Lojistik Regresyon Modelinin Değerlendirilmesi

Sinan İyisoy

İkili (Dichotomous) Bağımsız Değişken

- Oluşan lojistik regresyonun değerlendirilmesi bağımsız değişkenlerin türüne göre farklılık gösterir.
- Kolaylık açısından ilk önce ikili bağımsız değişkenden başlanacaktır.
- Bu tür bir bağımsız değişkende iki kategori vardır $x=0$ ve $x=1$. Bağımlı değişken de benzer şekilde $y=0$ ve $y=1$ şeklindedir.

İkili Bağımsız Değişken

- Model tarafından oluşturulan olasılıklar tablodaki gibidir. Böyle bir durumda Odds Oranını hesaplamak istersek bağımsız değişkenin düzeylerindeki

  odds ları bulmamız gerekir.
- x=1 için odds = $\pi(1)/(1-\pi(1))$
- x=0 için odds = $\pi(0)/(1-\pi(0))$

$$\mathrm{OR} = \frac{\pi(1)/[1-\pi(1)]}{\pi(0)/[1-\pi(0)]}$$

Table 3.1 Values of the Logistic Regression Model When the Independent Variable Is Dichotomous

Outcome Variable (Y)	Independent Variable (X) $x=1$	$x=0$
$y=1$	$\pi(1)=\frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$\pi(0)=\frac{e^{\beta_0}}{1+e^{\beta_0}}$
$y=0$	$1-\pi(1)=\frac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$1-\pi(0)=\frac{1}{1+e^{\beta_0}}$
Total	1.0	1.0

İkili Bağımsız Değişken

$$\mathrm{OR} = \frac{\left(\dfrac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}\right) \Big/ \left(\dfrac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}\right)}{\left(\dfrac{e^{\beta_0}}{1+e^{\beta_0}}\right) \Big/ \left(\dfrac{1}{1+e^{\beta_0}}\right)}$$

$$= \frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{e^{\beta_0}}$$

$$= e^{(\beta_0+\beta_1)-\beta_0}$$

$$= e^{\beta_1}.$$

- y= 1 kanser, y=0 kanser değil (bağımlı değişken)
- x=1 sigara içiyor, x=0 sigara içmiyor şeklinde ve OR=2 bulunmuşsa bunun anlamı =>

İkili Bağımsız Değişken

- «Sigara içenlerde kanser olma **odds** u sigara içmeyenlerin 2 katıdır» şeklindedir.
- Bu durumda OR=0.5 olsaydı o zaman anlamı «Sigara içenlerde kanser olma **odds** u sigara içmeyenlerin yarısı kadardır» olacaktı.
- Aşağıdaki tabloyu düşünelim.

Table 3.2 Cross-Classification of AGE Dichotomized at 55 Years and CHD for 100 Subjects

	AGED(x)		
CHD(y)	≥ 55 (1)	< 55 (0)	Total
Present (1)	21	22	43
Absent (0)	6	51	57
Total	27	73	100

İkili Bağımsız Değişken

- Tablodan aşağıdakileri elde edebiliriz.

$$\hat{OR} = \frac{21/6}{22/51} = 8.11. \qquad \hat{\beta}_1 = \ln[(21/6)/(22/51)] = 2.094$$

- Program yoluyla aynı işlemi yaparsak

Table 3.3 Results of Fitting the Logistic Regression Model to the Data in Table 3.2

Variable	Coeff.	Std. Err.	z	P>|z|
AGED	2.094	0.5285	3.96	<0.001
Constant	−0.841	0.2551	−3.30	0.001

Log likelihood = −58.9795

- OR için güven aralığı : $\exp\left[\hat{\beta}_1 \pm z_{1-\alpha/2} \times \hat{SE}(\hat{\beta}_1)\right].$
- Örneğimiz için: $\exp(2.094 \pm 1.96 \times 0.529) = (2.9, 22.9).$

İkili Bağımsız Değişken

- **Başka kodlamalar**
- Yukarıda x=0 sigara içmiyor, x=1 sigara içiyor şeklinde kodlamıştık. Farklı kodlama kullansaydık, elde edeceğimiz OR farklı olacaktı. x=a sigara içmiyor, x=b sigara içiyor ya da x=1 sigara içmiyor, x=0 sigara içiyor gibi.
- **Dummy Kodlama**: «Referans kategoriyi 0 olarak, diğerini 1 olarak kodla.»
- x=0 sigara içmiyor ise OR sigara içenlerdeki odds un içmeyenlerdeki odds a oranını verir.

