

**Bài 1:**

Cho dãy số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Tìm một đoạn con có đúng  $k$  phần tử liên tiếp sao cho ước chung lớn nhất của các phần tử này là lớn nhất.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu:  $n, k$  ( $2 \leq k \leq n \leq 10^3$ )
- Dòng tiếp theo:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ ).

**Kết quả:**

- Giá trị lớn nhất của ước chung lớn nhất của  $k$  phần tử liên tiếp.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
10 3 2 6 4 3 18 12 24 8 7 5	6

## Bài 2:

Gọi  $g(n)$  là số lượng các cặp  $(p, q)$  khác nhau sao cho  $p + q = 2 \times n$  và  $p, q$  là nguyên tố. Hai cặp được gọi là khác nhau nếu 1 trong 2 số tham gia vào cặp này và không tham gia vào cặp còn lại. Cho số nguyên  $n$ . Hãy tính giá trị biểu thức:  $f(n) = g(2) + g(3) + \dots + g(n)$ .

**Dữ liệu vào:**

- Chứa số nguyên  $n$  ( $3 \leq n \leq 10^3$ ).

**Kết quả:**

- Gồm một số nguyên duy nhất là giá trị  $f(n)$ .

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
9	12

### Bài 3:

Cho hai dãy số nguyên  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$  và  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  hãy tìm một phần tử  $a_i$  trong dãy  $A$  và một phần tử  $b_j$  trong dãy  $B$  có  $|a_i + b_j|$  là nhỏ nhất có thể ( $1 \leq i \leq m; 1 \leq j \leq n$ ).

#### Dữ liệu vào:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $m, n \leq 10^5$
- Dòng 2 chứa  $m$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_m$  ( $\forall i: |a_i| < 2 \times 10^9$ )
- Dòng 3 chứa  $n$  số nguyên  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ( $\forall j: |b_j| < 2 \times 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra hai chỉ số  $i$  và  $j$  của hai phần tử tương ứng tìm được.

#### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
4 5 1 8 2 9 -5 -6 3 -7 -4	2 4

Giải thích:  $|a_2 + b_4| = |8 + (-7)| = 1$

#### Bài 4:

Cho số  $n$  và một dãy gồm  $n$  số  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Định nghĩa cặp số nghịch nhau là cặp hai số  $a_i$  và  $a_j$  trong dãy thỏa điều kiện  $i < j$  và  $a_i > a_j$ .

**Yêu cầu:** Đếm số lượng các cặp số nghịch nhau trong dãy.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên  $n$  ( $1 \leq n \leq 5 \times 10^4$ ).
- Dòng thứ 2 chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $-2^{31} \leq a_i \leq 2^{31}$ ).

**Kết quả:**

- Gồm một số nguyên duy nhất là số lượng các cặp số nghịch nhau trong dãy.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
6 1 2 4 3 5 1	5

### Bài 5:

Cho xâu  $A$  và xâu  $B$  chỉ gồm các chữ cái thường. Xâu  $B$  được gọi là xuất hiện tại vị trí  $i$  của xâu  $A$  nếu:

$$A_1 = B_1, A_{i+1} = B_2, \dots, A_{i+\text{len}(B)-1} = B_{\text{len}(B)}$$

**Yêu cầu:** Hãy tìm tất cả các vị trí mà xâu  $B$  xuất hiện trong  $A$ .

### Dữ liệu vào

- Dòng 1: xâu  $A$ .
  - Dòng 2: xâu  $B$ .
- Độ dài  $A, B$  không quá 1000000.

### Kết quả

Ghi ra các vị trí tìm được trên 1 dòng (thứ tự tăng dần). Nếu  $B$  không xuất hiện trong  $A$  thì bỏ trắng.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
Aaaaaa aa	1 2 3 4

## Bài 6:

Cho  $k$  dãy gồm các số nguyên đã được sắp xếp sẵn theo thứ tự tăng dần trong mỗi danh sách. Các phần tử trong dãy có thể có cùng giá trị.

**Yêu cầu:** Hãy gộp tất cả  $k$  dãy này lại thành một danh sách đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $k$  là số lượng các dãy số. ( $1 \leq k \leq 10^4$ )
- $k$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một dãy các số nguyên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Mỗi dòng chứa không quá 500 số nguyên.
- Tổng số lượng các phần tử trong  $k$  dãy không vượt quá  $10^4$ .

