Решение

Дано:

- Ориентированный граф $G = (V, E)$ с истоком $s \in V$ и стоком $t \in V$.
- Задан максимальный поток f из s в t.
- Существует единственный минимальный разрез (S, T), где $s \in S$, $t \in T$.

Вопрос: Все ли вершины достижимы из s в остаточной сети G_f?

1. Свойства остаточной сети и минимального разреза

Пусть R — множество вершин, достижимых из s в остаточной сети G_f. По теореме о максимальном потоке и минимальном разрезе:

- $(R, V \setminus R)$ является *некоторым* минимальным разрезом.
- Все рёбра (u, v) в исходном графе, где $u \in R$, $v \in V \setminus R$, насыщены потоком f, и в G_f прямых рёбер из R в $V \setminus R$ нет.

2. Единственность минимального разреза

Поскольку минимальный разрез (S, T) **единственный**, для любого максимального потока f множество R должно совпадать с S. В противном случае существовал бы другой минимальный разрез $(R, V \setminus R)$ с той же пропускной способностью, что противоречит единственности.

Следовательно, в остаточной сети G_f:

$$R = S.$$

То есть из s достижимы в точности вершины множества S, и никакие вершины из $T = V \setminus S$ не достижимы из s.

3. Достижимость вершин из T

Множество T непусто, так как содержит сток t. Поэтому:

- Вершина t не достижима из s в G_f.
- Все остальные вершины T также не достижимы из s.

4. Ответ

Утверждение «все вершины достижимы из s в остаточной сети G_f» **неверно**. Контрпримером является хотя бы сток t, который лежит в T и недостижим.

$$\boxed{\text{Нет, не все вершины достижимы из } s \text{ в остаточной сети } G_f.}$$