İkili Bağımsız Değişken

- **Deviation Kodlama** «Referans kategoriyi -1, diğerini 1 olarak kodla».
- Bu durumda elde edilen OR dummy kodlamada elde edilenden farklıdır. Örneğimiz için OR=65.8 olacaktır. (Dummy OR=8.11 idi).
- Sıklıkla kullanılan dummy kodlamadır.

Çok Kategorili (Polychotomous) Bağımsız Değişken

- Bağımsız değişkenimiz 4 düzeyli ırk değişkeni olsun. x=1 beyaz, x=2 siyah, x=3 hispanik ve x=4 diğer. Bu durumda lojistik regresyon yapabilmek için modele yeni değişkenler eklemek gereklidir.
- **Dummy kodlama**
- Referans kategori=0
- Beyazlar referans
- 4-1=3 adet değişken

Table 3.6 Specification of the Design Variables for RACE Using Reference Cell Coding with White as the Reference Group

	Design Variables		
RACE(Code)	RACE_2	RACE_3	RACE_4
White (1)	0	0	0
Black (2)	1	0	0
Hispanic (3)	0	1	0
Other (4)	0	0	1

Çok Kategorili Bağımsız Değişken

- Program çıktısı

Table 3.7 Results of Fitting the Logistic Regression Model to the Data in Table 3.5 Using the Design Variables in Table 3.6

Variable	Coeff.	Std. Err.	z	P>|z|
RACE_2	2.079	0.6325	3.29	0.001
RACE_3	1.792	0.6466	2.78	0.006
RACE_4	1.386	0.6708	2.07	0.039
Constant	−1.386	0.5000	−2.77	0.006

Log likelihood = −62.2937

$$\ln\left[\widehat{OR}(\text{Black}, \text{White})\right] = \hat{\beta}_1 = 2.079,$$

$$\ln\left[\widehat{OR}(\text{Hispanic}, \text{White})\right] = \hat{\beta}_2 = 1.792,$$

$$\ln\left[\widehat{OR}(\text{Other}, \text{White})\right] = \hat{\beta}_3 = 1.386.$$

OR= exp(2.079)=8

OR= exp(1.792)=6

OR= exp(1.386)=4

- Sabit terim referans grup için lojiti verir.

Çok Kategorili Bağımsız Değişken

- **Deviation(effect) kodlama** Referans kategori=-1

Table 3.8 Specification of the Design Variables for RACE Using Deviation from Means Coding

	Design Variables		
RACE(Code)	RACE_2	RACE_3	RACE_4
White (1)	−1	−1	−1
Black (2)	1	0	0
Hispanic (3)	0	1	0
Other (4)	0	0	1

Table 3.9 Results of Fitting the Logistic Regression Model to the Data in Table 3.5 Using the Design Variables in Table 3.8

Variable	Coeff.	Std. Err.	z	P>|z|
RACE_2	0.765	0.3506	2.18	0.029
RACE_3	0.477	0.3623	1.32	0.188
RACE_4	0.072	0.3846	0.19	0.852
Constant	−0.072	0.2189	−0.33	0.742

Log likelihood = −62.2937

Table 3.5 Cross-Classification of Hypothetical Data on RACE and CHD Status for 100 Subjects

CHD Status	White	Black	Hispanic	Other	Total
Present	5	20	15	10	50
Absent	20	10	10	10	50
Total	25	30	25	20	100
Odds Ratio	1	8	6	4	
95 % CI		(2.3, 27.6)	(1.7, 21.3)	(1.1, 14.9)	
$\ln(\hat{OR})$	0.0	2.08	1.79	1.39	

$$\hat{g}_1 = \ln\left(\frac{5/25}{20/25}\right) = \ln\left(\frac{5}{20}\right) = -1.386$$

$$\hat{g}_2 = \ln(20/10) = 0.693, \quad \hat{g}_3 = \ln(15/10) = 0.405, \quad \hat{g}_4 = \ln(10/10) = 0.$$

$$\bar{g} = \sum \hat{g}_i / 4 - 0.072.$$

$$\hat{g}_2 - \bar{g} = 0.693 - (-0.072) = 0.765$$

Çok Kategorili Bağımsız Değişken

- Bulduğumuz bu OR gerçek OR değildir (çünkü pay ve paydadaki değerler iki farklı kategoriye ait değildir)

$$
\begin{aligned}
\exp(0.765) &= \exp(\hat{g}_2 - \bar{g}) \\
&= \exp(\hat{g}_2) / \exp\left(\sum \hat{g}_j / 4\right) \\
&= (20/10) / \left[(5/20) \times (20/10) \times (15/10) \times (10/10)\right]^{0.25} \\
&= 2.15\ .
\end{aligned}
$$

- OR=2.15 demek siyahlardaki odds ortalama odds a göre 2.15 kat demektir.

