Analýze sítě *Spoluautorství*

Moravec Vojtěch

Letní semestr 2019

1 Popis datasetu

Analyzovaný dataset byl získán ze stránky *snap.stanford.edu* [1]. Dataset obsahuje seznam hran neorientovaného grafu, který prezentuje spolupráci vědců, kteří se zabývají obecnou relativitou a kvantovou kosmologií. Hrana (u, v) značí, že vědec u se podílel na článku s vědcem v. Tento dataset obsahuje některé hrany vícekrát, ale pro naší analýzu nebereme v potaz vážené hrany, kdežto smyčky, které se zde nacházení ponecháváme v sítí. Celkem je v této citační síti 12 smyček.

Data pro vytvoření datasetu byla nasbírána v průběhu let od Ledna roku 1993 do Dubna 2014, jedná se tedy o celkem 124 měsíců, hrany avšak neobsahují časová razítka jejich vzniku.

2 Analýza sítě

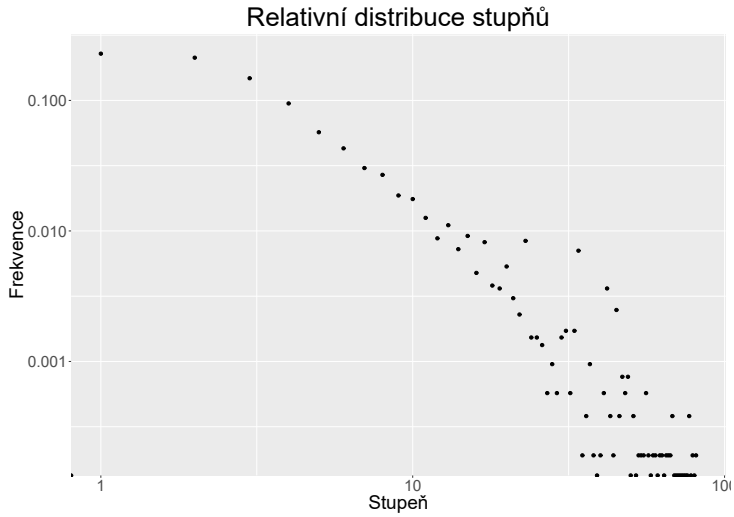
2.1 Analýza distribuce stupňů vrcholů

Citační síť se skládá z 5242 vrcholů a 14496 hran, tedy 5242 autorů a 14496 zaznamenaných spoluautorství. V tabulce 1 vidíme shrnutí číselných charakteristik stupně vrcholu. Maximální stupeň je roven 81, ten říká, že nejaktivnější autor je spoluautorem 81 článků, kdežto 1196 autorů se podílelo pouze na jednom článku, v rámci obecné relativity a kvantové kosmologie. V průměru se autoři podílejí na 5-ti až 6-ti článcích. Pokud by jsme ze sítě vyloučili smyčky, minimální stupeň by se změnil na 0.

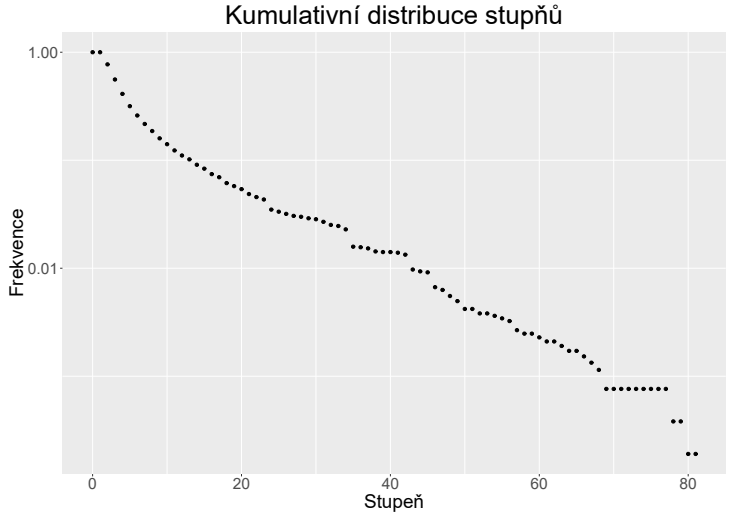
Minimum	Četnost	Maximum	Četnost	Průměr
1	1196×	81	1×	5,530

Tabulka 1: Souhrn stupňů vrcholů

V grafu na Obrázků 1 vidíme relativní distribuci stupňů a na Obrázku 2 kumulativní distribuci stupňů. Podle relativní distirbuce bychom chtěli rozhodnout, zda distribuce odpovídá mocninnému rozdělení. Konec této relativní distribuce vykazuje mocninné dělení, ikdyž celkově tato distribuce není tak čistá jak bychom si přáli.



