

Les photocopies et les notes prises en cours sont autorisés.
Les appareils électroniques ne sont pas autorisés.

Nota :

Les questions 2/ et 3/ sont totalement indépendantes.

Dans l'ensemble de ce problème, on utilise le polynôme irréductible $1+X+X^3$ pour, tout d'abord, construire et caractériser un corps de Galois dans la première question, puis pour étudier des codes correcteurs dans les questions indépendantes 2/ et 3/.

1/ Combien ce corps de Galois a-t-il d'éléments ?

Dresser un tableau à deux colonnes, où tout élément non nul de ce corps de Galois est représenté, d'une part, comme puissance d'un élément primitif (forme polaire) et, d'autre part, comme une représentation polynomiale (forme cartésienne).

Quels sont les polynômes minimaux des éléments non nuls du corps de Galois ?

Donner le schéma d'un registre à décalage générant une séquence (pseudo-aléatoire) de longueur $2^3-1 = 7$.

2/ En utilisant les résultats de la question 1/, trouver l'ensemble des polynômes générateurs pouvant engendrer un code cyclique de longueur 7. Caractériser le plus précisément possible chacun des codes cycliques précédents (longueur avant codage k , longueur après codage n , distance minimum d_{\min} , schéma du circuit encodeur, et si possible nom pouvant être attribué à chacun de ces codes cycliques).

3/ On étudie à présent un code correcteur de Reed Solomon à éléments dans le corps de Galois de la question 1/. On considère le code de Reed Solomon engendré par le polynôme générateur $g_{RS}(X)=(X+\alpha^1)(X+\alpha^2)(X+\alpha^3)(X+\alpha^4)$.

Déduire de l'étude précédente, avec le plus de précision possible, le schéma d'un circuit codeur de Reed-Solomon engendré par $g_{RS}(X)$. Combien de bits erronés consécutifs ce code correcteur de paquets d'erreurs est-il capable de corriger ?

On reçoit le mot dont la représentation polynomiale est :

$$R = \alpha^0 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + \alpha^0 X^3 + \alpha^6 X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6.$$

Détailler les étapes de la correction de ce mot reçu. Combien de bits ont été corrigés ?