

### 1. Контекст задачи:

Интернет-магазин продает бытовую технику и электронику. У магазина есть склады в нескольких городах, так что он доставляет товары по всей стране - например, в Раккун-Сити, Сити 17 и Сайлент Хилл.

Покупатели совершают заказы из различных локаций, и магазин должен доставлять им товары из одного из складов.

Магазин хочет:

- минимизировать затраты на доставку;
- сократить время доставки до клиентов;
- соблюдать ограничения по запасам и логистическим возможностям складов.

### 2. Сбор данных:

Пусть у нас есть следующие данные, которые мы будем использовать для построения математической модели:

Тип данных	Описание	Пример
Склады	Расположение, количество товара (в единицах)	Раккун-Сити (100), Сити 17 (800), Сайлент Хилл (666)
Клиенты	Расположение, размер заказа (в единицах)	Смолвиль (13) Думерово (66)
Стоимость доставки	Стоимость доставки между двумя городами (руб/ед)	Раккун-Сити - Смолвиль: 10, Сити 17 - Думерово: 12, и т.д.
Время доставки	Среднее время доставки между двумя городами (часы)	Раккун-Сити - Смолвиль: 48, Сити 17 - Думерово: 37, и т.д.
Ограничения на склады	Максимальное количество товара, которое можно хранить на складе (в единицах)	Раккун-Сити (1000), Сити 17 (1500), Сайлент Хилл (6666)

### 3. Анализ требований

Цель модели — определить оптимальное распределение поставок между складами и клиентами для минимизации суммарных затрат.

Требования:

- 1) Все клиенты должны получить свои заказы (удовлетворение спроса).
- 2) Объем отгрузки со склада не должен превышать его текущий запас.
- 3) Общие затраты на доставку должны быть минимизированы
- 4) Дополнительные условия (которые мы не будем учитывать на данном этапе):
  - приоритет для складов с избыточным запасом

- минимизация времени доставки
- ограничение на максимальное время доставки
- возможность наличия разных маршрутов доставки с разной ценой (например, перевозки разными транспортными компаниями и т.д.)

#### 4. Формализация задачи

Обозначения:

- $i$  - индекс склада:  $i = 1, \dots, m$
- $j$  - индекс клиента:  $j = 1, \dots, n$
- $z_{ij}$  - стоимость доставки единицы товара от склада  $i$  клиенту  $j$
- $t_{ij}$  - время доставки единицы товара от склада  $i$  клиенту  $j$
- $s_i$  - запас товара на складе  $i$
- $x_{ij}$  - количество товара, отправляемого со склада  $i$  клиенту  $j$
- $d_j$  - спрос клиента  $j$

Целевая функция:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} x_{ij}$$

Целевая функция с учетом времени доставки:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} x_{ij} + \alpha \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij},$$

где  $\alpha \geq 0$  - коэффициент "важности" вклада в целевую функцию  $Z$  от времени доставки.

Ограничения:

1) По запасам складов:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i$$

2) По удовлетворению спроса клиентов:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j$$

3) На количество товара, отправляемого со склада:

$$x_{ij} \geq 0$$

Наша задача: минимизировать целевую функцию  $Z$

Интерпретация результатов:

После решения данной модели получаем оптимальные объемы  $x_{ij}$  отправляемого товара со склада  $i$  клиенту  $j$  с учетом минимизации затрат на доставку, а также, возможно, минимизации времени доставки.

#### 5. Вывод

Построена математическая модель оптимизации логистических затрат интернет-магазина. Модель позволяет принимать обоснованные решения о распределении потоков товаров между складами и клиентами, что снижает транспортные расходы и, возможно, повышает скорость обслуживания клиентов.