Obrázek 1: Relativní distribuce stupňů

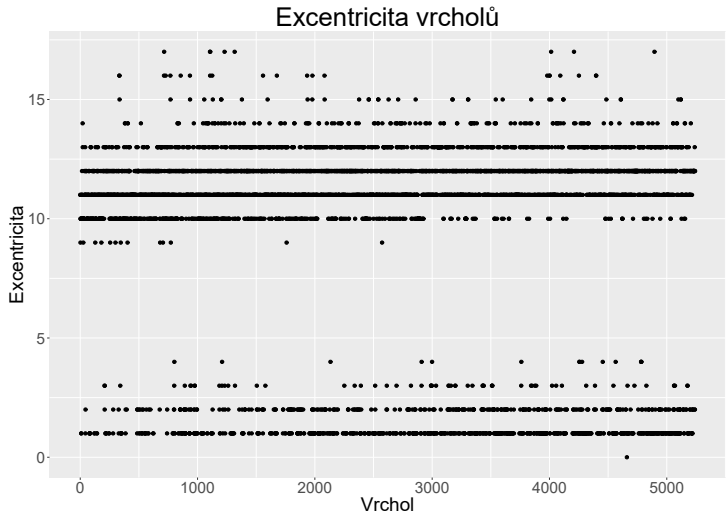


Obrázek 2: Kumulativní distribuce stupňů

2.2 Analýza cest v síti

Průměr sítě neboli, nejdelší z nejkratších cest mezi vrcholy, je v naší sítí roven 17. Průměrná délka nejkratší cesty je rovna 6, 049. Autoři článku jsou tedy průměrně propojeni přes cca 6 další autorů. V grafu na Obrázku 3 můžeme vidět excentricitu jednotlivých vrcholů. Excentricita je vzdálenost nejkratší cesty k nejvzdálenějšímu vrcholu.