	Dummy			Deviation			Simple		
	R2	R3	R4	R2	R3	R4	R2	R3	R4
White	0	0	0	-1	-1	-1	-.25	-.25	-.25
Black	1	0	0	1	0	0	.75	-.25	-.25
Hispanic	0	1	0	0	1	0	-.25	.75	-.25
Other	0	0	1	0	0	1	-.25	-.25	.75

	Dummy	Deviation	Simple
R2	2,079	0,765	2,079
R3	1,792	0,477	1,792
R4	1,386	0,072	1,386
Sabit	-1,386	-0,072	-0,072

	Sabit Terim	Katsayılar
Dummy	Referans kategorinin lojiti	Kategori lojit ile referans lojit farkı
Deviation	Ortalama lojit	Kategori lojit ile ortalama lojit farkı
Simple	Ortalama lojit	Kategori lojit ile referans lojit farkı

Katsayılar

- $2.079 = \ln 2 - \ln 0.25$
- $1.792 = \ln 1.5 - \ln 0.25$
- $0.765 = \ln 2 - (\ln 0.25 + \ln 2 + \ln 1.5 + \ln 1)/4$
- $0.477 = \ln 1.5 - (\ln 0.25 + \ln 2 + \ln 1.5 + \ln 1)/4$
- $2.079 = \ln 2 - \ln 0.25$
- $1.792 = \ln 1.5 - \ln 0.25$

	Helmert			Ters Helmert (Difference)			İleri Doğru Fark (Repeated)			Geriye Doğru Fark (????)		
	R2	R3	R4	R2	R3	R4	R2	R3	R4	R2	R3	R4
White	0,75	0,00	0,00	-0,50	-0,33	-0,25	0,75	0,5	0,25	-0,75	-0,5	-0,25
Black	-0,25	0,67	0,00	0,50	-0,33	-0,25	-0,25	0,5	0,25	0,25	-0,5	-0,25
Hispanic	-0,25	-0,33	0,50	0,00	0,67	-0,25	-0,25	-0,5	0,25	0,25	0,5	-0,25
Other	-0,25	-0,33	-0,50	0,00	0,00	0,75	-0,25	-0,5	-0,75	0,25	0,5	0,75

	Helmert	Ters Helmert	İleri Doğru Fark
R2	-1,752	2,079	-2,079
R3	0,49	0,752	0,288
R4	0,405	0,096	0,405
Sabit	-0,072	-0,072	-0,072

	Sabit Terim	Katsayılar
Helmert	Ortalama lojit	İlgili kategorinin lojiti ile ondan sonrakilerin ortalaması farkı
Ters Helmert	Ortalama lojit	İlgili kategorinin lojiti ile ondan öncekilerin ortalaması farkı
İleri Fark	Ortalama lojit	Kategori lojit ile sonraki kategori lojit farkı

Katsayılar

- $-1.752 = \log(1/4) - ((\log 2 + \log 1.5 + \log 1)/3)$
- $0.49 = \log 2 - (\log 1.5 + \log 1)/2$
- $2.079 = \ln 2 - \ln 0.25$
- $0.752 = \ln 1.5 - (\ln 2 + \ln .25)/2$
- $-2.079 = \ln 0.25 - \ln 2$
- $0.288 = \ln 2 - \ln 1.5$

	Polynomial			Geriye Doğru Fark (????)		
	R2	R3	R4	R2	R3	R4
White	0,75	0,00	0,00	-0,75	-0,5	-0,25
Black	-0,25	0,67	0,00	0,25	-0,5	-0,25
Hispanic	-0,25	-0,33	0,50	0,25	0,5	-0,25
Other	-0,25	-0,33	-0,50	0,25	0,5	0,75

	Polynomial	GeriyeDoğru Fark
R2	0,866	-2,079
R3	-1,242	0,288
R4	0,503	0,405
Sabit	-0,072	-0,072

