



FORMATO DE PLANEACIÓN

Estrategia didáctica

DATOS GENERALES

Nombre del participante	Ignacio Cuauhtémoc Benítez Zúñiga
Asignatura	Estadística y Probabilidad II
Año o semestre en que imparte	2024-2
Horas clase a la semana	4
Unidad	Unidad II: Estimadores e introducción a la inferencia estadística
Aprendizajes	<ul style="list-style-type: none">• Inspecciona el comportamiento de la media y la proporción muestrales como variables aleatorias, obtenidas por medio de la simulación física y/o computacional dentro del contexto de un problema o una investigación y en términos de tendencia, dispersión y distribución.• Construye las distribuciones muestrales para la media y la proporción.
Problemática que se abordará a través del problema.	Por lo general los softwares de enseñanza de estadística, solo realizan la aproximación frecuencial de las distribuciones muestrales. La presente secuencia utilizará un programa que realice la distribución muestral de una población dada. En este respecto, realizara todas las muestras posibles de tamaños $n=2, 3, 4$ o 5 de una población de tamaño N y calculara todas las medias muestrales.



Justificación. (porque considera que el programa en python o Julia puede apoyar al alumno a entender o lograr el aprendizaje)	Como se menciona en el apartado anterior, la justificación de realizar un programa en Python es la falta de un software que realice todas las muestras posibles de una población dada. Por lo anterior es importante tener herramientas de este estilo para que el alumno pueda aprender a realizar distribuciones muestrales. Este software desarrollado se puede escalar a realizar muestras de tamaño más grandes y para encontrar espacios muestrales de experimentos con muestreos con reemplazo y repetitivos (diagramas de árbol).
Producto esperado (Después de haber explicado, haber realizado alguna actividad guiada y/o dejar una actividad extraclase, ¿Qué evidencia tiene que entregar para ser evaluada?)	Qué el alumno con ayuda del software solicitado construya distribuciones de medias muestrales con ayuda del software desarrollado.
Recursos materiales /Herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none">• Computadora o laptop,• Software: simuladores, IDE (Entorno de desarrollo integrado) www.replit.com,• Conexión a internet,• Plataforma educativa: Moodle, Teams, Classroom, etc)• Videoproector,• Pizarrón,• Plumigis• Película o video• Lista de cotejo para evaluar el desarrollo del proyecto, a manera de cronograma, para apoyar en el seguimiento del mismo.
Tiempos de realización.	

Secuencia didáctica



Presentación del problema a resolver

El problema para resolver es el siguiente:

Suponiendo que, en una población de estudiantes del Colegio, la variable aleatoria $X = \text{edad de un estudiante elegido al azar}$, puede tomar los valores 15, 16, 17 y 18 con las siguientes probabilidades:

x	15	16	17	18
$P[X = x]$	0.2	0.3	0.2	0.3

Supongamos que se selecciona una muestra aleatoria simple de **dos** estudiantes de la población, y se registra la edad de cada uno de ellos.

¿Cómo se distribuye las medias muestrales y cuáles son sus parámetros?



Inicio de la Sesión

Se inicia la sesión con una lectura que tienen que realizar los alumnos:

Distribución de la media muestral

Si $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ es una muestra aleatoria simple, su promedio es la media muestral:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$$



Secuencia didáctica

La media muestral es una variable aleatoria, que en cada realización de la muestra puede tener un valor diferente y no es posible determinar cuál será ese valor. Sin embargo, cuando se conoce la distribución que tiene en la población la variable aleatoria que se muestrea, se puede conocer la distribución de probabilidad de la media muestral \bar{X} .

Si la muestra es pequeña, una forma de determinar la distribución de la media muestral \bar{X} es hacer la lista de todas las posibles realizaciones de la muestra, calcular la media muestral en cada caso y la probabilidad correspondiente.