Cesta v naší síti značí posloupnost autorů, kteří spolupracovani na urči-

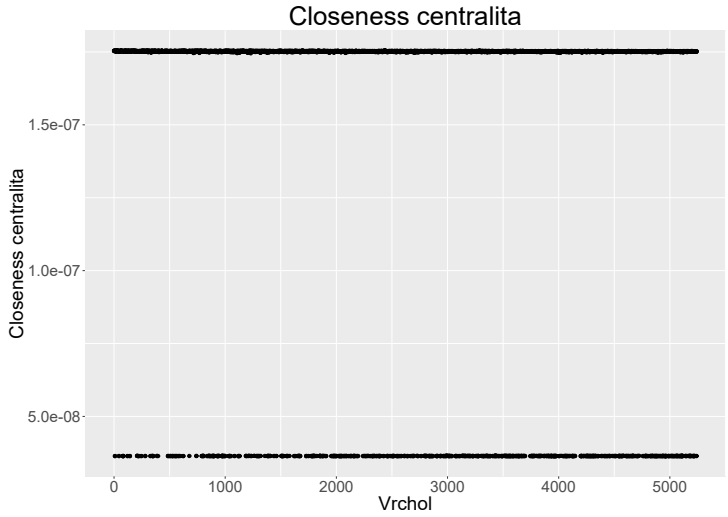


Obrázek 3: Excentricita vrcholů

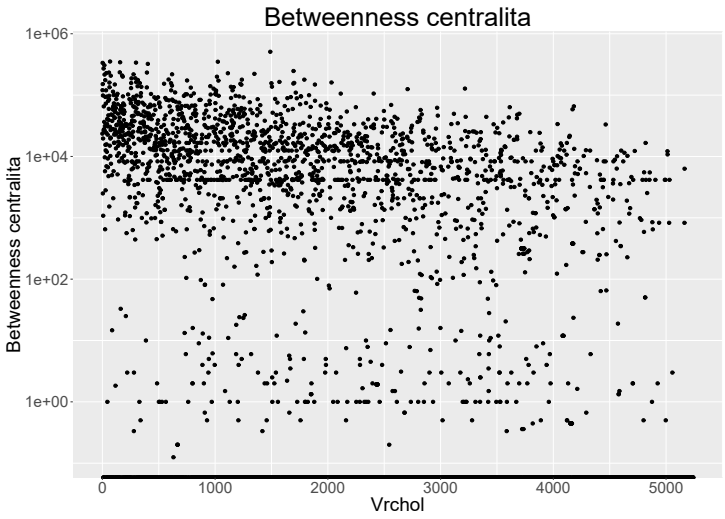
tém článku. Nulovou excentricitu má pouze jeden vrchol, tento vrchol můsí mít pouze smyčku sám na sebe, neboť minimální stupeň je 1 viz Tabulka 1, nikdy nespolupracoval s žádným dalším autorem.

2.3 Centrality v síti

Na Obrázcích 4, resp. 5 můžeme vidět closeness, resp. betweenness centralitu jednotlivých vrcholů. Closeness centralita měří, jak je vrchol centrální v dané síťi, bere v potaz nejkratší cesty ke všem ostatním vrcholům. Dle closeness centrality jsou vrcholy rozděleny do dvou skupin, ačkoli ani jedna nedosohuje vysoké hodnoty této centrality. Tyto velmi nízky hodnoty jsou způsobeny tím, že daný graf není souvislý a obsahuje 355 komponent, kde největší obsahuje 4158 vrcholů, nejmenší 1 vrchol a průměrné je v jedné komponentě $14,767$ vrcholů. Betweenness centralita měří poměr nejkratších cest, všech dvojic vrcholů, které procházeji přes zkoumaný vrchol. Vrcholem s vysokou betweenness centralitou prochází mnoho nejkratších cest a pokud jej odstraníme je největší šance, že dojde k rozpadu komponenty.