### Kết quả

Gồm một dòng chứa dãy số đã được gộp lại theo thứ tự tăng dần.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
3 1 4 5 1 3 4 2 6	1 1 2 3 4 4 5 6

## Bài 7:

Cho một dãy gồm  $n$  số nguyên không âm là giá trị độ cao của một vùng đất. Một cơn mưa đủ nhiều đổ lên vùng đất này và nước còn đọng lại như hình bên dưới. Biết rằng nước có thể chảy về các vị trí thấp hơn kề cạnh nếu mực nước ở vị trí hiện tại lớn hơn vị trí kề cạnh. Hai biên của vùng đất là biển và có mực nước bằng 0.



**Yêu cầu:** Hãy tính tổng lượng nước còn đọng lại sau cơn mưa.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $n$  là chiều rộng của vùng đất. ( $0 \leq n \leq 3 \times 10^4$ ).
- Dòng thứ 2 chứa  $n$  số nguyên không âm  $h_i$  là độ cao tại vị trí  $i$  trên vùng đất đó. ( $0 \leq a_i \leq 10^5$ )

### Kết quả

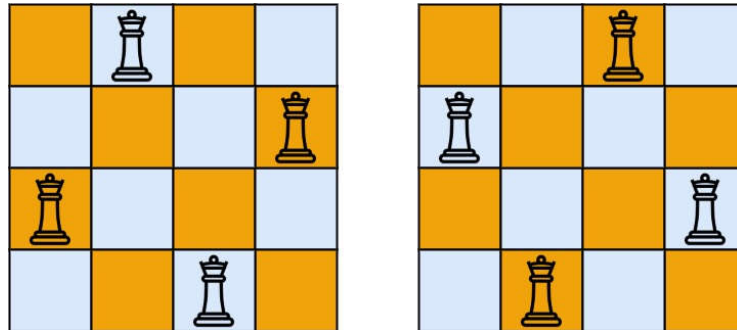
Gồm một số nguyên duy nhất là tổng lượng nước tại tất cả các vị trí sau cơn mưa.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
4, 2, 0, 3, 2, 5	9

## Bài 8:

Cho bàn cờ kích thước  $n \times n$ . Hãy tìm tất cả các cách đặt  $n$  quân hậu lên bàn cờ này sao cho không có 2 quân hậu nào có thể tấn công lẫn nhau. Biết rằng các quân hậu có thể di chuyển theo hàng dọc, hàng ngang và đường chéo. Bên dưới là 2 ví dụ cách đặt 4 quân hậu lên bàn cờ  $4 \times 4$ .



### Dữ liệu vào

- Gồm số  $n$  là kích thước cạnh của bàn cờ và số lượng quân hậu. ( $1 \leq n \leq 9$ )

### Kết quả

- Dòng đầu tiên chứa số  $m$  là số cách đặt các quân hậu khác nhau có thể có.
- Các dòng bên dưới chứa các ma trận đại diện cho bàn cờ kết quả. Các ma trận cách nhau bởi một dòng trống.
- Mỗi ma trận gồm  $n$  dòng. Mỗi dòng chứa  $n$  ký tự:
  - Ký tự '.' biểu diễn tại vị trí ô trống
  - Ký tự 'Q' biểu diễn vị trí đó chứa quân hậu

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
4	2 .Q.. ...Q Q... ..Q.  ..Q. Q... ...Q .Q..



## Bài 9:

Cho 2 chuỗi  $s$  và  $p$  gồm các ký tự latin in thường 'a'-'z'. Trong chuỗi  $p$  có thể có thêm các ký tự '\*' và '.' với ý nghĩa:

- Ký tự '\*' biểu diễn rằng có thể lặp lại ký tự ngay trước đó một hoặc nhiều lần hoặc có thể không lặp lại lần nào. Ví dụ: chuỗi "abbbb" có thể được sinh ra từ chuỗi "ab\*" hoặc chuỗi "a" cũng có thể được sinh ra từ chuỗi "ab\*".
- Ký tự '.' biểu diễn rằng chỉ có thể thay thế cho một ký tự duy nhất tại vị trí đó trong chuỗi. Ví dụ: chuỗi "abc" có thể được sinh ra từ chuỗi "a.c" hoặc "ab.".

**Yêu cầu:** Kiểm tra xem chuỗi  $s$  có phải được sinh ra từ chuỗi  $p$  hay không.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa chuỗi  $s$ . ( $\text{len}(s) \leq 20$ ).
- Dòng thứ hai chứa chuỗi  $p$ . ( $\text{len}(p) \leq 30$ ).

### Kết quả

- Trả về "true" nếu chuỗi  $s$  có thể được sinh ra từ chuỗi  $p$ , và "false" nếu ngược lại.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
mississippi mis*is*p*.	false
aab c*a*b	true

### Bài 10:

Cho một ma trận kích thước  $m \times n$  chứa các số 0 hoặc 1 tại mỗi ô.