	Sabit Terim	Katsayılar
Polynomial	Ortalama lojit	Kodlamadaki katsayılarla çarpılmış lojitler toplamı
Geriye Fark	Ortalama lojit	Kategori lojit ile önceki kategori lojit farkı

Sürekli Bağımsız Değişken

- Bağımsız değişken sürekli olduğunda lojistik regresyon varsayımı logitin bu değişken içerisinde doğrusal olduğudur.
- Modelin yorumlanması değişkenin modele nasıl girdiğine ve birimine göre değişir.
- Genellikle sürekli değişkendeki 1 birim artışla ilgilenilmez. Daha fazla, örneğin 10 birimlik artış önemlidir.

Sürekli Bağımsız Değişken

$$\hat{g}(AGE) = -5.310 + 0.111 \times AGE.$$

şeklindeki bir LR denkleminde yaştaki 10 birimlik artış için $\widehat{OR}(10) = \exp(10 \times 0.111) = 3.03$. Yaştaki 10 birimlik artış sonucu odds 3.03 katına çıkmaktadır. Buradaki soru işareti yaşın 40'tan 50'ye çıkmasıyla, 60'tan 70'e çıkmasında elde edilen odds un aynı olmasıdır. Eğer lojit yaş içerisinde doğrusal değilse, 1.durum ile 2.durumdaki odds ların farklı olması gerekir. 4.bölümde görülecek.

$$\exp(10 \times 0.111 \pm 1.96 \times 10 \times 0.024) = (1.90, 4.86).$$

Çoklu LR Modeli

- Tek bağımsız değişkenli LR modelleri çoğunlukla kullanışlı değildir. Değişkenlerin birlikte etkileri farklıdır. Birlikte modele katmanın bir amacı da değişkenlerin etkilerini «adjust» etmektir. Örneğin iki grup erkeğin ağırlık ortalamalarını karşılaştırmak isteyelim. Ağırlık yaştan etkilenen bir değişkendir. Birinci gruptaki yaş ortalaması, diğer gruptan farklı ise yaptığımız analiz anlamlı olmayacaktır.

Çoklu LR Modeli

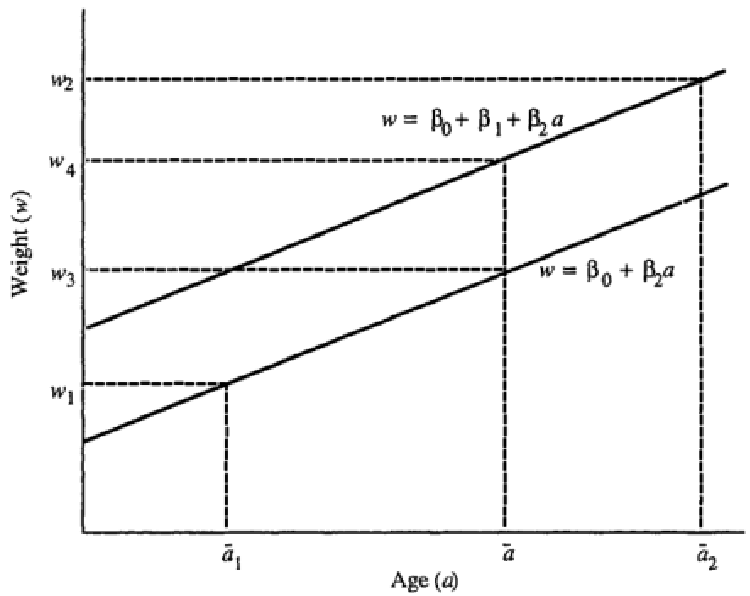


Figure 3.1 Comparison of the weight of two groups of boys with different distributions of age.

$$w = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 a,$$

$$(w_2 - w_1) = \beta_1 + \beta_2(\bar{a}_2 - \bar{a}_1)$$

$$(w_4 - w_3) = \beta_1 + \beta_2(\bar{a} - \bar{a}) = \beta_1,$$

- Aynı yaş değerindeki ağırlıklar karşılaştırılır. Genellikle genel yaş ortalamasındaki ağırlık karşılaştırılır.

Çoklu LR Modeli

- Sonuç değişkeni ikili değişken olduğunda benzer işlemler yapılır.