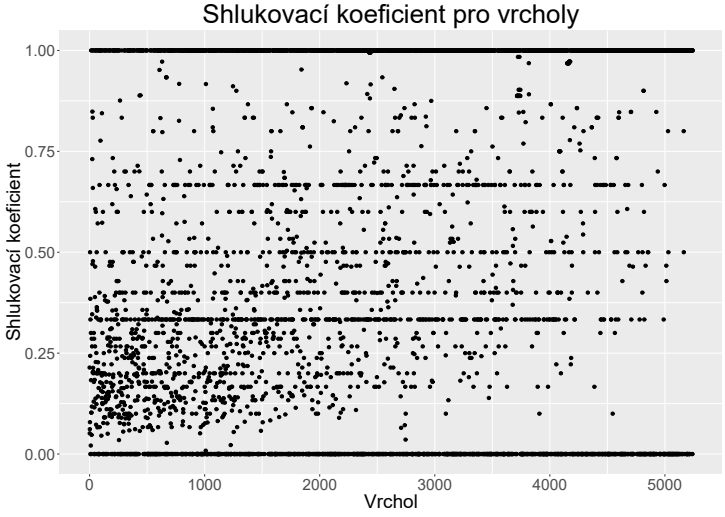
Obrázek 4: Closeness centralita vrcholů



Obrázek 5: Betweenness centralita vrcholů

2.4 Shlukování

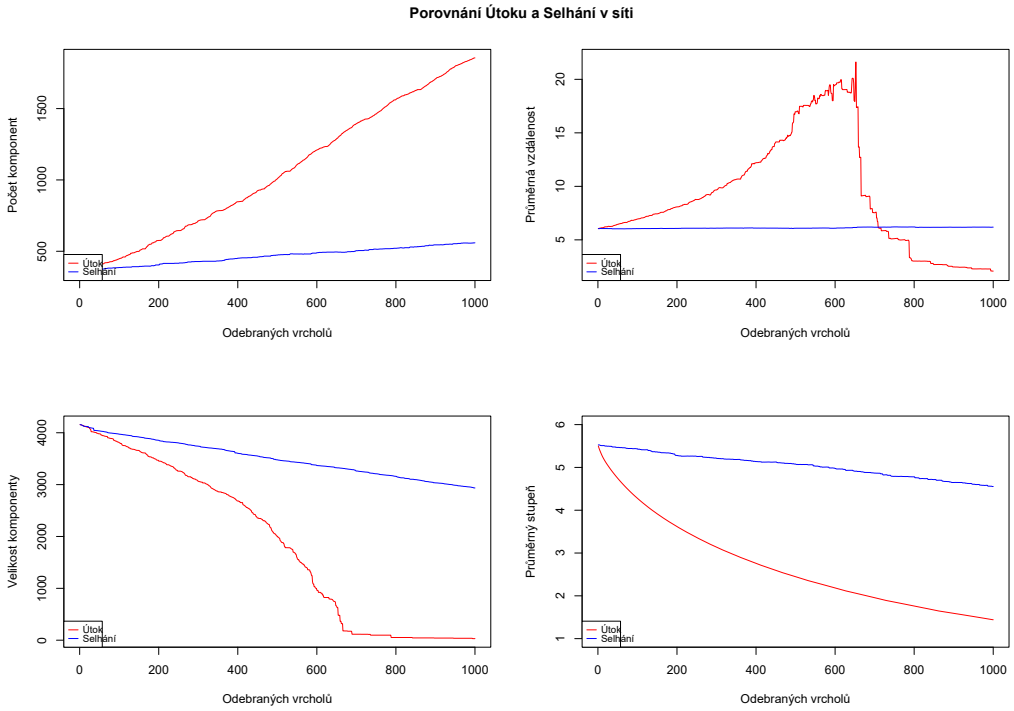
V naší sítí je globální shlukovací roven $0,630$. Shlukovací koeficient jednotlivých vrcholů je už velmi různorodý jak můžeme vidět v grafu na Obrázku 6. Vysoká tranzitiva vrcholů znamená, že jeho sousedé jsou s vysokou pravděpodobností taky spojeni hranou.



Obrázek 6: Shlukovací koeficient vrcholů

2.5 Odolnost síťě

V grafu na Obrázku 7 můžeme vidět jak se měnili různé charakteristiky síťě při jejim selhání resp. útoku. Při selháni je náhodně odebrán vrchol, kdežto u útoku je cíleně odebrán nejdůležitější vrchol, tedy ten s nejvyšším stupňěm. Grafy popisují změnu charakteristik pro 1000 iterací, bylo tedy odebráno celkem 1000 vrcholů.



Obrázek 7: Odolnost síťě vůči selhání a útoku

Všimneme si, že při útoku rychle roste počet komponent, to způsobuje vznik menších komponent, což se odráží na průměrné vzdálenosti, která začne kolem 700-té iterace klesat. Selhání většinou kopíruje vlastnosti útoku, ale mnohem pomaleji. Průměrná vzdálenost při selhání je ale vyjimkou, neboť ta se pořád drží velmi blízko originální hodnoty.

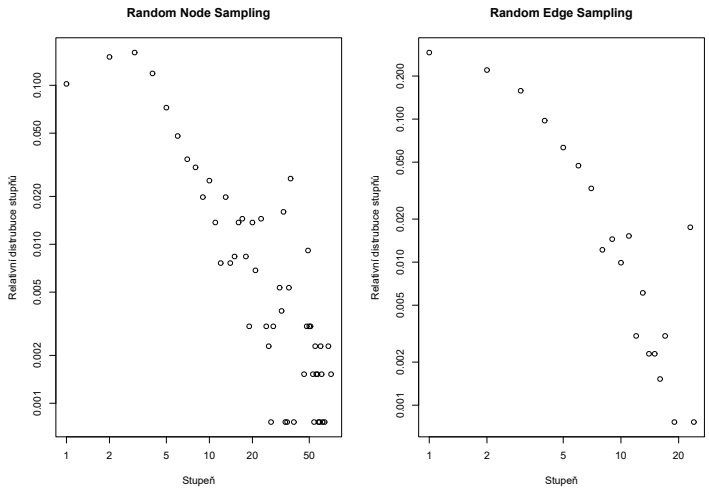
2.6 Vzorkování

Jak jsme zmínili naší síť tvoří 5242 vrcholů, rozhodli jsme se vytvořit dva vzorky, které budou 25% originální velikosti a zjístit zda jsou tyto vzorky reprezentativní, tedy jejich charakteristiky jsou velmi podobé celé síti. První vzorek byl vytvořen metodou Random Node Sampling (RNS) a druhý Random Edge Sampling (RES).

