

Dempet rullebevegelse i bunnen av sirkelformet bane

T. C. Djupvik^a, O. F. Jakobsen^a

^aInstitutt for fysikk, Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet, N-7491 Trondheim, Norway.

Sammendrag

Her skriver du et sammendrag av rapporten. Sammendraget skal være veldig kort men må inneholde svaret på tre spørsmål: 1. Hva gjorde du (hva målte du)? 2. Hvordan gjorde du det (hvilken metode)? 3. Hva fant du (resultat)?

1. Innledning

I dette prosjektet undersøkes det hvilke effekter som bremser opp bevegelsen til en sylinder som ruller rent i bunnen av en sirkelformet bane. Det kommer ikke til å bli tatt hensyn til sluring, men både luft- og rullemotstand kommer til å bli tatt med i modellen. Ved å sammenligne de eksperimentelle målingene med de numeriske og analytiske løsningene av ligningen som beskriver systemet ønsker vi å anslå verdier for de ulike dempeeffektene. I tillegg vil det bli diskutert hvordan de ulike bremsekraftene varierer alt etter hvor sylindren er i banen.

Videre vil diskusjonen sammenligne måleseriene av ulike sylindre, og ...

2. Teori

For å beskrive bevegelsen til sylindren kan man bruke Newtons andre lov i tangentiell retning. Man kan da finne et uttrykk for $\ddot{\phi}$ gitt ved $\dot{\phi}$ og ϕ . Denne differensialligningen inneholder også de tre dempekraftene f_S , f_D og f_R , som henholdsvis inneholder diverse dempekrefter, luftmotstand og rullefriksjon.

$$\vec{f}_S = -\tilde{\delta}\vec{v} \quad (1)$$

$$\vec{f}_D = -\tilde{\beta}|\vec{v}|^2\hat{v} \quad (2)$$

$$\vec{f}_R = -|f_R|\hat{v} \quad (3)$$

Her er $\tilde{\delta}$ dempingskonstanten, $\tilde{\beta}$ dragkoeffisienten. Det kan vises at F_R kan uttrykkes ved

$$|f_R|\text{sgn}\dot{\phi} = m \left[c\ddot{\phi} + \frac{d}{r} \left(l\dot{\phi}^2 + g \cos \phi \right) \text{sgn} \dot{\phi} \right] \quad (4)$$

Ved å bruke Newtons andre lov på den rullende sylindren og bruke ligningen for f_R kommer man frem til følgende uttrykk:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = & -\omega_0^2 \sin \phi - 2\delta\dot{\phi} \\ & - \frac{\pi\phi_R}{2\omega_0} \left(\omega_0^2 \cos \phi + \gamma\dot{\phi}^2 \right) \text{sgn} \dot{\phi} \\ & - \beta \frac{3\pi}{4\omega_0} \dot{\phi}^2 \text{sgn} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (5)$$

Her er størrelsene δ , β og ϕ_R skalerte versjoner av $\tilde{\delta}$, $\tilde{\beta}$ og d , der d er armen til normalkraften (se figur 1)

Å løse differensialligninger eksakt vil i de fleste tilfeller være svært vanskelig eller umulig. Likevel kan man løse (5) i noen grensetilfeller. Ved å bare se på $\phi \ll 1$ vil man kunne bruke approksimasjonene $\sin(\phi) = \phi + \mathcal{O}(\phi^3) \approx \phi$ og $\cos(\phi) = 1 + \mathcal{O}(\phi^2) \approx 1$. I tillegg vil man kunne finne eksakte løsninger ved å sette to av δ , β og ϕ_R lik 0.

Selv om man i noen tilfeller kan finne analytiske løsninger vil det i mange tilfeller være mer hensiktsmessig å løse differensialligningen numerisk. (5) er en ordinær differensialligning av andre orden. Denne kan skrives som to koblede førsteordens ordinære differensialligninger ved å innføre $u = \dot{\phi}$:

$$\frac{d\phi}{dt} = u \quad (6a)$$

$$\frac{du}{dt} = f(\phi, u) \quad (6b)$$

$$(6c)$$

Dette ligningssettet kan løses diskret ved bruk av Eulers metode. Man løser da

$$\phi_{i+1} = \phi_i + u_i \Delta t \quad (7a)$$

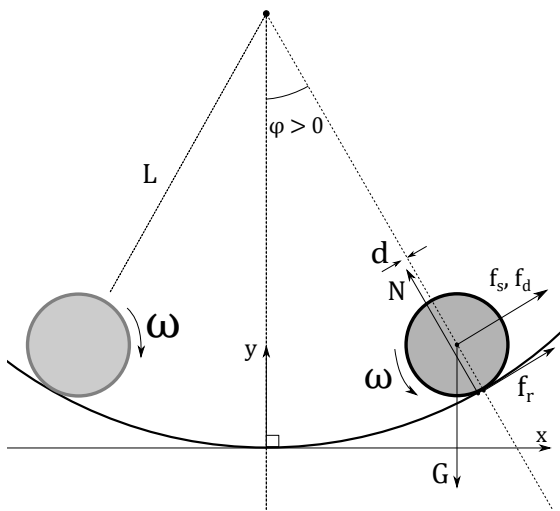
$$u_{i+1} = u_i + f(\phi_i, u_i) \Delta t \quad (7b)$$

