

Chap 1 矩陣與線性方程式

§1.7 行運算.

Note

(1) $A \xrightarrow{C} B$, $E = C(I)$, 則 $B = AE$

(2) $A \sim B \Leftrightarrow \exists Q \text{ 為可逆 } + B = AQ$

Thm.

$A: n \times n$ 可逆 $\Leftrightarrow \vec{x}A = \vec{0}$ 只有零解

$\Leftrightarrow A \sim I_n$

$\Leftrightarrow A$ 可寫成行基本矩陣乘積

$\Leftrightarrow \forall \vec{b}: 1 \times n$, $\vec{x}A = \vec{b}$ 有唯一解

$\Leftrightarrow \forall \vec{b}: 1 \times n$, $\vec{x}A = \vec{b}$ 有解

Note

(1) 行基本矩陣必為列基本矩陣

(2) elementary matrix 即 row elementary matrix

Thm

E : elementary matrix. 則 E^T 仍為 elementary matrix.

pf.

$$(R_{ij})^T = R_{ij} \quad . (R_i^{(k)})^T = R_i^{(k)} \quad . (R_{ij}^{(k)})^T = R_{ji}^{(k)}$$