	Počet vrcholů	Počet hran	Prům. stupeň	Prům. vzdálenost	Shlukovací koef.	Prům. excentricita
Originál	5242	14496	5,530	6,049	0,630	9,557
RNS	1313	6197	9,440	5,608	0,813	8,750
RES	1312	2371	3,614	6,646	0,679	7,813

Tabulka 2: Charakteristiky vzorků

Souhrn charakteristik originální síťě i dvou vzorků vidíme v Tabulce 2, relativní distribuce vzorků pak na Obrázku 8. Obě metody vytvořili vzorky téměř stejné velikosti, ale metodou RES jsme přišli o cca 3× více hran, což se projevuje na průměrném stupni vrcholu. Průměrné vzdálenosti obou vzorku jsou velmi podobné originálu a taktéž shlukovací koeficient a méně pak i průměrná excentricita. Bohužel podle relativní distribuce stupňů nemůžeme jistě říci, že by vzorky měli distribuci stupňů podle mocninného zákona.



Obrázek 8: Relativní distribuce stupňů ve vzorcích

2.7 Hledání komunit

Jak jsme již zmínili naše síť není souvislá a skládá se z 355 komponent, je tedy nemožné aby jsme našli méně než 355 komunit. Pro hledání komunit jsme využili 4 různých metod, které jsou dostupné v R balíčku *igraph*. Kvalita nalezených komunit je hodnocena podle jejich modularity.

- Girvan-Newmanova metoda - divizivní metoda, kde při každé iteraci odebíráme hranu s největší betweenness centralitou, je velká šance, že tato hrana spojuje silně propojené komponenty, potencionální komunity.
- Fast-Greedy metoda - optimalizační metoda, maximalizující modularitu výběrem hustých podgrafů.
- Louvainova metoda - optimalizační metoda, hledání nejlepších komunit pomocí přesouvání vrcholů z jedné komunity do druhé. Vrchol bude vložen do komunity tak ať je maximalizována modularita.
- Walktrap metoda - hledá komunity pomocí náhodných procházek, v našem případě délky 5. Myšlenkou je, že krátké procházky zůstanou v komunitě daného vrcholu.

Algoritmus	Počet komponent	Modularita
Girvan-Newman	433	$0,849$
Fast-Greedy	414	$0,820$
Louvain	395	$0,861$
Walktrap	698	$0,790$

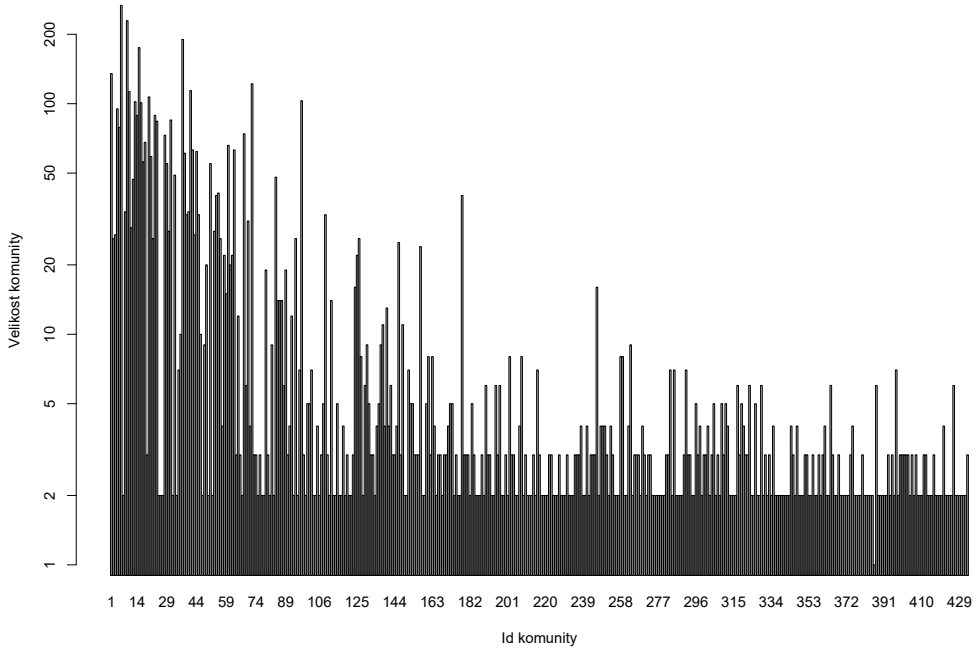
Tabulka 3:

