrama de blocos  $cee\_rlve.mdl$  possui um filtro na saída. (posição ângular da ponta da barra, estimada pela soma dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ ). Veja qual o efeito de retirar este filtro. Pode retirar o pré-filtro actuando no *switch* correspondente. Para tal clique 2 vezes. Actue apenas no *switch* com a simulação parada.
- **9.** O diagrama de blocos *cee\_rlve.mdl* possui um pré-filtro que filtra a referência. Veja o efeito da variação do pólo deste pré-filtro. Pode fazer isso indo ao espaço de trabalho do MATLAB e atribuindo valores diferentes à variável *wnpf*.
- **10.** Faça um ensaio retirando o sinal que vem do extensómetro (ou seja, a saída é só o ângulo do motor). Compare com a situação em que o sinal do extensómetro é adicionada ao ângulo do motor para formar a saída. Existe um *switch* que permite retirar o sinal do extensómetro.
- **11.** Experimente outras especificações para os pólos do observador e/ou do controlador. Registe os resultados e comente. Considere em particular as seguintes situações:
- A) Valores próprios do controlador

$$-70$$
  $-20$   $-10$   $-10$ 

Valores próprios do erro do observador

$$-75$$
  $-75$   $-45$   $-45$ 

B) Valores próprios do controlador:

$$-70 \quad -20 \quad -1 \pm 5j$$

Valores próprios do erro do observador:

$$-50$$
  $-50$   $-30$   $-30$ 

Considere outras situações que considere relevantes se achar necessário.

**Note bem**: Neste processo é relativamente fácil tornar o sistema em cadeia fechada instável Isto leva a que o motor rode continuamente, arrastando o cabo de ligação ao extensómetro, podendo mesmo danificar o equipamento. Para evitar isto, no início de cada ensaio, um dos elementos do grupo deverá estar a postos para desligar o interruptor no módulo de amplificação da QUANSER.