Table 3.10 Descriptive Statistics for Two Groups of 50 Men on AGE and Whether They Had Seen a Physician (PHY) (1 = Yes, 0 = No) Within the Last Six Months

	Group 1		Group 2	
Variable	Mean	Std. Dev.	Mean	Std. Dev
PHY	0.36	0.485	0.80	0.404
AGE	39.60	5.272	47.34	5.259

$$\ln\left(\widehat{OR}\right) = \ln(0.8/0.2) - \ln(0.36/0.64) = 1.962,$$

- Unadjusted OR: exp(1.962)=7.11
- Adjusted OR: exp(1.263)=3.54

Table 3.11 Results of Fitting the Logistic Regression Model to the Data Summarized in Table 3.10

Variable	Coeff.	Std. Err.	z	P>|z|
GROUP	1.263	0.5361	2.36	0.018
AGE	0.107	0.0465	2.31	0.021
Constant	−4.866	1.9020	−2.56	0.011

Log likelihood = −54.8292

Çoklu LR Modeli

- Adjusted odds ratios are obtained by comparing individuals who differ only in the characteristic of interest and have the values of all other variables constant.
- The effectiveness of the adjustment is entirely dependent on the adequacy of the assumptions of the model: **linearity** and **constant slope** .

Etkileşim ve Karıştırma (Interaction and Confounding)

- Karıştırıcı değişken hem sonuç değişkeni hem de risk faktörü üzerinde etkisi olan değişkendir. Yukarıda yaş değişkeni karıştırıcı bir değişkendi ve etkisini düzeltmiştik. Yaptığımız düzeltme (adjustment) işlemi etkileşim olmadığı durumlarda yapılabilir.
- Risk faktörü ile sonuç değişkeni arasındaki ilişki karıştırıcı değişkenin büyüklüğüne göre değişiyorsa «etkileşim» vardır.

Etkileşim ve Karıştırma

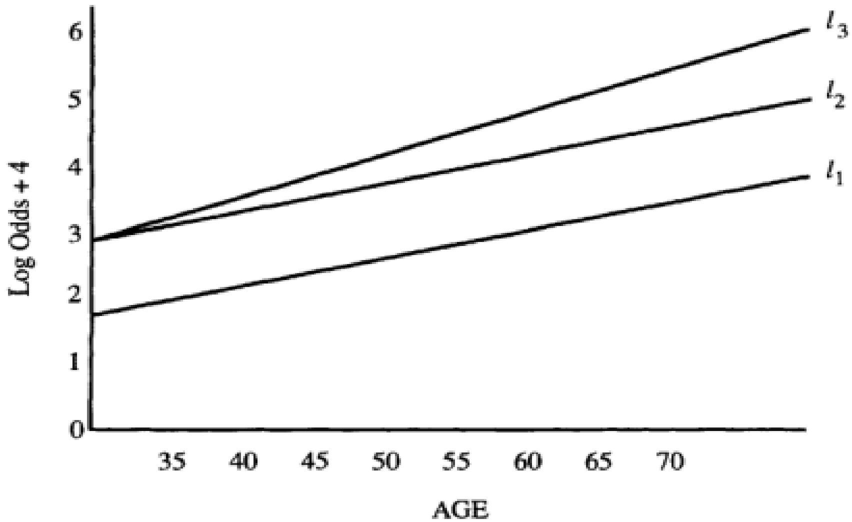


Figure 3.2 Plot of the logits under three different models showing the presence and absence of interaction.

- Karıştırıcı değişken risk faktörünün etkisini değiştirir. Sonuç CHD, risk faktör cinsiyet, karıştırıcı değişken yaş. l1-> bayanlar için lojit
- l2-> erkekler için lojit, l3-> erkekler için lojit.

Etkileşim ve Karıştırma

Table 3.12 Estimated Logistic Regression Coefficients, Deviance, and the Likelihood Ratio Test Statistic (G) for an Example Showing Evidence of Confounding but No Interaction ($n = 400$)

Model	Constant	SEX	AGE	SEX×AGE	Deviance	G
1	0.060	1.981			419.816	
2	−3.374	1.356	0.082		407.780	12.036
3	−4.216	4.239	0.103	−0.062	406.392	1.388

- Yaş değişkeninin modele girmesiyle Cinsiyetin katsayısı 1.981 den 1.356 ya inmiştir. Bu karıştırma etkisini gösterir. Etkileşim terimi eklendiğinde ise deviance taki değişim anlamlı değildir. Etkileşim yoktur. Yaş değişkeni karıştırıcı bir değişkendir ama etki değiştirici değildir.