Podle Tabulky 3 hodnotíme jako nejlepší Louvainův algoritmus, který dosáhl největší modularity s nejmenším počtem komunit. Celkově všechny algoritmy dosahují podobných modularit. Nejhůř vychází algoritmus Walktrap s velkým počtem komunit. Velikosti jednotlivých komunit dle algoritmů můžeme vidět v Obrázcích 9, 10, 11, 12.

2.8 Šíření jevů

Šíření jevů, např. nákazy v sítí se dá simulovat SIR modelem, kde v každém momentu je vrchol v jednom ze stavu:

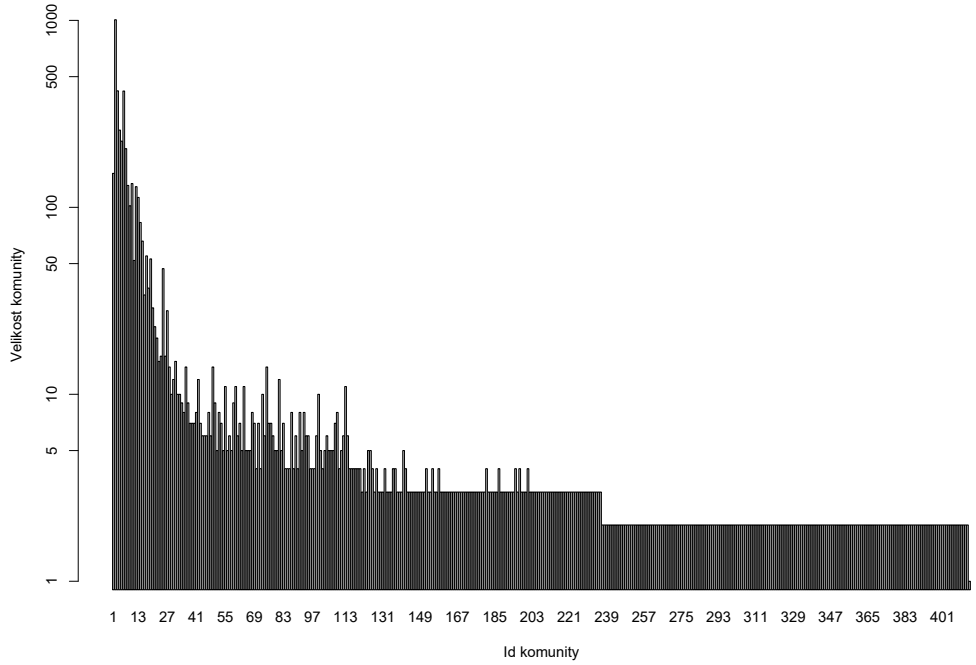
- S - nenakaženy, může být nakažen



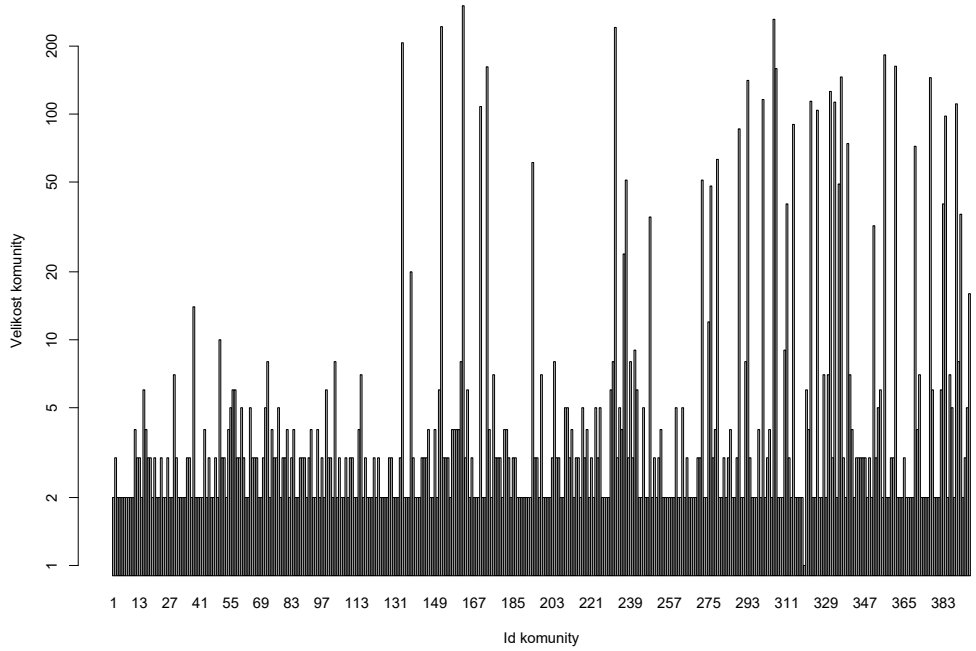
Obrázek 9: Komunity podle Girvan-Newmanova algoritmu

- I - nakažený, může nakazit sousedy
- R - uzdraven, už nemůže být znovu nakažen

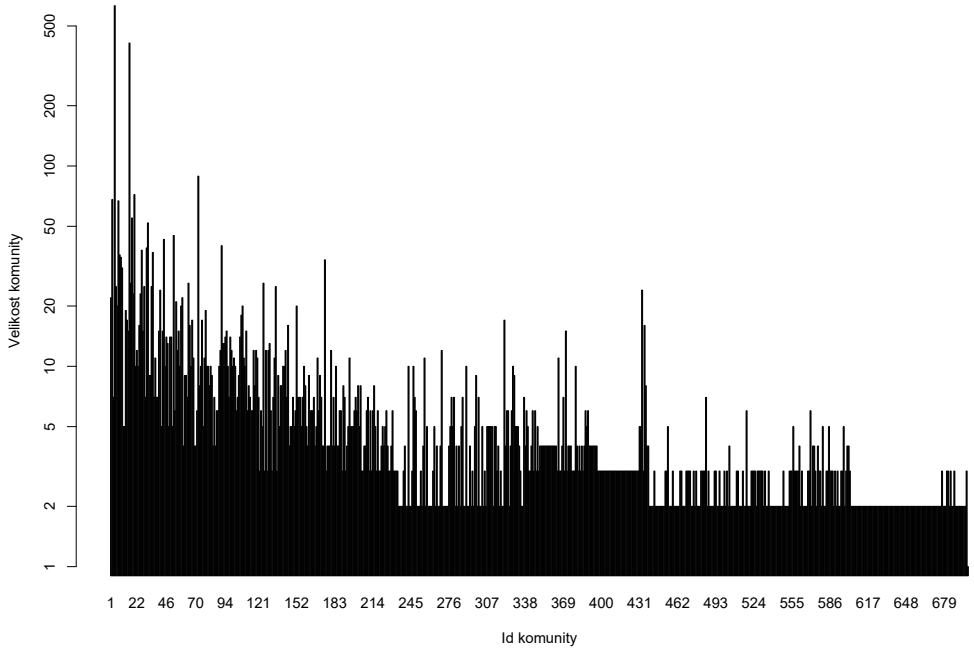
Na začátku se vybere náhodně určitý počet nakažených vrcholů, ty s určitou pravděpodobností nakazí své sousedy. Nakažený vrchol je uzdraven po určeném počtu kroků. Uzdravený vrchol již nemůže být nakažen. Pokud bude na počátku vybrán vrchol s vysokým stupněm tak se bude epidemie šířit rychle, pokud naopak s nizkým stupněm tak pomaleji. Navíc, tím že síť je rozdělena do komponent mohou být určité komponenty zcela imunní pokud nebude nakažen žadný vrchol, který do nich patří.



Obrázek 10: Komunity podle Fast-Greedy algoritmu



Obrázek 11: Komunity podle Louvainova algoritmu



Obrázek 12: Komunity podle Walktrap algoritmu

Reference

[1] J. Leskovec and A. Krevl, "SNAP Datasets: Stanford large network dataset collection." `http://snap.stanford.edu/data`, June 2014.