**Yêu cầu:** Tìm hình vuông lớn nhất chứa toàn số 0 hoặc toàn số 1.

Ví dụ hình ảnh:

1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương  $m$  và  $n$  tương ứng là số lượng dòng và cột của ma trận. ( $1 \leq m, n \leq 100$ ).
- $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa  $n$  số 0 hoặc 1 cách nhau bởi khoảng trắng.

### Kết quả

- Diện tích của hình chữ nhật lớn nhất chứa toàn số 1 hoặc toàn số 0

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
4 5 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0	2

## Bài 11:

Xét  $k$  cụm dữ liệu, mỗi cụm dữ liệu được chia thành 2 nhóm: nhóm loại 1 và nhóm loại 2. Cụm dữ liệu thứ  $i$  có trọng số các nhóm tương ứng  $(a_i, b_i)$ . Cần chọn ra  $n$  nhóm loại 1 và  $m$  nhóm loại 2 trong các cụm dữ liệu để làm mẫu thử với nguyên tắc mỗi cụm dữ liệu chỉ chọn 1 nhóm, do đó  $n + m \leq k$ .

**Yêu cầu:** Tìm cách chọn các nhóm dữ liệu trong mỗi cụm sao cho tổng trọng số của tất cả các nhóm được chọn là lớn nhất.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên:  $k, n, m (1 \leq k \leq 10^3; n + m \leq n)$
- Dòng thứ  $i$  trong  $k$  dòng tiếp theo:  $a_i, b_i (1 \leq a_i, b_i \leq 10^5)$

**Kết quả:**

- Gồm một số nguyên duy nhất là tổng trọng số lớn nhất.

INPUT	OUTPUT
4 2 1 4 9 3 5 7 2 5 5	21

## Bài 12:

Hãy chỉ ra cách xây dựng một hình vuông có diện tích là số nguyên dương  $S$  cho trước với các tọa độ nguyên trong phạm vi từ  $-10^9$  đến  $10^9$ .

Input: Số nguyên dương  $S(S \leq 10^3)$ .

Output: Tọa độ 4 đỉnh của hình vuông được liệt kê cùng hoặc ngược chiều kim đồng hồ. Trường hợp không có lời giải thì thông báo Impossible.

INPUT	OUTPUT
5	1 2 2 4 3 1 4 3
3	Impossible

### Bài 13:

Trong mặt phẳng cho  $n (n \leq 10^3)$  điểm có tọa độ nguyên sao cho không có 2 điểm nào trùng nhau và không có 3 điểm nào thẳng hàng ( $n$  là một số chẵn).

**Yêu cầu:** Hãy chọn ra 2 điểm trong số  $n$  điểm để đường thẳng qua 2 điểm này chia tập điểm thành 2 phần có số lượng điểm bằng nhau.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên:  $n (2 \leq n \leq 10^3)$
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo:  $x_i, y_i (|x_i|, |y_i| \leq 10^6)$  – tọa độ của điểm thứ  $i$ .

**Kết quả:**

- Gồm 2 số là số thứ tự của 2 điểm được chọn.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
6 3 5 1 3 3 1 6 1 8 3 6 5	2 5

## Bài 14:

Cho đa giác lồi  $n$  đỉnh có tọa độ nguyên  $x_i, y_i$ . Các đỉnh được liệt kê ngược chiều kim đồng hồ và không có 3 đỉnh nào thẳng hàng. Chỉ ra một cách kẻ 1 đường chéo đi qua 2 đỉnh và chia đa giác thành 2 phần có diện tích chênh lệch nhau ít nhất.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên:  $n$  ( $n \leq 10^3$ )
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng sau:  $x_i, y_i$  ( $|x_i|, |y_i| \leq 10^9$ ).

### Kết quả:

- Gồm 2 số nguyên là số thứ tự 2 đỉnh được chọn.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
4 0 2 0 0 2 0 3 3	2 4

## Bài 15:

Trên mặt phẳng cho 2 hình tròn có cùng bán kính  $R$  và tọa độ tâm tương ứng  $(x_1, y_1)$  và  $(x_2, y_2)$ . Tính diện tích phần hợp của 2 hình tròn trên mặt phẳng. Tọa độ tâm và bán kính hình tròn đều là các số nguyên.

### Dữ liệu vào:

- Gồm các số nguyên  $x_1, y_1, x_2, y_2, R (1 \leq x_1, y_1, x_2, y_2, R \leq 100)$

### Kết quả:

- Chứa một số thực duy nhất là diện tích phần hợp lấy chính xác 3 chữ số thập phân.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
1 2 3 4 2	22.850

## Bài 16:

Cho một cây  $n$  đỉnh. Khoảng cách giữa 2 đỉnh  $u, v$  là số cạnh trên đường đi từ  $u$  đến  $v$ . Độ rộng của cây là tổng khoảng cách giữa tất cả cặp đỉnh  $u, v (u < v)$ . Hãy xác định độ rộng của cây.

