Очень краткий конспект по волновой оптике.

Летняя Физическая Школа, июль–август 2015.

Лекция 1, 14 июля 2015.

Свет как электромагнитная волна. Основные характеристики электромагнитных волн. Спектр электромагнитного излучения от радиоволн до рентгеновского излучения.

Три различных приближения, используемых в оптике: геометрическое ($\lambda \ll L$), волновое ($\lambda \sim L$), квантовое. Здесь везде λ — характерная длина волны, L — размер приборов в задаче. Мы будем рассматривать только геометрическую и волновую оптику.

Начнём с геометрической оптики. Все её законы можно сформулировать с помощью *принципа Ферма*, который утверждает, что свет распространяется по такой траектории, которая занимает наименьшее (экстремальное) время.
Закон отражения от зеркала отсюда получается почти автоматически. Немного сложнее получить закон преломления *(закон Снеллиуса)*.

Кроме обычного случая преломления на границе двух сред поучительно также рассмотреть распространение света в слоистой среде, т.е. такой, у которой показатель преломления непрерывно меняется с глубиной. Разбивая слоистую среду на слои, можно получить закон сохранения

$$n(z)\sin\alpha(z) = \mathrm{const}. \tag{1}$$

Наблюдение за распространением света в слоистой среде позволяет установить *оптико-механическую аналогию*. Она заключается в том, что в среде с показателем преломления $n(z)$ луч движется по такой же траектории, что и частица в потенциальном поле $U(z)$, причём $n(z)$ и $U(z)$ должны быть связаны соотношением

$$n(z) \sim \sqrt{E - U(z)}. \tag{2}$$

Лекция 2, 16 июля 2015.

Механические волны. Представление волны в виде

$$x = A\cos(\omega t - kx), \tag{3}$$

где k — волновое число.
Распространение волн на струне. Связь между λ, ω, c, T.
Волновое уравнение для струны: рассматривается небольшой кусочек струны, для него пишется второй закон Ньютона. В приближении небольших углов отклонения от равновесия получается *волновое уравнение*:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{T}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \tag{4}$$

где T — сила натяжения струны, ρ — плотность струны. Вид волнового уравнения и соображения размерности позволяют сказать, что скорость распространения волн на струне равна

$$c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \tag{5}$$

После того, как обсужден вопрос с гармоническим колебанием на струне, можно начать обсуждать вопрос сложения колебаний. Именно, можно показать, что результатом сложения двух гармонических колебаний с одной и той же частотой будет такая же гармоническая волна. Если x_1 и x_2 удовлетворяют уравнениям

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi), \tag{6}$$

то

$$x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \delta). \tag{7}$$

A и δ легко находятся либо из тригонометрических соображений, либо с помощью *векторной диаграммы*.

Лекция 3, 19 июля 2015.

Сложение волн с помощью комплексных экспонент. Представление волны в виде e^{ikx}. Основные операции с комплексными экспонентами, объяснение формулы

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x. \tag{8}$$

Вычисление энергии, которую несёт с собой волна. Доказательство того факта, что интенсивность излучения $I \sim |A|^2$, где A — амплитуда волны.
Пример использования техники комплексных экспонент: интерференция от плоскопараллельной пластинки (или от тонкой плёнки). Волна, проходящая через плёнку, частично отражается, а частично преломляется в плёнке, отражаясь от противоположной границы и выходя параллельно исходной. Два параллельных луча, собранные линзой, интерферируют — разность их хода обуславливается показателем преломления плёнки n, её толщиной d, частотой падающей волны ω и угла преломления θ:

$$\delta = \frac{2\omega n d \cos\theta}{c}. \tag{9}$$

Видно, что разность хода будет зависеть от частоты падающего света. Таким образом, тонкая плёнка в определённом смысле «разложит» падающий свет на цветные полоски.

Лекция 4, 25 июля 2015.

Обсуждение *ньютоновских колец*: интерференционной картины, возникающей при соприкосновении плосковыпуклой линзы с плоской поверхностью. Из-за наличия воздушной прослойки между линзой и поверхностью у отражённых и преломлённых лучей возникает разность хода. Она и приводит к образованию интерференционной картины. Можно показать, что если R — радиус кривизны линзы, а r — расстояние от оси симметрии до точки наблюдения, то диаметр кольца d равен

$$d = \frac{r^2}{2R}.$$

Уточнение результата, полученного на предыдущем занятии: интереференция от тонкой плёнки. Можно просуммировать не только два луча, но и вообще все лучи, испытавшее множественное отражение и преломление. Введём коэффициент r, $0 < r < 1$, показывающий, во сколько раз меняется амплитуда волны при отражении от границы раздела. Тогда суммарная амплитуда всех проинтерферировавших лучей будет равна

$$A = E\sum_{i=0}^{\infty} r^{2i}e^{i\delta} = E\frac{1}{1-r^2e^{i\delta}}.$$

Интенсивность, в свою очередь, равна

$$I \sim A\bar{A} = \frac{1}{1-2r^2\cos\delta + r^4}.$$

Лекция 5, 28 июля 2015.

Для обсуждения дифракции полезно использовать *принцип Гюйгенса*: позволяет рассчитывать дифракционную картину как сумму лучей, приходящих от вторичных источников.
Замечание: интенсивность точечного спадает с расстоянием как

$$I \sim \frac{1}{r^2},$$

поэтому электрическое поле от точечного источника устроено так:

$$E \sim \frac{e^{ikr}}{r}.$$

Рассмотрим конкретный пример: дифракцию на круглом отверстии. Проведём волновой фронт, каждая точка этого фронта будет, в соответствии с принципом Гюйгенса, вторичным источником излучения. Для простоты будем считать результирующее поле в точке на экране точно напротив центра отверстия. В этой точке

$$E \sim \frac{E_0e^{ikr_0}}{r_0+r}\int_r^{R_{max}} a(R)e^{ikR}dR.$$

Здесь r_0 — расстояние от источника до отверстия, r — от отверстия до экрана, $a(R)$ — некая функция, зависящая от положения вторичного источника. Для вычисления этого интеграла можно разбить волновой фронт на *зоны Френеля* — концентрические сферы с радиусами r, $r+\lambda/2$, $r+2\lambda/2$ и т.д., с центрами в точке наблюдения P.
Таким образом удаётся понять, что освещённость в этой точке будет сильно зависеть от размера отверстия. Если отверстие открывает только первую зону Френеля, то интенсивность будет максимальной, при открытии второй зоны Френеля интенсивность упадёт до нуля.
Эти соображения позволяют определить дифракционную картину на экране — очевидно, наблюдатель увидит последовательность тёмных и светлых колец разного радиуса.