

IC202

Mercredi 14 décembre 2022

Les photocopiés et les notes prises en cours sont autorisés.

Les appareils électroniques ne sont pas autorisés.

**Nota :****L'examen comprend 4 exercices complètement indépendants.****Exercice 1**

Soient  $X_1$  et  $X_2$  deux variables aléatoires identiquement distribuées, mais pas forcément indépendantes. Soit :

$$\gamma = 1 - \frac{H(X_2|X_1)}{H(X_1)}$$

1/ Montrer que  $\gamma = I(X_1; X_2)/H(X_1)$ .2/ Montrer que  $0 \leq \gamma \leq 1$ .3/ Quand est-ce que  $\gamma$  est égal à 0 ?4/ Quand est-ce que  $\gamma$  est égal à 1 ?**Exercice 2**

On considère le code en bloc linéaire qui aux bits information  $(m_0, m_1, m_2, m_3)$  associe un mot code  $C = (m_0, m_1, m_2, m_3, c_0, c_1, c_2, c_4)$ , dont les bits de redondance  $(c_0, c_1, c_2, c_4)$  sont calculés de la façon suivante :

$$c_0 = m_1 + m_2 + m_3$$

$$c_1 = m_0 + m_1 + m_2$$

$$c_2 = m_0 + m_1 + m_3$$

$$c_3 = m_0 + m_2 + m_3$$

1/ Donner sa matrice génératrice et sa matrice de contrôle.

2/ Déterminer la distance minimale du code. En déduire son pouvoir de détection et son pouvoir de correction.

3/ Proposer un tableau de déchiffrement (on désire uniquement corriger les erreurs dont le poids est inférieur ou égal à la capacité de correction du code) et corriger le mot reçu :  $R = (11010101)$

Les photocopies et les notes prises en cours sont autorisés.  
Les appareils électroniques ne sont pas autorisés.

**Nota :**

**L'examen comprend 4 exercices complètement indépendants.**

**Exercice 3**

- On considère le corps de Galois à 16 éléments engendré par le polynôme  $1 + X^3 + X^4$ .
- 1/ Donner dans un tableau à deux colonnes la liste des éléments du corps: dans la première colonne vous exprimerez comme puissance d'un élément primitif  $\alpha$  les différents éléments non nuls de ce corps, et dans la deuxième colonne, vous donnerez la représentation équivalente de chaque élément comme un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- 2/ Donner le schéma d'un registre à décalage générant une séquence pseudo-aléatoire de longueur  $2^4 - 1 = 15$ .
- 3/ Donner les caractéristiques (distance minimale, polynôme générateur, longueur avant et après codage), d'un code BCH de longueur  $n = 15$  qui puisse corriger deux erreurs.
- 4/ Donner un schéma électronique permettant le codage, et un schéma électronique permettant la détection d'erreur ainsi que le calcul des syndromes.
- 5/ On reçoit le mot dont la représentation polynomiale est :  $R(X) = X^8 + X^{10}$ . Décoder le mot reçu.

**Exercice 4**

On considère un canal discret sans mémoire. Soit  $X$  une variable aléatoire réelle prenant deux valeurs réelles  $\{0,1\}$  représentant l'entrée du canal. Le canal rajoute un bruit  $B$  tel que  $P(B = 0) = P(B = a) = \frac{1}{2}$ , où  $a$  est un nombre réel. On suppose que  $X$  et  $B$  sont indépendantes. La sortie du canal s'exprime donc par  $Y = X + B$ .

Déterminer, la capacité du canal en fonction en distinguant 4 différents cas :  $a = -1$ ,  $a = 0$ ,  $a = +1$ , le nombre  $a$  prend une autre valeur réelle que  $-1, 0, +1$ .