
MA201 - Estimation Identification Statistique

Résumé Théorique

12 septembre 2024

Guilherme Nunes Trofino
217276

Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Informations Matière	2
2	Statistique	3
2.1	Variables Quantitatives	3
2.1.1	Moyenne	3
2.1.2	Variance	3
2.1.3	Covariance	3
2.1.4	Corrélation	3
2.2	Modèle Statistique	3
2.2.1	Espace	3
2.2.2	Tribu	3
2.2.3	Loi de Probabilité	3
2.2.4	n-Échantillon i.i.d	3
2.3	Modélisation Analyse	4
2.3.1	Biais	4
2.3.2	Variance	4
2.3.3	Risque Quadratique	4
2.4	Estimateur	4
2.4.1	Convergence	4
2.4.2	Moyenne Empirique	4
2.4.3	Variance Empirique	4
2.4.4	Méthode des Moments	4
2.4.5	Loi Uniforme	4
3	Estimateur Bayésienne	5
3.1	Introduction	5
3.2	Hypothèses	5
3.2.1	Loi Priori	5
3.2.2	Loi Marginale	5
3.2.3	Loi Posteriori	5
3.3	Objectif	5
3.3.1	Règle de Bayes	5
4	Travail Dirigé	6
4.1	Séance 03/10/2022	6
5	Travail Dirigé	8
5.1	05/09/2022	8
5.2	19/09/2022	8

1. Introduction

Repository Hello! My name is Guilherme Nunes Trofino and this is my LaTeX notebook of MA201 - Estimation Identification Statistique that can be found in my GitHub repository : https://github.com/tr0fino/classes_ensta.

Disclaimer This notebook is made so it may help others in this subject and is not intend to be used to cheat on tests so use it by your on risk.

Suggestions If you may find something on this document that does not seam correct please reach me by e-mail : guitrofino@gmail.com.

1.1. Informations Matière

Présentation Ce cours sera présenter par M. Luc Meyer qui a pour but d'étudier Statistique .

2. Statistique

2.1. Variables Quantitatives

Définition

2.1.1. Moyenne

Définition

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.1)$$

2.1.2. Variance

Définition

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (2.2)$$

2.1.3. Covariance

Définition

$$\text{void} \quad (2.3)$$

2.1.4. Corrélation

Définition

$$\text{void} \quad (2.4)$$

2.2. Modèle Statistique

Définition [Statistical Model](#)

$$\mathcal{M} = (\mathcal{X}^n, \mathcal{A}^n, \mathcal{P}_\theta^n, \theta \in \Theta) \quad (2.5)$$

2.2.1. Espace

Définition

$$\text{void} \quad (2.6)$$

2.2.2. Tribu

Définition [Tribu](#)

$$\text{void} \quad (2.7)$$

2.2.3. Loi de Probabilité

Définition [Loi de Probabilité](#)

$$\text{void} \quad (2.8)$$

2.2.4. n-Échantillon i.i.d

Définition

$$\text{void} \quad (2.9)$$

2.3. Modélisation Analyse

2.3.1. Biais

Définition

$$B_{\theta}(\bar{X}_n, X) = \mathbb{E}[\bar{X}_n] - X \quad (2.10)$$

Quand $B_{\theta}(\bar{X}_n, X) = 0$ on considère que \bar{X}_n est non biaisé.

2.3.2. Variance

Définition

$$\text{var}(\bar{X}_n) = \mathbb{E}_{\theta}[(\bar{X}_n - \mathbb{E}_{\theta}[\bar{X}_n])^2] \quad (2.11)$$

2.3.3. Risque Quadratique

Définition

2.4. Estimateur

Définition

$$\text{void} \quad (2.12)$$

2.4.1. Convergence

Définition

2.4.2. Moyenne Empirique

Définition

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.13)$$

2.4.3. Variance Empirique

Définition

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (2.14)$$

2.4.4. Méthode des Moments

Définition

$$\text{void} \quad (2.15)$$

2.4.5. Loi Uniforme

Définition [Loi Uniforme Continue](#)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{pour } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.16)$$

3. Estimateur Bayésienne

Définition

3.1. Introduction

Définition Il y a des différentes formes d'aborder ce sujet comme présenter :

1. **Fréquentiste** : Paramètre estimé θ chapeau est une variable aléatoire dont les caractéristiques dépendent de l'estimateur : Maximum de Vraisemblance, Moments, Risque Quadratique ;
2. **Bayésienne** : Paramètre est a priori une variable aléatoire associée à une distribution $\pi(\theta)$ où θ chapeau est une variable aléatoire dont les caractéristiques dépendent de l'estimateur et de la distribution a priori ;

3.2. Hypothèses

Définition Paramètre recherché θ vecteur aléatoire de loi a priori $\pi(\theta)$ étant donné z , l'échantillon de données on étudie la loi jointe....

Théorème 3.1. Soient deux événements A et B . La probabilité conditionnelle $P(A|B)$ est obtenue par :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (3.1)$$

Où $P(A|B)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B .

3.2.1. Loi Priori

Définition

3.2.2. Loi Marginale

Définition

3.2.3. Loi Posteriori

Définition Loi Marginale $P(Z)$ loi des observations $P(Z) = \int f(Z|\theta) \pi(\theta) d\theta$

Loi a posteriori $P(\theta|Z)$ loi de θ conditionnellement à la collecte des observations $P(\theta|Z) = \frac{P(Z|\theta) \pi(\theta)}{P(Z)}$ par application du théorème de Bayes $P(Z|\theta)$ se développe en $P(Z|\theta) \pi(\theta)$

$$\mathbb{P}(\theta|Z) = \frac{\mathbb{P}(Z|\theta) \pi(\theta)}{\mathbb{P}(Z)} \quad (3.2)$$

3.3. Objectif

3.3.1. Règle de Bayes

Définition Fusionner deux sources d'information :

- 1.

Compensation de la déficience des observations par de hypothèses restrictives sur les valeurs à estimer, avec une base de données faibles c'est possible d'obtenir une loi qui marche assez bien

4. Travail Dirigé

4.1. Séance 03/10/2022

```
1 %%=====
2 %%                               Main Code
3 %%=====
4 clc
5 clear all
```

population individuel échantillon n -échantillon observation
définition d'un estimateur estimation par interval de confiance pas dans ce cours
consistance d'un estimateur biais et variance estimateurs sans biais à minimum de variance vraisemblance
cramer-rao aider à construire des estimateurs non biaisés covariance risque quadratique moyennes estimateur
à RQM minimal estimateurs empiriques variance empirique estimateur de moment moment théorique moment
empirique moment centre extension $E\theta$ juste pour dénoter que l'espérance dépend de la variable θ
Estimateur du maximum de vraisemblance faire la déduction des exemples support d'une fonction explore les
avantages et les limites de cette méthode

5. Travail Dirigé

5.1. 05/09/2022

5.2. 19/09/2022