### Dữ liệu vào

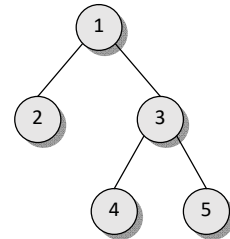
- Dòng đầu tiên:  $n (n \leq 10^3)$ .
- $n - 1$  dòng tiếp theo:  $u_i, v_i$  – một cạnh của cây.

### Kết quả:

- Gồm một số nguyên duy nhất là độ rộng của cây.

### Ví dụ:

TREE . INP	TREE . OUT
5 1 2 1 3 3 4 3 5	18





## Bài 17:

Cho số nguyên dương  $n$ . Hãy tìm số nguyên dương  $m$  nhỏ nhất có không quá 9 chữ số thỏa  $m$  chỉ chứa các chữ số  $\{0,1\}$  và  $m$  là bội của  $n$ .

**Dữ liệu vào:**

- Gồm một số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 100$ )

**Kết quả:**

- Gồm một số nguyên duy nhất là  $m$

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
6	1110

## Bài 18:

Cho dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là một hoán vị của các số từ 1 đến  $n$ . Có thể thực hiện thao tác sau trên dãy số: chọn vị trí  $i (2 \leq i \leq n)$  và đảo ngược thứ tự các phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_i$ , các phần tử còn lại giữ nguyên.

**Yêu cầu:** Tìm số thao tác thực hiện ít nhất để dãy có thứ tự tăng dần.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên:  $n (1 \leq n \leq 8)$
- Dòng thứ hai:  $a_1, a_2, \dots, a_n$

**Kết quả:**

- Gồm một số duy nhất là số thao tác ít nhất.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT	Giải thích
5 5 2 3 4 1	4	5 2 3 <u>4</u> 1 4 3 <u>2</u> 5 1 2 3 4 <u>5</u> 1 5 4 3 2 <u>1</u> 1 2 3 4 5

### Bài 19:

Cho  $n$  đoạn liên tiếp, đoạn thứ  $i$  có chiều cao  $h_i$ . Chiều cao chênh lệch giữa 2 đoạn liên tiếp không vượt quá 1 đơn vị. Ta cần đào sâu xuống càng sâu càng tốt. Ta dự định chi  $T$  đồng cho công việc này. Chi phí giảm chiều cao của một đoạn đi 1 đơn vị là 1 đồng.

**Yêu cầu:** Cho biết các chiều cao  $h_1, h_2, \dots, h_n$  và chi phí  $T$ . Hãy xác định chiều cao thấp nhất (đào sâu nhất) mà ta có thể đào được với  $T$  đồng mà vẫn đảm bảo chênh lệch giữa 2 đoạn liên tiếp không quá 1 đơn vị.

- Dòng đầu chứa 2 số nguyên dương  $n, T$  ( $n \leq 10^5, m \leq 10^{18}$ )
- Dòng thứ 2 chứa  $n$  số nguyên không âm  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ )

### Kết quả

Gồm một số nguyên duy nhất là độ cao thấp nhất mà công ty có thể đào được.

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT	Giải thích				
4 3 1 1 1 1	-1	1				
		0				
		-1				
4 3 1 2 2 1	0	2				
		1				
		0				

## Bài 20:

Xét tất cả các hoán vị của dãy số tự nhiên  $(1, 2, \dots, n)$ . Giả sử rằng các hoán vị được sắp xếp theo thứ tự từ điển và đánh số từ 1 tới  $n!$

Ví dụ với  $n = 3$ , có 6 hoán vị:  $(1, 2, 3); (1, 3, 2); (2, 1, 3); (2, 3, 1); (3, 1, 2); (3, 2, 1)$

**Yêu cầu:** Cho trước một hoán vị  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  hãy cho biết số thứ tự  $x$  của hoán vị đó và ngược lại: Cho trước một số thứ tự  $y$  ( $1 \leq y \leq n!$ ) hãy tìm dãy hoán vị  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$  mang số thứ tự  $y$ .

### Dữ liệu vào:

- Dòng 1: Chứa  $n$  số  $p_1, p_2, \dots, p_n$  ( $n \leq 20$ )
- Dòng 2: Chứa số  $y$

### Kết quả:

- Dòng 1: Ghi số  $x$
- Dòng 2: Ghi  $n$  số  $q_1, q_2, \dots, q_n$

### Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
2 1 3	3
4	2 3 1