for en valgt Δt og med startverdiene ϕ_0 og $u_0 = \dot{\phi}_0$

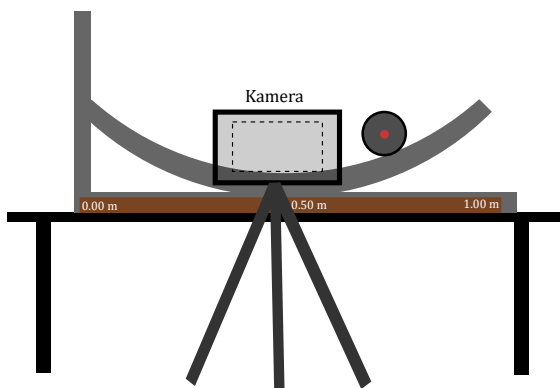
Da Eulers metode ofte fører til systematisk avvik, er det bedre å bruke Crank-Nicholson-metoden. (ref her?)

3. Metode

Utstyr:



Figur 1: Skisse av system.



Figur 2: Skisse av oppsett.

- Kvartsirkel i stål ($R = 46$ cm)
- Tre ulike sylindere:
Sylinder 1 - massiv plast
Sylinder 2 - liten metall solid
Sylinder 3 - liten metall hul
- Kamera med tripod Panasonic DMC-FZ-200
- Videoanalyseprogrammet Tracker
- Meterstav, skyvelær, vekt

I dette forsøket brukes Tracker til å samle inn måleserier. Først gjøres det et testopptak for å passe på at lys- og fokusinnstillinger på kameraet er gode nok for videre analyse. Deretter blir sylindren satt i sirkelbanen. (Se figur 2) Ved å bruke autotracker-funksjonen i Tracker får man deretter ut måleserier med posisjonsdata. Videre analyser ... (legg inn tweaking + scipy)

4. Resultat

Tabell 1: Målinger av de ulike sylindrene.

Sylinder	masse (g)	indre diameter (mm)	ytre diameter (mm)
1	442 ± 0.5		73.5 ± 0.1
2	1097 ± 0.5		44.5 ± 0.1
3	255 ± 0.5	42.4 ± 0.1	36.5 ± 0.1

Ved implementering av Eulers metode får man: (plot Euler) Ved å variere Δt får vi følgende resultater. Likeledes gir CN-metoden følgende: (plot) Ved å variere Δt får vi følgende resultater. (plotting)

Eksperimentering av ulike verdier for ϕ_R , δ og β Må vurdere hvor mange plots som er hensiktsmessig. Kanskje bare ta med to måleserier?

5. Diskusjon

Her er det konklusjonen av resultatene dine som skal diskuteres, og for å kunne diskutere dette må du sette dem inn i en større sammenheng. Dette gjør du ved å relatere resultatene dine til tidligere utførte undersøkelser på samme område, og ved å forutsi de konsekvenser som resultatene av din undersøkelse medfører. derere

Oppgave 3 (Diskusjon) Ved hjelp av de numeriske metodene dere utviklet i oppgave 2 kan dere nå sammenligne nume riske og eksperimentelle resultater. Selv om størrelsene ϕ_R , β og δ er ukjente størrelser (som er svært vanskelige å måle), kan de likevel anslås ved å bestemme hvilke verdier for ϕ_R , β og δ som gir best samsvar mellom numeriske og eksperimentelle resultater.

3a) Bruk CN-metoden til å eksperimentere med forskjellige verdier for ϕ_R , β og δ . Prøv (på øyemål) å finne parametre som gjør at de eksperimentelle målingene samsvarer best mulig med de numeriske resultatene. Oppgi hvilke verdier dere har funnet, og forklar hvilke krefter som bidrar mest til å bremse sylindren.

3b) De forskjellige dempingsmekanismene avhenger alle av v (merk at $l\phi = v$), men ikke på samme måte. Under hvilke deler av bevegelsen opplever sylindren mest/minst bremsing fra kreftene dere har anslått som de viktigste?

3c) Dersom dere har to måleserier for to forskjellige sylindre, sammenlign verdiene dere anslår i 3a) for begge måleseriene. Hva kan være en fysisk forklaring på det dere observerer? Hvis dere kun har én måleserie, kan dere spekulere i hvordan dynamikken ville endret seg om dere endret noe ved sylindren (masse, radius, massefordeling etc.). Må også diskutere feilkilder. kanskje: startfart, evt. usikkerhetsberegninger.

6. Konklusjon

Konklusjonen er rapportens viktigste del. I konklusjonen legger du frem ditt egentlige faglige bidrag. Det er som

regel formidlingen av dette bidraget som er hovedgrunnen til at du skriver rapporten. Konklusjonskapitlet bør ikke skrives før du har tenkt grundig over resultatene fra dine egne målinger og sammenlignbare målinger gjort av andre i lys av den teori du har valgt å tolke resultatene innenfor. En god konklusjon er kort og presis, og presenterer kun hovedresultatet og konklusjonen fra diskusjonen. Eventuelt fremtidig arbeid kan også nevnes her.

Referanser

- [1] V. Falch, N. H. Aase og S. C. Johnsen. Prosjektbeskrivelse Lab 3 FY1001. NTNU Institutt for fysikk, 7. oktober 2022.