Suponiendo que, en una población de estudiantes del Colegio, la variable aleatoria $X = \text{edad de un estudiante elegido al azar}$, puede tomar los valores 15, 16, 17 y 18 con las siguientes probabilidades:

x	15	16	17	18
P[X = x]	0.2	0.3	0.2	0.3

1. Calcula la esperanza o media de la edad y su varianza.

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sigma^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Supongamos que se selecciona una muestra aleatoria simple de **dos** estudiantes de la población, y se registra la edad de cada uno de ellos.



Secuencia didáctica



Desarrollo de la sesión

Completa la siguiente tabla con todas las parejas de edades que se pueden obtener, agregando los renglones que necesites. En cada caso calcula el promedio o media de las edades de cada realización de la muestra.

Primer elemento (X_1)	Segundo elemento (X_2)	Media de la muestra (\bar{X})
15	15	15
15	16	15.5
15	17	
15	18	
16	15	



Secuencia didáctica

Observa los valores de la media muestral y contesta.

2. ¿En cuántas muestras de dos elementos la media de la muestra coincide con la media de la población?

3. ¿Cuáles son todos los valores que puede tomar la media de una muestra de dos elementos?

La probabilidad de obtener cada una de las realizaciones que enlistaste en la tabla anterior, se puede calcular usando la distribución poblacional que se describió en el primer paso de esta actividad. Recuerda que la **independencia** de los elementos de las muestras aleatorias simples permite usar el producto para encontrar la probabilidad de cada pareja.

Completa la siguiente tabla con las probabilidades correspondientes, agregando los renglones que requieras.



Secuencia didáctica

Muestra	Media muestral (\bar{X})	Probabilidad
(15,15)	15	$0.2(0.2) = 0.04$
(15,16)	15.5	$0.2(0.3) = 0.06$
(15,17)	16	

Observa que hay varias realizaciones de la muestra que tienen el mismo promedio. Para encontrar la probabilidad de cada posible valor de la media muestral tienes que sumar las probabilidades que corresponden a los mismos valores de esta media.



Secuencia didáctica

Escribe la distribución de probabilidad de la media muestral \bar{X}

x	15	15.5			
$P[\bar{X} = x]$	0.04	0.12			

Calcula la media y la varianza de la media muestral \bar{X} .

$$\mu_{\bar{X}} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sigma_{\bar{X}}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Compara los parámetros μ y σ^2 con la media y la varianza de \bar{X} y contesta.

4. ¿Qué relación hay entre μ y $\mu_{\bar{X}}$?

5. ¿Qué operación debes aplicar a σ^2 para obtener $\sigma_{\bar{X}}^2$?

Dibuja dos histogramas: uno que corresponda a la distribución poblacional y otro que corresponda a la distribución de la media muestral \bar{X} y luego contesta:



Secuencia didáctica

	Distribución poblacional	Distribución de la media muestral
	<p>6. ¿Se parecen los dos histogramas?</p> <p>_____</p>	
	<p>7. La forma que tiene el histograma de la distribución de \bar{X}, ¿te recuerda alguna distribución conocida?</p> <p>_____</p>	
	Cierre de la sesión	
	Discute en clase con tus compañeros los siguientes puntos:	



Secuencia didáctica

- ¿Qué complicaciones pueden tener al determinar un mayor tamaño de muestra con y sin reemplazo? Por ejemplo, un tamaño de muestra 10, 30 o incluso 50.
- El proceso de determinar los estadísticos
- La complejidad para realizar gráficas de forma manual.
- El tiempo que llevaría la actividad.



Evaluación



Evaluación

Lista de cotejo

- | | |
|---|--------|
| 1. Cálculo de media y desviación estándar de la población | 2 pts. |
| 2. Llenado de la tabla 1 | 2 pts. |
| 3. Llenado de la tabla 2 | 2 pts. |
| 4. Llenado de la tabla 3 | 2 pts. |
| 5. Gráficas | 2 pts. |



Referencias

- Triola, M. F. (2004). *Probabilidad y estadística*. Pearson educación.
- Kuby, J. (2005). *Estadística elemental*.