

Klausur
Diskrete Mathematik I
WS 11/12

Bearbeitungszeit: 3 Stunden

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

Geburtsdatum: _____

Hinweise:

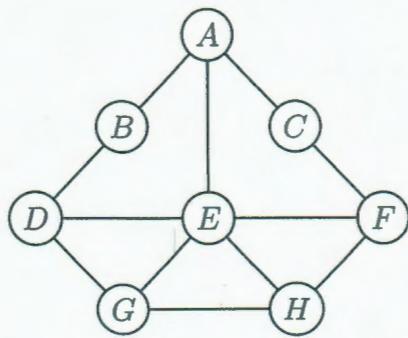
- Schreibe die Lösung jeder Aufgabe direkt auf das Blatt mit der Aufgabenstellung. Es dürfen Vorder- und Rückseite verwendet werden. Wenn der Platz nicht ausreicht, können die leeren letzten Seiten benutzt werden.
- Trenne die Blter nicht auseinander und schreibe im eigenen Interesse *leserlich*. Was wir nicht verstehen, können wir auch nicht werten.
- Bitte keine Bleistifte verwenden.
- Die einzigsten zugelassenen Hilfsmittel sind das Buch “Diskrete Strukturen“ Band 1 von Steger, sowie die Folien zur Vorlesung.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Klausurpunkte	Bonuspunkte	Gesamtpunkte	Note

Aufgabe 1 (16 Punkte) Wie viele ganze Zahlen n mit $1 \leq n \leq 1575$ gibt es, die durch 3 oder 5 teilbar oder nicht durch 7 teilbar sind? Gib auch die zugehörige Rechnung an.

Aufgabe 2 (17 Punkte) Gegeben ist der folgende Graph G :



- Begründe, warum G hamiltonsch, aber nicht eulersch ist.
- Gib drei Spannbäume an, die nicht isomorph zueinander sind. Begründe warum deine Spannbäume nicht isomorph sind.
- Bestimme $\chi(G)$. Begründe deine Antwort.

Aufgabe 3 (16 Punkte) Gegeben ist der gerichtete, azyklische Graph:

$$G = (V, E)$$

wobei

$$\begin{aligned}V &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \\E &= \{(1, 2), (1, 4), (1, 8), (2, 5), (3, 7), \\&\quad (4, 3), (4, 5), (4, 8), (6, 3), (6, 7), (8, 6)\}\end{aligned}$$

- a) Zeichne den Graphen so dass sich keine Kanten überkreuzen.
- b) Bestimme eine topologische Sortierung von G mit Hilfe einer um Austrittsnummern erweiterten Tiefensuche mit dem Startknoten 1. Gib dazu tabellarisch an, wie sich der Stack im Laufe der Tiefensuche verändert.

Aufgabe 4 (16 Punkte) Finde die kleinste positive ganze Zahl x , die folgende simultane Kongruenz löst:

$$\begin{aligned}x &\equiv 2 \pmod{3} \\x &\equiv 5 \pmod{11} \\x &\equiv 3 \pmod{7}\end{aligned}$$

Gib auch die zugehörige Rechnung an.

Aufgabe 5 (17 Punkte) Löse die folgende Rekursionsgleichung:

$$a_n := 2a_{n-1} - a_{n-2} + 1$$

wobei $a_0 = 2$ und $a_1 = 1$. Gib deinen Rechenweg an.

Zur Kontrolle: In deiner Rechnung sollte das folgende Zwischenergebnis erscheinen.

$$A(x) = \frac{4x^2 - 5x + 2}{(1-x)(1-2x+x^2)}$$

Aufgabe 6 (16 Punkte) Sei n durch vier teilbar. Wir betrachten \mathbb{Z}_n^* .

- a) Zeige, dass $n-1$ und $\frac{n}{2}-1$ beide Elemente von \mathbb{Z}_n^* sind, und bestimme ihre inversen Elemente.
- b) Sei außerdem $n \geq 8$. Zeige, dass \mathbb{Z}_n^* nicht zyklisch ist.