Etkileşim ve Karıştırma

Table 3.13 Estimated Logistic Regression Coefficients, Deviance, and the Likelihood Ratio Test Statistic (*G*) for an Example Showing Evidence of Confounding and Interaction (n = 400)

Model	Constant	SEX	AGE	SEX×AGE	Deviance	*G*
1	0.201	2.386			376.712	
2	–6.672	1.274	0.166		338.688	38.024
3	–4.825	–7.838	0.121	0.205	330.654	8.034

- Bu tabloda ise etkileşim anlamlıdır. Yaş değişkeni hem bir karıştırıcı değişken hem de etki değiştiricidir. Cinsiyet için bir odds oranı bulunmak istendiğinde, belli bir yaşa göre bulunmalıdır.

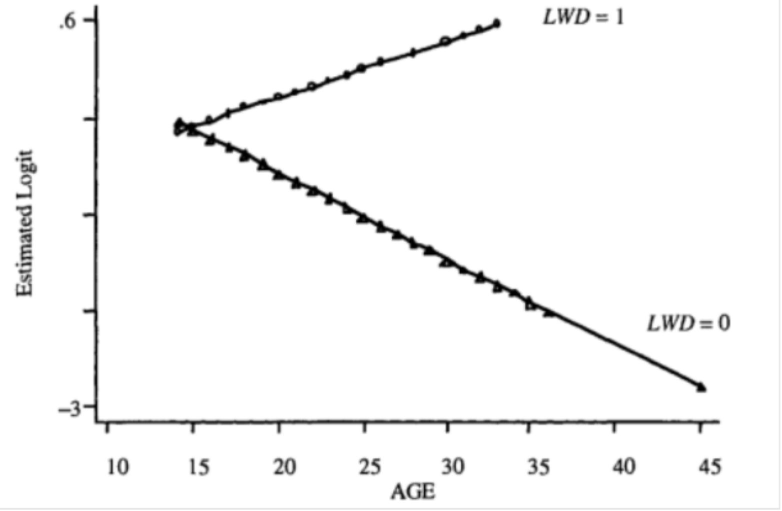
Etkileşim ve Karıştırma

Table 3.14 Estimated Logistic Regression Coefficients, Deviance, the Likelihood Ratio Test Statistic (*G*), and the *p*-value for the Change for Models Containing LWD and AGE from the Low Birthweight Data ($n = 189$)

Model	Constant	LWD	AGE	LWD×AGE	$\ln[l(\beta)]$	G	p
0	–0.790				–117.34		
1	–1.054	1.054			–113.12	8.44	0.004
2	–0.027	1.010	–0.044		–112.14	1.96	0.160
3	0.774	–1.944	–0.080	0.132	–110.57	3.14	0.076

- OR=exp(1.054)=2.87 Fakat etkileşim anlamlı p=0.076.

Etkileşim ve Karıştırma



- LWD=1 ile LWD=0 grupları için OR aşağıdaki denklemle bulunuyor

$$\ln\left[\widehat{OR}(\text{LWD}=1, \text{LWD}=0, \text{AGE}=a)\right] = -1.944 + 0.132a\,.$$

LR vs Tabakalı Analiz

- 2x2 tablolarda karıştırıcı etkiyi kontrol etmek ve etkileşimi bulmak için tabakalı analiz yapılır. Bu analizlerdeki amaç odds oranlarının sabit veya homojen olup olmadığını bulmaktır.
- Eğer sabitse MH odds oranı kestirimi veya ağırlıklandırılmış logit kestirimleri hesaplanır.

LR vs Tabakalı Analiz

Table 3.17 Cross-Classification of Low Birth Weight by Smoking Status

		SMOKE 1	SMOKE 0	Total
LOW	1	30	29	59
	0	44	86	130
	Total	74	115	189

- Yukarıdaki gibi bir tabloda OR=2.02 dir. Irk değişkenine göre tabakalama yapılan aşağıdaki tabloda MH ve lojit tabanlı OR kestirimleri aşağıdadır.

LR vs Tabakalı Analiz

$$\widehat{OR}_{MH} = \frac{\sum a_i \times d_i / N_i}{\sum b_i \times c_i / N_i}.$$

$$\widehat{OR}_{MH} = \frac{13.067}{4.234} = 3.09.$$

$$\widehat{OR}_L = \exp\left[\sum w_i \ln\left(\widehat{OR}_i\right) \Big/ \sum w_i\right].$$

$$\widehat{OR}_L = \exp(7.109/6.582) = 2.95,$$

White

		SMOKE 1	SMOKE 0	Total
LOW	1	19	4	23
	0	33	40	73
	Total	52	44	96

Black

		SMOKE 1	SMOKE 0	Total
LOW	1	6	5	11
	0	4	11	15
	Total	10	16	26

Other

		SMOKE 1	SMOKE 0	Total
LOW	1	5	20	25
	0	7	35	42
	Total	12	55	67

LR vs Tabakalı Analiz

- Bu kestirimler tabakalar arasında OR sabit ise geçerlidir. OR nin tabakalar arasında sabit olduğunu test etmek için aşağıdaki iki test kullanılabilir.
- I- $X_H^2 = \sum \left\{ w_i \left[\ln\left(\widehat{\mathrm{OR}}_i\right) - \ln\left(\widehat{\mathrm{OR}}_L\right) \right]^2 \right\}$
- II- $X_{\mathrm{BD}}^2 = \sum \frac{(a_i - \hat{e}_i)^2}{\hat{v}_i} - \frac{\left[\sum(a_i) - \sum(\hat{e}_i)\right]^2}{\sum(\hat{v}_i)}.$
- Her iki test de anlamlı sonuç vermemektedir.

LR vs Tabakalı Analiz

Table 3.20 Estimated Logistic Regression Coefficients for the Variable SMOKE, Log-Likelihood, the Likelihood Ratio Test Statistic (G), and Resulting p-Value for Estimation of the Stratified Odds Ratio and Assessment of Homogeneity of Odds Ratios Across Strata Defined by RACE

Model	SMOKE	Log-Likelihood	G	df	p
1	0.704	−114.90			
2	1.116	−109.99	9.83	2	0.007
3	1.751	−108.41	3.16	2	0.206

- Sadece Smoke modeldeyken OR=exp(0.704) =2.02, Race de modele girince OR=exp(1.116) =3.05, etkileşim modele girince OR=exp(1.751) =5.76 bulunur.
- MH OR=3.086 ve Lojit OR=2.95 .

LR vs Tabakalı Analiz

- Tabakalar arasında OR lerin homojen olup olmadığını bulmak için Model 2 ile Model 3 arasında LR testi yapılmalıdır. G=3.156 ve df=2 ve p=0.206 bulunur. Bu da OR lerin tabakalar arasında homojen olduğu anlamına gelir.
- Dolayısıyla tabakalı OR lerle analizler yapmak yerine lojistik regresyonla çalışmak daha kolaydır.

LR vs Tabakalı Analiz

- If effect modification is present, it is **NOT** appropriate to use Mantel-Haenszel methods to combine the stratum-specific measures of association into a single pooled measurement. Effect modification is a biological phenomenon that should be described, so the stratum-specific estimates should be reported separately. In contrast, confounding is a distortion of the true association caused by an imbalance of some other risk factor.
- **If there is only confounding:** The stratum-specific measures of association will be *similar* to one another, but they will be different from the overall crude estimate by 10% or more. In this situation, one can use Mantel-Haenszel methods to calculate a pooled estimate (RR or OR) and p-value.
- **If there is neither confounding nor effect modification:** The crude estimate of association and the stratum-specific estimates will be similar. They don't have to be identical, just similar.
- **If there is only effect modification:** The stratum-specific estimates will differ from one another significantly. Whether they are "significantly different" can be tested by using a **chi-square test of homogeneity**, as described in the Aschengrau & Seage textbook.
- **If there is both effect modification and confounding:** Here, you need to consider two possibilities:
- 1) If the stratum-specific estimates differ from one another, and they are both less than the crude estimate or if they are both greater than the crude estimate, then there is both confounding and effect modification.
- 2) If the stratum-specific estimates differ from one another, and the crude estimate is *between* the two stratum-specific estimates, then you need to pool the stratum-specific estimates (with a Mantel-Haenszel equation) to determine whether the pooled estimate is more than 10% different from the crude estimate.
- Note that in this situation you are only pooling the stratum-specific estimates in order to make a decision about whether confounding is present; you should **not** report the pooled estimate as an "adjusted" measure of association if there is effect modification